Кафедра медицинской и биологической физики

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка.

лекция № 6 для студентов 1 курса, обучающихся по специальности 030401– Клиническая психология

к.п.н., доцент Шилина Н.Г.

Красноярск, 2015

План лекции

- Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные определения.
- Дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
- Дифференциального уравнения второго порядка с разделяющимися переменными.
- Применение дифференциальных уравнений для решения прикладных задач.

Значение темы

- Дифференциальные уравнения используются при изучении явлений и процессов в физике, кибернетике, биологии, медицине и других областях знаний.
- Сформулировав задачу на языке дифференциальных уравнений, специалист любой отрасли знаний получает в руки готовый аппарат для численного решения задачи, изучения качественных особенностей этого решения.
- Многие вопросы естествознания и техники сводятся к неизвестной функции, если известно уравнение, содержащее эту функцию и ее производные (дифференциалы) разных порядков.

Алгебраические уравнения: примеры

Линейное алгебраическое уравнение третьего порядка

$$8\boldsymbol{x}^3 - 5\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{x} - 9 = 0$$

Нелинейное алгебраическое уравнение

$$2\cos^2 \boldsymbol{x} + \exp(-\boldsymbol{bx}) - 3\boldsymbol{x}^3 = 0$$

Дифференциальные уравнения: примеры

$$\frac{dx}{dt} + kx - 3 = 0$$

Линейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$

Линейное дифференциальное уравнение второго порядка: уравнение гармонического осциллятора

Система линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = kx - by \\ \dfrac{dy}{dt} = ry - cx \end{cases}$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = kx - bxy \\ \dfrac{dy}{dt} = ry - cxy \end{cases}$$

Дифференциальные уравнения

- Уравнение, содержащее независимую переменную x, функцию f(x) и ее производные от первого до n-го порядка, называется дифференциальным. $F(x,f(x),f'(x),f''(x),\ldots,f^{(n)}(x), C)=0$.
- Порядок дифференциального уравнения определяется порядком наивысшей производной.
- Решением дифференциального уравнения называется функция y=f(x), которая при подстановке обращает это уравнение в тождество.
- Если дифференциальное уравнение имеет одну независимую переменную, то оно называется обыкновенным дифференциальным уравнением, если же независимых переменных две или более, то такое дифференциальное уравнение называется дифференциальным уравнением в частных производных.

Алгоритм решения дифференциальных уравнений

- представить производную в дифференциальной форме, т.е. $y' = \frac{dy}{dx}$
- разделить переменные, т.е. все, что относится к одной переменной (х) собрать в одной части равенства, а все, что относится к другой переменной (у) – в другой части равенства;
- проинтегрировать обе части равенства и записать решение в виде y=f(x);
- выполнить проверку.

Основные типы дифференциальных уравнений и способы их решения

- уравнение вида y'= f(x).

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

$$dy = f(x) \cdot dx$$

$$\int dy = \int f(x) dx$$

$$y = F(x) + c$$

- уравнение вида y'= f(y).

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = f(y)$$

$$\frac{dy}{f(y)} = dx$$

$$\int \frac{dy}{f(y)} = \int dx$$

$$F(y) = x + c$$

- уравнение с разделяющимися переменными вида

$f_1(x)\Psi_1(y)dx+f_2(x)\Psi_2(y)dy=0$

$$f_1(x)\cdot\Psi_1(y)\cdot dx+f_2(x)\cdot\Psi_2(y)\cdot dy=0$$

$$f_1(x)\Psi_1(y)\cdot dx=-f_2(x)\cdot\Psi_2(y)\cdot dy$$

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx=-\frac{\Psi_2(y)}{\Psi_1(y)}dy$$

$$\int\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx=-\int\frac{\Psi_2(y)}{\Psi_1(y)}dy$$

$$F(x)+c=F(y)$$

Общее и частное решение дифференциального уравнения

- Константа может быть выбрана в любом виде (произвольно) для удобства решения. И тогда получают общее решение дифференциального уравнения.
- Если же заданы начальные условия, то константа вычисляется и имеет вполне определенное значение. Тогда можно говорить о частном решении дифференциального уравнения.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

Основная литература:

- Ганичева, А.В. Математика для психологов /А.В. Ганичева, В.П. Козлов. – М.: Аспект Пресс, 2005. – 239с.
- Кричевец, А.Н. Математика для психологов /А.Н. Кричевец, Е.В. Шикин, А.Г. Дьячков. – М.: Флинта: НОУ ВПО «МПСИ», 2010.– 376 с.
- Математика в примерах и задачах /Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова и др. – М.: ИНФРА–М, 2009. – 373 с.

Дополнительная литература:

- Суходольский В.Г. Математические методы в психологии /В.Г. Суходольский. – Харьков: Гуманитарный центр, 2006. – 284с.

Электронные ресурсы:

- ЭБС КрасГМУ.
- Ресурсы Интернет.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

- **Обязательная:**
- Кричевец, А.Н. Математика для психологов /А.Н. Кричевец, Е.В. Шикин, А.Г. Дьячков. – М.: Флинта: НОУ ВПО «МПСИ», 2010.– 376 с.
- Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных/А.Д. Наследов.- СПб.: Речь, 2008.
- **Дополнительная:**
- Математика в примерах и задачах: учебное пособие /Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В.Никонова и др. – М.: ИНФРА–М, 2011. –373 с.
- Болдин К.В., Башлыков В.Н., Рукосуев А.В. Высшая математика /К.В. Болдин К, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. – М.: Флинта, 2010
- **Электронные ресурсы:**
- УБИЦ КрасГМУ Портал центра дистанционного образования Электронная библиотека
- Ресурсы интернет

БЛАГОДАРЮ
ЗА ВНИМАНИЕ