15.5. РЯД ФУРЬЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПЕРИОДОМ

Пусть функция *f(x)* определена на отрезке *[-l,l]*, где *l* – определенное число.

Пусть эта функция удовлетворяет условиям теоремы о разложении в ряд Фурье.

Введем новую переменную

$$x = \frac{y \cdot l}{\pi}$$

Эта функция f(x) определена на отрезке [-П,П] и может быть разложена в ряд Фурье на этом отрезке:

$$f\left(\frac{y \cdot l}{\pi}\right) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos ny + b_n \cdot \sin ny)$$

где

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{y \cdot l}{\pi}\right) dy$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{y \cdot l}{\pi}\right) \cdot \cos ny dy$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{y \cdot l}{\pi}\right) \cdot \sin nydy$$

Вернемся к старой переменной x:

$$y = \frac{x \cdot l}{\pi} \qquad dy = \frac{\pi}{l}dx$$

$$x = \pm l \quad при \quad y = \pm \pi$$

Тогда:

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cdot\cos\frac{n\cdot\pi\cdot x}{l}+b_n\cdot\sin\frac{n\cdot\pi\cdot x}{l}\right)$$

Где коэффициенты Фурье определяются формулами:

$$a_0=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)dx$$

$$a_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cdot\cos\frac{\pi n x}{l}dx$$

$$b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cdot\sin\frac{\pi n x}{l}dx$$