СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Военный учебный центр

ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ И ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В АСУ

Тема №3 Автоматизация третичной обработки РЛИ

Занятие № 5 Особенности третичной обработки радиолокационной информации. Группирование и усреднение координатных точек

Руководитель занятия:
преподаватель кафедры АСУ ВКС
майор запаса Бейльман С.В.

Учебные вопросы:

1. Группирование координатных точек.
2. Усреднение координат отождествлённых координатных точек.

Учебный вопрос № 1

Группирование координатных точек

Рассмотрим простейший пример выявления вариантов группирования КТ.

Пусть группа А образована координатными точками от двух источников информации: R_{11}, R_{12} - от первого и R_{21}, R_{22} - от второго. В образованную группу А входят экстра-поляционные точки $ЭТ_1$, $ЭТ_2$ обобщенных траекторий 1, 2. Определим возможные варианты группирования координатных точек, т.е. выявим гипотезы группирования.

При выявлении возможных гипотез учитывается правило, согласно которому, КТ полученные от одного источника, принадлежат к различным локационным объектам.

Для рассматриваемого примера каждой гипотезе соответствуют две группы. В состав одной группы следует включить две КТ от различных источников и одну из экстраподяционных точек ($ЭТ_1$ или $ЭТ_2$), в состав другой группы - оставшиеся две КТ и другую ЭТ.

При этом получаем четыре варианта (рис. 1), т.е. выявляем четыре альтернативные гипотезы группирования, не противоречащие условию логического правила "а".

Варианты группирования ЭТ и КТ

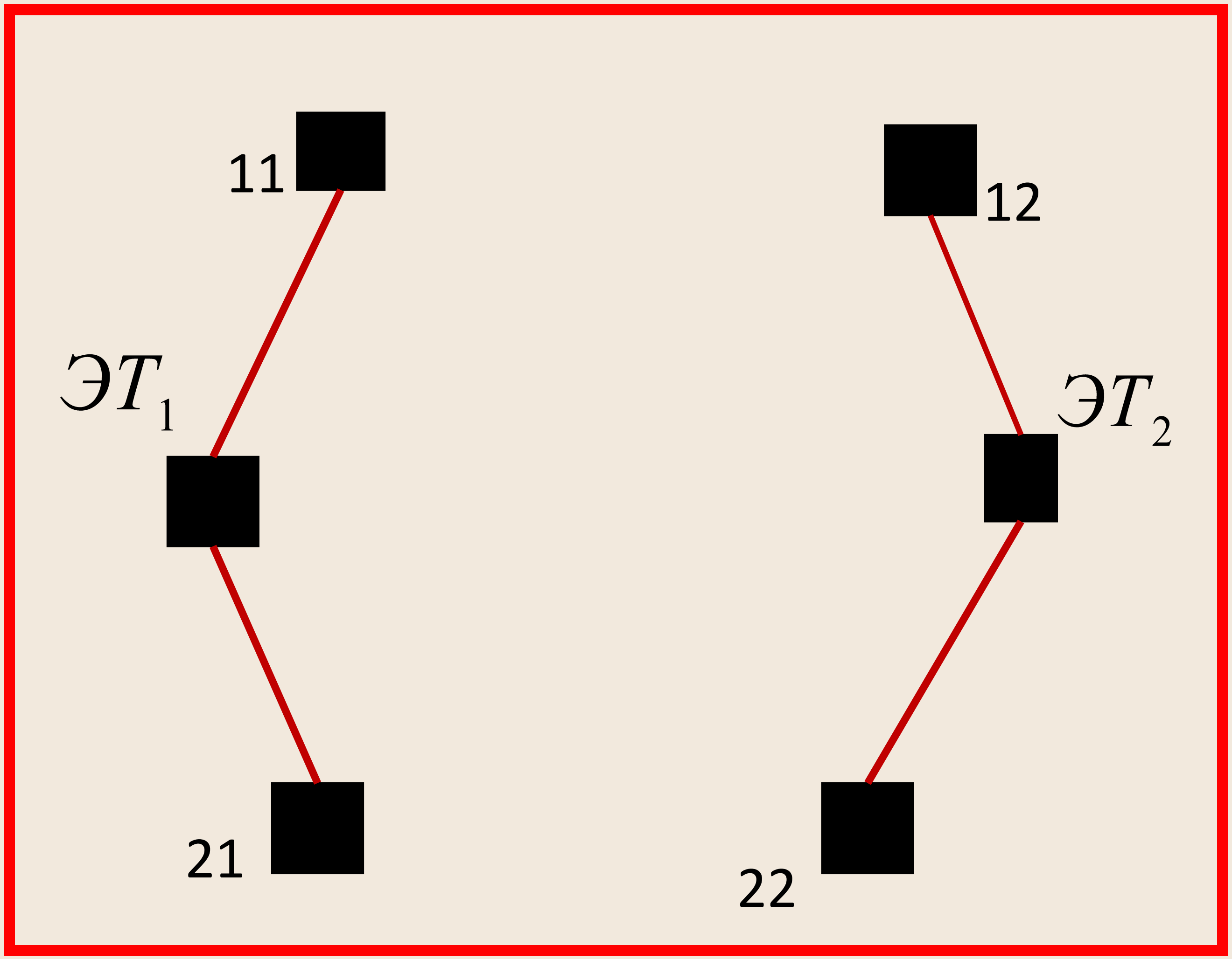


Рис.1а

Варианты группирования ЭТ и КТ

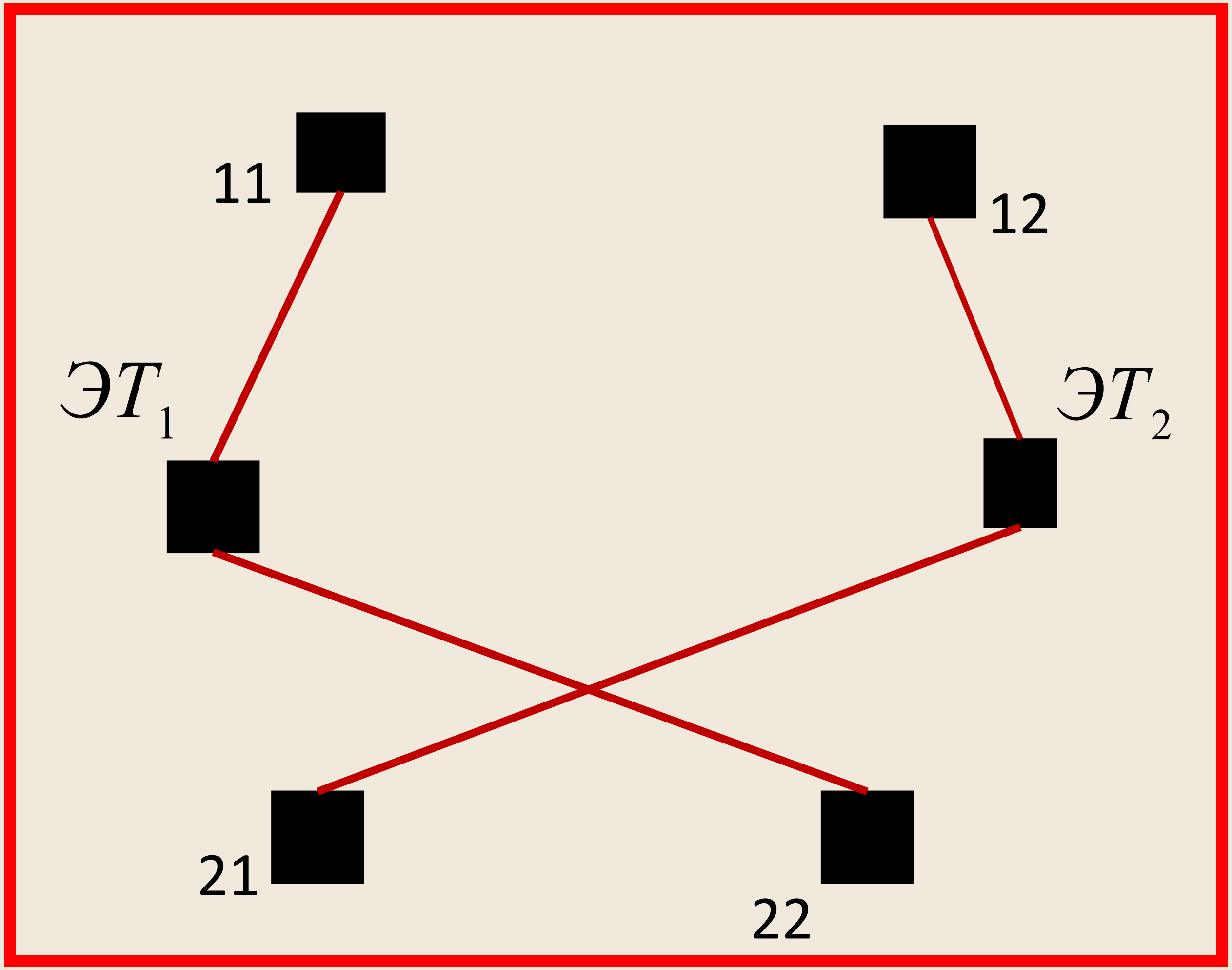


Рис.1б

Варианты группирования ЭТ и КТ

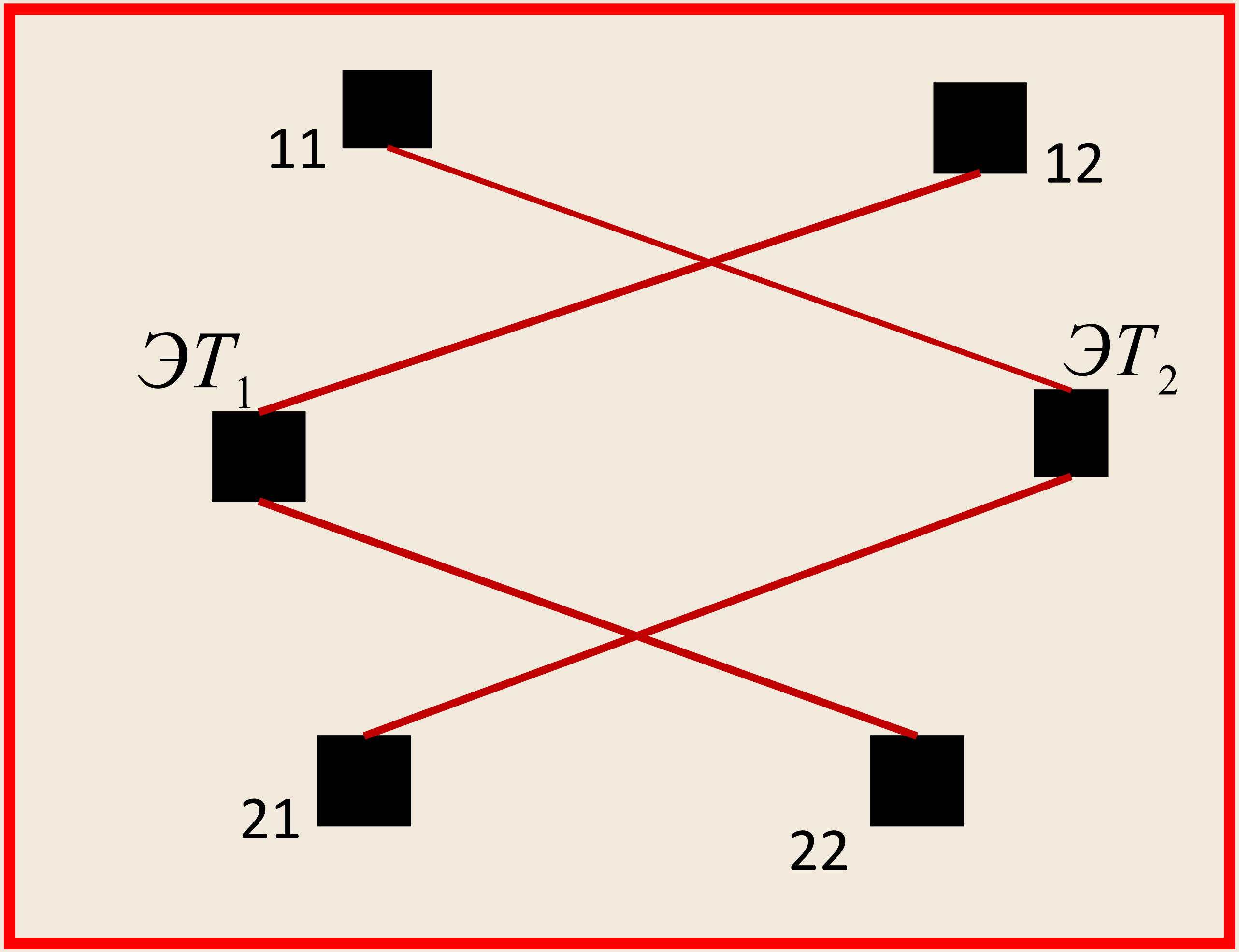


Рис.1в

Варианты группирования ЭТ и КТ

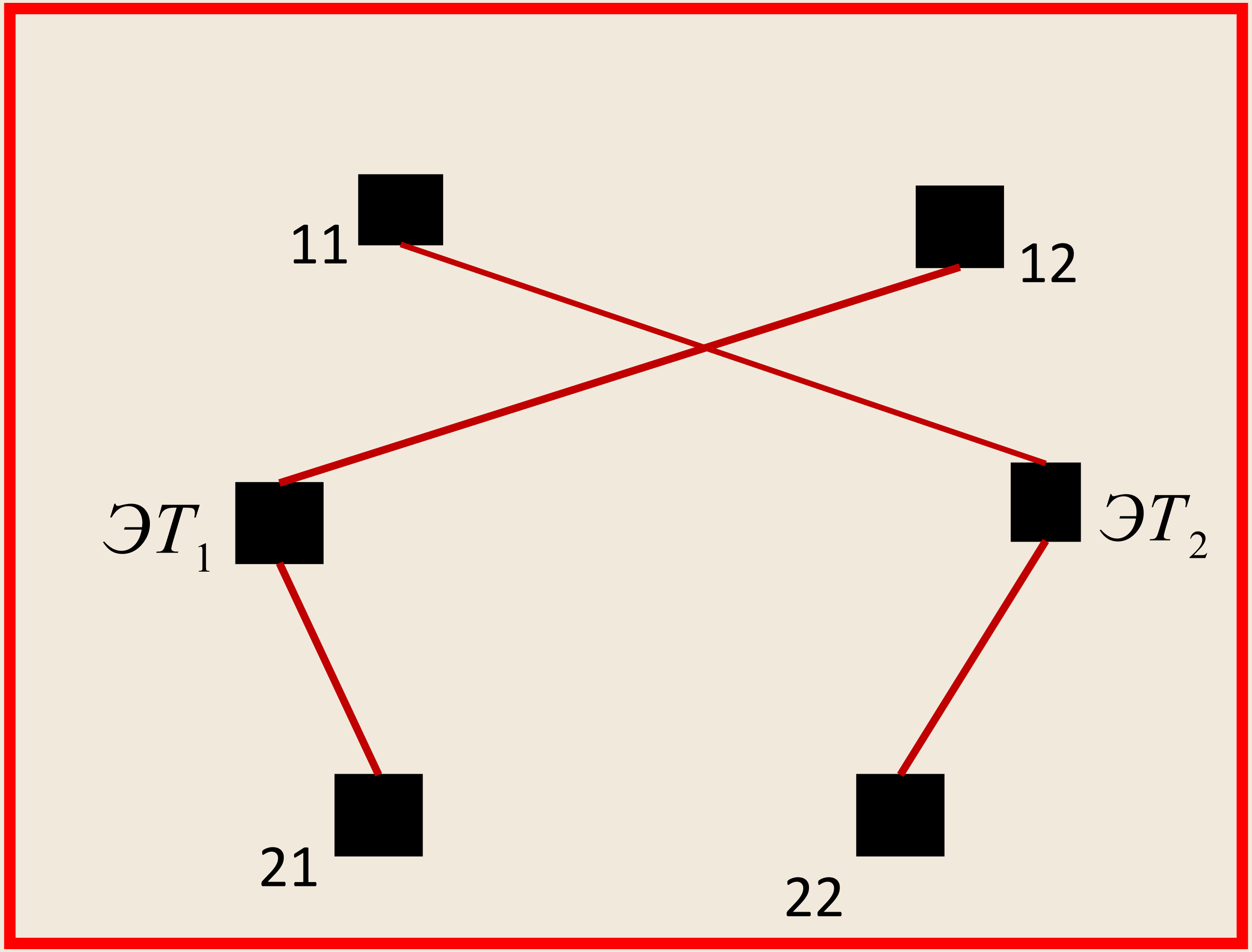


Рис.1г

Обсудим методику выявления возможных вариантов группирования для произвольного числа КТ от нескольких источников.

Пусть (m-1) - число удаленных источников РЛИ , а их общее число (с учетом пункта объединения как источника ЭТ обобщенных траекторий) - m.

Проранжируем источники, т.е. пронумеруем их таким образом, чтобы число КТ (ЭТ) группы А последующего номера было - не меньше, чем предыдущего.

В таком случае справедливо неравенство:

$$n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq ..... \leq n_m$$

Согласно правилу отождествления "г", координатные точки группы А представляют n_m локационных объектов, т.е. для каждой гипотезы необходимо получить n_m групп. Каждая группа должна содержать КТ различных источников.

Составим матрицу КТ и ЭТ группы А по рангам источников и номерам траекторий (j) пример которой представлен в табл.1.

РАНГ ИСТОЧНИКА	**КТ и ЭТ группы А**						
Источник 8	R_{81}	R_{82}	R_{83}	R_{84}	R_{85}	R_{86}	R_{87}
Источник 7	$R_{ЭТ1}$ R_{61}	$R_{ЭТ2}$ R_{62}	$R_{ЭТ3}$ R_{63}	$R_{ЭТ4}$ R_{64}	$R_{ЭТ5}$ R_{65}	$R_{ЭТ6}$ R_{66}	$R_{ЭТ7}$
Источник 6	R_{51}	R_{52}	R_{53}	R_{54}	R_{55}		
Источник 5	R_{41}	R_{42}	R_{43}	R_{44}	R_{45}		
Источник 4	R_{31}	R_{32}	R_{33}	R_{34}			
Источник 3	R_{21} R_{11}	R_{22}	R_{23}				
Источник 2							

Табл.1

Определим условно базовый вариант группирования (соответствующей гипотезе H_1), отождествляемые КТ и ЭТ которого образованы столб-цами (табл.1). Пронумеруем предварительно отождествленные КТ и ЭТ с учетом нумерации ЭТ:

$R_{81} - R_{ЭТ1} - R_{61} - R_{51} - R_{41} - R_{31} - R_{21} - R_{11}$ - **траектория 1.**
$R_{82} - R_{ЭТ2} - R_{62} - R_{52} - R_{42} - R_{32} - R_{22}$ - **траектория 2.**
$R_{83} - R_{ЭТ3} - R_{63} - R_{53} - R_{43} - R_{33} - R_{23}$ - **траектория 3.**
$R_{84} - R_{ЭТ4} - R_{64} - R_{54} - R_{44} - R_{34}$ - **траектория 4.**
$R_{85} - R_{ЭТ5} - R_{65} - R_{55} - R_{45}$- **траектория 5.**
$R_{86} - R_{ЭТ6} - R_{66}$ - **траектория 6.**
R_{87}- **траектория 6.**

Для составления следующих вариантов группирования КТ (выявления гипотез) можно поступить следующим образом.

1. **Перебрать все возможные положения КТ в нижней строке таблицы при неизменных положениях КТ в других строках. Каждому новому расположению КТ будет соответствовать гипотеза группирования КТ и ЭТ по столбцам. Количество гипотез, определяемых комбинациями КТ в нижней строке (совместно с базовым вариантом), определяется числом различных размещений**

$$A_k^r = \frac{k!}{(k-r)!} \qquad (1)$$

где *К* - максимальное число КТ от одного источника;

r - количество КТ в строке.

Для рассматриваемого примера $k = n_m = 7$, $r = n_1 = 1$. Отсюда количество различных размещений за счет комбинаций КТ источника 1

$$k_1 = \frac{n_m!}{(n_m - n_1)!} = \frac{7!}{(7-1)!} = 7$$

2. Вернуться к базовому варианту группирования (восстановить табл.1). Перебрать все возможные положения КТ в предпоследней строке таблицы при неизменных положениях КТ в вышестоящих строках. Для каждой комбинации КТ в предпоследней строке перебрать все возможные комбинации в нижней строке.

Каждому новому расположению КТ будет соответствовать гипотеза группирования по столбцам.

Количество комбинаций в предпоследней строке определяется выражением (1).

Для рассматриваемого примера $k = n_m = 7$, $r = n_2 = 3$. Поэтому число размещений за счет комбинаций КТ источника 2

$$k_2 = \frac{n_m!}{(n_m - n_2)!} = \frac{7!}{(7-3)!} = 210$$

Число вариантов группирования (число гипотез) за счет комбинаций КТ источников 1 и 2 определяется выражением:

$$k_{12} = k_1 k_2 = \frac{n_m!}{(n_m - n_1)!} \frac{n_m!}{(n_m - n_2)!}$$

Алгоритм выявления остальных вариантов группирования КТ аналогичен рассмотренному в пункте 2, т.е. определяются все комбинации КТ последних трех строк, далее - четырех и т.д., до тех пор пока не будут получены комбинации с учетом перемещений во второй строке таблицы (КТ в первой строке не перемешаются).

Общее число гипотез группирования за счет комбинации КТ источников определяется выражением:

$$K = \prod_{i=1}^{m-1} K_i = (n_m!)^{m-1} \prod_{i=1}^{m-1} \frac{1}{(n_m - n_i)!} \qquad (2)$$

Анализ выражения (2) показывает, что с увеличением числа КТ от каждого источника информации и самих источников количество гипотез группирования значительно возрастает.

Так, например, для условий задачи на рис.1 (от двух источников по две КТ и от одного - две ЭТ) количество гипотез группирования

$$K = (n_m!)^{m\text{-}1} \prod_{i=1}^{m-1} \frac{1}{(n_m - n_i)!} = (2!)^2 \prod_{i=1}^{2} \frac{1}{0!} = 4$$

а для условий таблицы количество гипотез группирования весьма велико - примерно $1{,}99 \cdot 10^{20}$. На практике количество источников информации обычно не превышает трех-четырех, а число стробированных КТ не столь значительно, как в приведенном примере. Поэтому количество гипотез существенно меньше. Заметим, что рассмотренный алгоритм выявления гипотез группирования несложно реализовать программным способом на ЭВМ.

Группирование КТ с учетом ЭТ обобщенных траекторий

Рассмотрим задачу статистического выбора гипотез, когда группа А образована координатными точками $R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}$ (от двух источников по две КТ). В группу А также входят экстраполяционные точки $ЭТ_1$, $ЭТ_2$ обобщенных траекторий.

Ограничимся двумерным случаем, при котором выбор гипотез основан на анализе координат X, Y.

Рассматриваемой ситуации, как показано на рис.1, соответствуют четыре альтернативные гипотезы группирования:

гипотеза H_1 - $R_{11}, R_{21}, R_{ЭТ1}$ - относятся к траектории 1, а

$R_{12}, R_{22}, R_{ЭТ2}$ - к траектории 2;

гипотеза H_2 - $R_{11}, R_{22}, R_{ЭТ2}$ - относятся к траектории 1, а

$R_{12}, R_{21}, R_{ЭТ2}$ - к траектории 2;

гипотеза H_3 . - $R_{12}, R_{22}, R_{ЭТ1}$ относятся к траектории 1,

$R_{11}, R_{21}, R_{ЭТ2}$ - к траектории 2;

гипотеза H_4 $R_{12}, R_{21}, R_{ЭТ1}$ - относятся к траектории 1

$R_{11}, R_{22}, R_{ЭТ2}$ - к траектории 2.

Результатом статистического отождествления КТ является выбор одной из альтернативных гипотез. **При этом возможны ошибочные решения. Каждому ошибочному решению поставим в соответствие некоторую стоимость (штраф). Для правильных решений стоимости считаются равными нулю. В данной задаче нет оснований считать, что ошибочные решения имеют различные стойкости. Поэтому в качестве критерия оптимального выбора той или иной гипотезы может быть использован критерий максимального правдоподобия.**

Согласно критерию максимального правдоподобия, верной считается та гипотеза, для которой соответствующая функция правдоподобия имеет максимальное значение.

Для четырех гипотез составим четыре функции правдоподобия, каждая из которых представляет совместную плотность вероятности координат полученных КТ при условии их принадлежности к соответствующим обобщенным траекториям:

$$L_{H1} = W\begin{pmatrix} X_{11}, Y_{11}, X_{21}, Y_{21} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}; \\ X_{12}, Y_{12}, X_{22}, Y_{22} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2} \end{pmatrix}$$

$$L_{H2} = W\begin{pmatrix} X_{11}, Y_{11}, X_{22}, Y_{22} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}; \\ X_{12}, Y_{12}, X_{21}, Y_{21} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2} \end{pmatrix}$$

$$L_{H3} = W\begin{pmatrix} X_{12}, Y_{12}, X_{22}, Y_{22} \,/\, X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}; \\ X_{11}, Y_{11}, X_{21}, Y_{21} \,/\, X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2} \end{pmatrix}$$

$$L_{H4} = W\begin{pmatrix} X_{12}, Y_{12}, X_{21}, Y_{21} \,/\, X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}; \\ X_{11}, Y_{11}, X_{22}, Y_{22} \,/\, X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2} \end{pmatrix}$$

Учтем, что координатные точки $R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}$ являются взаимонезависимыми. Поэтому совместную плотность вероятности координатной информации можно представить в виде произведения двумерных:

$$L_{ЭТ1} = W_{ЭТ}\left(X_{11}, Y_{11} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) W_{ЭТ}\left(X_{21}, Y_{21} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) \times$$
$$\times W\left(X_{12}, Y_{12} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right) W\left(X_{22}, Y_{22} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right)$$

$$L_{ЭТ2} = W_{ЭТ}\left(X_{11}, Y_{11} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) W_{ЭТ}\left(X_{22}, Y_{22} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) \times$$
$$\times W\left(X_{12}, Y_{12} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right) W\left(X_{21}, Y_{21} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right)$$

$$L_{ЭТ3} = W_{ЭТ}\left(X_{12}, Y_{12} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) W_{ЭТ}\left(X_{22}, Y_{22} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) \times$$
$$\times W\left(X_{11}, Y_{11} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right) W\left(X_{21}, Y_{21} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right)$$

$$L_{ЭТ4} = W_{ЭТ}\left(X_{12}, Y_{12} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) W_{ЭТ}\left(X_{21}, Y_{21} / X_{ЭТ1}, Y_{ЭТ1}\right) \times$$
$$\times W\left(X_{11}, Y_{11} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right) W\left(X_{22}, Y_{22} / X_{ЭТ2}, Y_{ЭТ2}\right) \qquad (3)$$

В соотношениях (3) условия принадлежности КТ к обобщенным траекториям представляют отклонения их координат от соответствующих ЭТ.

Действительно, вероятность принадлежности некоторой координатной точки R_{ij} к ЭТ$_k$ тем выше, чем меньше их взаимное удаление.

Поэтому перейдем от условных плотностей вероятности к безусловным, зависящим от взаимного удаления и ЭТ$_k$:

$$\Delta R_{ij/k} = \left\| \begin{matrix} X_{ij} - X_{ЭТK} \\ Y_{ij} - Y_{ЭТK} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \Delta X_{ij/k} \\ \Delta Y_{ij/k} \end{matrix} \right\| \qquad (4)$$

В таком случае функции правдоподобия (3) принимают вид:

$$
\begin{aligned}
L_{H1} &= W\left(\Delta R_{11/1}\right)W\left(\Delta R_{21/1}\right)W\left(\Delta R_{12/2}\right)W\left(\Delta R_{22/2}\right)\\
L_{H2} &= W\left(\Delta R_{11/1}\right)W\left(\Delta R_{22/1}\right)W\left(\Delta R_{12/2}\right)W\left(\Delta R_{21/2}\right)\\
L_{H3} &= W\left(\Delta R_{12/1}\right)W\left(\Delta R_{22/1}\right)W\left(\Delta R_{11/2}\right)W\left(\Delta R_{21/2}\right)\\
L_{H4} &= W\left(\Delta R_{12/1}\right)W\left(\Delta R_{21/1}\right)W\left(\Delta R_{11/2}\right)W\left(\Delta R_{22/2}\right)
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Поскольку разност $\Delta R_{ij/k}$ обусловлены погрешностями измерения и пересчета координат, то распределения $W(\Delta R_{ij/k})$ подчиняются нормальному, двумерному закону с нулевыми математическими ожиданиями.

Корреляционные матрицы $K_{ij/k}$ данных распределений имеют вид:

$$K_{ij/k} = \begin{Vmatrix} \sigma_X^2 & K_{XY} \\ K_{XY} & \sigma_Y^2 \end{Vmatrix} \qquad (6)$$

где $\sigma_X^2 = \sigma_{Xij}^2 + \sigma_{Xk}^2$ **- дисперсия случайной величины $\Delta X_{ij/k}$;**

σ_{Xij}^2 **- дисперсия координаты X координатной точки R_{ij};**

σ_{Xk}^2 **- дисперсия координаты X экстраполяционной точки $R_{\text{ЭТ}k}$;**

$\sigma_Y^2 = \sigma_{Yij}^2 + \sigma_{Yk}^2$ **- дисперсия случайной величины $\Delta Y_{ij/k}$;**

σ_{Yij}^2 **- дисперсия координаты Y координатной точки R_{ij};**

σ_{Yk}^2 **- дисперсия координаты Y экстраполяционной точки $R_{\text{ЭТ}k}$;**

K_{XY}- корреляционный момент $\Delta X_{ij/k}$, $\Delta Y_{ij/k}$ вектора .

С учетом изложенного запишем выражение для двумерной плотности вероятности $\mathbf{W(\Delta R_{ij/k})}$:

$$W\left(\Delta R_{ij/k}\right)=\frac{1}{2\pi\left|K_{ij/k}\right|^{1/2}}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2\left|K_{ij/k}\right|}\left(\sigma_y^2\Delta X_{ij/k}^2-2K_{XY}\Delta X_{ij/k}\Delta Y_{ij/k}+\sigma_x^2\Delta Y_{ij/k}^2\right)\right\}=$$
$$=C\exp\left\{-Q_{ij/k}\right\} \qquad \textbf{(7)}$$

где $C=\dfrac{1}{2\pi\left|K_{ij/k}\right|^{1/2}}$ **— постоянный множитель, нормирующий площадь под кривой распределения единице;**

$$Q_{ij/k}=\frac{1}{2\left|K_{ij/k}\right|}\left(\sigma_y^2\Delta X_{ij/k}^2-2K_{XY}\Delta X_{ij/k}\Delta Y_{ij/k}+\sigma_x^2\Delta Y_{ij/k}^2\right)$$

- квадратичная форма

С учетом (7) функции правдоподобия (5) принимают вид:

$$L_{H1} = C\exp\left\{-Q_{11/1}\right\}\exp\left\{-Q_{21/1}\right\}\exp\left\{-Q_{12/2}\right\}\exp\left\{-Q_{22/2}\right\}$$

$$L_{H2} = C\exp\left\{-Q_{11/1}\right\}\exp\left\{-Q_{22/1}\right\}\exp\left\{-Q_{12/2}\right\}\exp\left\{-Q_{21/2}\right\}$$

$$L_{H3} = C\exp\left\{-Q_{12/1}\right\}\exp\left\{-Q_{22/1}\right\}\exp\left\{-Q_{11/2}\right\}\exp\left\{-Q_{21/2}\right\} \qquad (8)$$

$$L_{H4} = C\exp\left\{-Q_{12/1}\right\}\exp\left\{-Q_{21/1}\right\}\exp\left\{-Q_{11/2}\right\}\exp\left\{-Q_{22/2}\right\}$$

Обозначим сумму квадратичных форм каждой гипотезы одним символом:

$$\begin{aligned}
Q_{H1} &= Q_{11/1} + Q_{21/1} + Q_{12/2} + Q_{22/2} \\
Q_{H2} &= Q_{11/1} + Q_{22/1} + Q_{12/2} + Q_{21/2} \\
Q_{H3} &= Q_{12/1} + Q_{22/1} + Q_{11/2} + Q_{21/2} \\
Q_{H4} &= Q_{12/1} + Q_{21/1} + Q_{11/2} + Q_{22/2}
\end{aligned} \qquad (9)$$

что позволит записать функции правдоподобии в компактном виде:

$$L_{H1} = C\exp\{-Q_{H1}\} \qquad L_{H3} = C\exp\{-Q_{H3}\}$$

$$L_{H2} = C\exp\{-Q_{H2}\} \qquad L_{H4} = C\exp\{-Q_{H4}\} \qquad (10)$$

Из всех функций $L_{H1}, L_{H2}, L_{H3}, L_{H4}$ максимальное значение принимает та, которая имеет минимальную сумму квадратичных форм. Таким образом, выбор гипотезы группирования КТ сводится к оценке значений $Q_{H1}, Q_{H2}, Q_{H3}, Q_{H4}$ и поиску наименьшей из них.

Решающее правило группирования КТ можно распространить на произвольное число КТ группы А и источников информации. При этом после выявления всех гипотез отождествления рассчитывается значение суммы квадратичных форм для каждой гипотезы. Согласно критерию максимального правдоподобия выбирается тот вариант группирования, для которого сумма квадратичных форм минимальна, т.е.

$$H_s^* = 1 \text{ если } Q_{HS} = \min, \qquad (11)$$

где S= 1, 2, 3, ... К; К - число гипотез группирования.

Группирование КТ без учета ЭТ обобщенных траекторий

Реализация оптимального группирования связана с определенными трудностями.

Во-первых, учет ЭТ обобщенных траекторий эквивалентен увеличению количества источников, информации, что приводит к существенному росту числа гипотез группирования.

Во-вторых, оптимальный выбор гипотез связан с заданием корреляционных матриц распределений координатной информации, элементы которых известны весьма приблизительно. В этой связи представляют интерес практически реализуемые квазиоптимальные алгоритмы группирования.

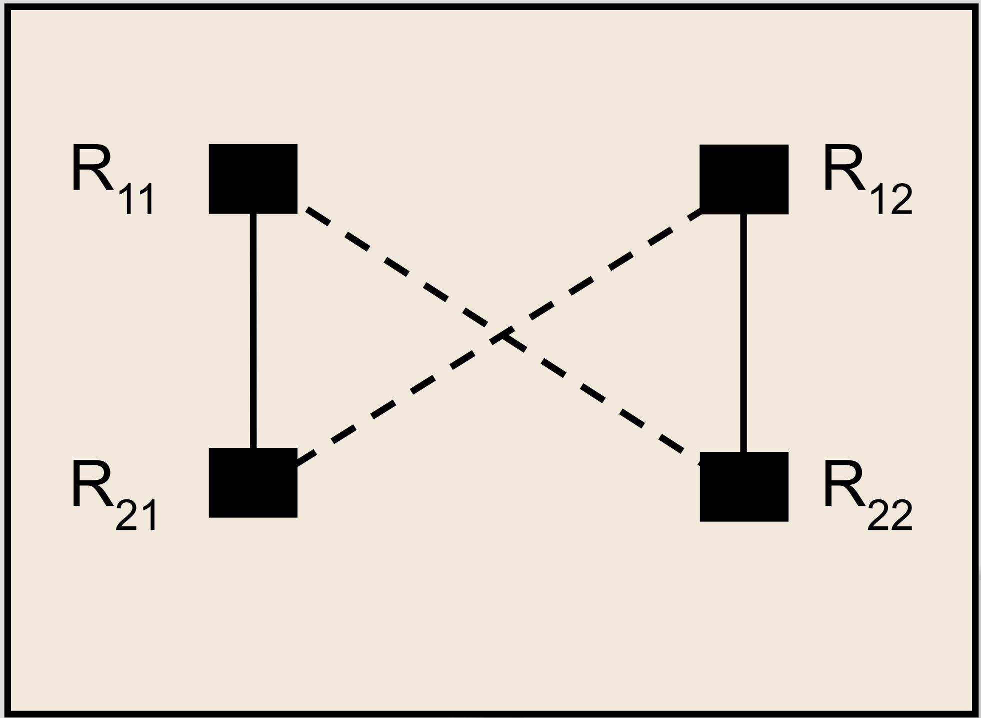
На практике нередко используется алгоритм группирования, выполняемый в три этапа.

На первом этапе группируются КТ без учета ЭТ обобщенных траекторий.

На втором этапе рассчитываются усредненные координаты и параметры движения сгруппированных КТ.

На третьем этапе выполняется привязка усредненных координат и параметров движения к обобщенным траекториям.

Группирование в изложенной постановке задачи рассмотрим на примере, условие которого изложено в предыдущем подразделе (группа А образована координатными точками $R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}$). Для данной группы рис.



возможны два варианта группирования $R_{11} - R_{21}$; $R_{12} - R_{22}$ и $R_{11} - R_{22}$; $R_{12} - R_{21}$ которым, соответствуют две альтернативные гипотезы группирования $H_1{}^*$ и $H_2{}^*$. Для каждой гипотезы составим функции правдоподобия:

$$L_{H1} = W\left(\Delta R_{1121}\right) W\left(\Delta R_{1222}\right)$$

$$L_{H2} = W\left(\Delta R_{1122}\right) W\left(\Delta R_{1221}\right) \qquad (12)$$

где ΔR_{ijkl} - вектор разностей координат R_{ij} и R_{kl}.

Вектор ΔR_{ijkl} обусловлен погрешностями измерения и пересчета координат.

Поэтому распределения $\mathbf{W}\ (\Delta \boldsymbol{R}_{ijkl})$ подчиняются нормальному двумерному закону с нулевыми математическими ожиданиями. Корреляционные матрицы $\boldsymbol{K}_{ijkl}$ распределений для упрощения алгоритма группирования считаются диагональными, т.е. имеют вид:

$$K_{ijkI} = \left\| \begin{matrix} \sigma_X^2 & 0 \\ 0 & \sigma_Y^2 \end{matrix} \right\| \qquad \textbf{(13)}$$

где - $\sigma_{X^2} = \sigma_{Xij}^2 + \sigma_{XkI}^2 \qquad \sigma_{Y^2} = \sigma_{Yij}^2 + \sigma_{YkI}^2$

$\sigma_{X^2 ij}$ **и** $\sigma_{X^2 ki}$ **дисперсии координат** $\boldsymbol{X}_{ij}, \boldsymbol{X}_{kl}$

$\sigma_{Y^2 ij}$ **и** $\sigma_{Y^2 kI}$ **дисперсии координат** $\boldsymbol{Y}_{ij}, \boldsymbol{Y}_{kl}$

Для случая диагональной корреляционной матрицы плотность вероятности вектора разностей координат принимает вид:

$$W\left(\Delta R_{ijkl}\right)=\frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y}\exp\left\{-\left(\frac{\Delta X_{ijkl}^2}{2\sigma_X^2}+\frac{\Delta Y_{ijkl}^2}{2\sigma_Y^2}\right)\right\}=C\exp\left\{-Q_{ijkl}\right\} \qquad (14)$$

где - $\Delta X_{ijkl}=X_{ij}-X_{kl};\quad \Delta Y_{ijkl}=Y_{ij}-Y_{kl}$ - разности координат.

С учетом (14) функции правдоподобия (12) принимают вид:

$$\begin{aligned} L_{H1}&=C\exp\left\{-Q_{1121}\right\}\exp\left\{-Q_{1222}\right\}=C\exp\left\{-Q_{H1}\right\}\\ L_{H2}&=C\exp\left\{-Q_{1122}\right\}\exp\left\{-Q_{1221}\right\}=C\exp\left\{-Q_{H2}\right\}\end{aligned} \qquad (15)$$

где $$Q_{H1} = Q_{1121} + Q_{1222} = \frac{\Delta X_{1121}^2 + \Delta X_{1222}^2}{\sigma_X^2} + \frac{\Delta Y_{1121}^2 + \Delta Y_{1222}^2}{\sigma_Y^2}$$
$$Q_{H2} = Q_{1122} + Q_{1221} = \frac{\Delta X_{1122}^2 + \Delta X_{1221}^2}{\sigma_X^2} + \frac{\Delta Y_{1122}^2 + \Delta Y_{1221}^2}{\sigma_Y^2} \qquad (16)$$

Согласно критерию максимального правдоподобия выбирается тот вариант группирования КТ, для которого сумма квадратичных форм минимальна, т.е.

$$H_1^* = \begin{Bmatrix} 1, если Q_{H1} \langle Q_{H2} \\ 0, если Q_{H1} \rangle Q_{H2} \end{Bmatrix} \qquad (17)$$

Дальнейшее упрощение алгоритма группирования КТ связано с допущением о равноточности намерения координат X и Y, т.е.

$$\sigma_{Xij} = \sigma_{XkI} = \sigma_{Yij} = \sigma_{YkI} = \sigma \qquad (18)$$

Тогда квадратичные формы (16) оказываются пропорциональными сумме квадратов расстояний между отождествляемыми КТ:

$$Q_{H1} = \frac{I_{1121}^2 + I_{1222}^2}{\sigma^2} \qquad Q_{H2} = \frac{I_{1122}^2 + I_{1221}^2}{\sigma^2} \qquad (19)$$

где $\boldsymbol{L_{ijkl}^2 = \Delta X_{ijkl}^2 + \Delta Y_{ijkl}^2}$

В таком случае решающее правило выбора гипотез группирования КТ принимает вид:

$$\boldsymbol{H}_1^* = \begin{cases} \mathbf{1}, \text{если } \left(\boldsymbol{L}_{1121}^2 + \boldsymbol{L}_{1222}^2\right) < \left(\boldsymbol{L}_{1122}^2 + \boldsymbol{L}_{1221}^2\right) \\ \mathbf{0}, \text{если } \left(\boldsymbol{L}_{1121}^2 + \boldsymbol{L}_{1222}^2\right) \geq \left(\boldsymbol{L}_{1122}^2 + \boldsymbol{L}_{1221}^2\right) \end{cases} \quad \textbf{(20)}$$

Решающее правило (20) допускает следующую геометрическую трактовку: верной считается та гипотеза, которой соответствует минимальная сумма квадратов расстояний между группируемыми КТ (находящимися в области строба грубого отождествления).

Рассмотренный алгоритм группирования можно распространить на случай произвольного числа источников информации и КТ. Если в качестве различительного признака группирования дополнительно использовать разность третьих координат - высот, то значение параметра рассчитывается по формуле:

$$L_{ijkl}^2 = \Delta X_{ijkl}^2 + \Delta Y_{ijkl}^2 + \Delta H_{ijkl}^2 \quad \textbf{(21)}$$

а вид решающего правила (20) не изменяется.

Учебный вопрос № 2

Усреднение координат отождествленных КТ

Усреднение координат отождествленных КТ

В результате точного отождествления сведения о каждом локационном объекте представляются группой КТ $\left\{R_{ij}\right\}$. Необходимо сформировать обобщенную координатную точку R_k путем статистического усреднения координатной информации отождествленной КТ. Известно несколько методов усреднения, основные из которых рассмотрим на примере усреднения координаты Х.

Метод средневзвешенных

Согласно методу средневзвешенных, усреднение координатной информации выполняется с учетом весовых коэффициентов, значение которых определяются точностными характеристиками источников РЛИ:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \eta_{Xi} X_i}{\sum_{i=1}^{m} \eta_{Xi}} \qquad \textbf{(22)}$$

где $\bar{X}$ **- усредненное значение координаты;**

X_i **- значение координаты Х КТ от *i*-го источника РЛИ;**

η_{Xi} **- весовой коэффициент;**

***m*- число КТ, используемых для .усреднения.**

Значения весовых коэффициентов η_{Xi} определяются дисперсиями оценивания координаты соответствующими источниками информации:

$$\eta_{Xi} = 1/\sigma_{Xi}^2 \qquad (23)$$

Если источники информации равноточные, то соотношение (22) упрощается:

$$\bar{X} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} X_i \qquad (24)$$

Согласно данному выражению, средневзвешенное усреднение, сводится к среднему арифметическому. При этом дисперсия ошибки усредненной координаты уменьшается в *m* раз.

Метод предпочтительного отбора по весовому коэффициенту

В раде случаев в интересах упрощения алгоритма третичной обработки РЛИ отказываются от метода средневзвешенных и пользуются методом предпочтительного отбора по весовому коэффициенту. Согласно данному методу из отождествленной группы выбирают одну из КТ, исключая из анализа остальные. Отобранная (опорная) КТ представляет в дальнейшем всю группу отождествленных КТ. Метод предпочтительного отбора по весовому коэффициенту дает менее точный результат, чем метод средневзвешенных, однако оправдывается в том случае, когда выбираемый источник информации (головной) имеет существенно более высокие точностные характеристики, чем остальные.

Метод предпочтительного отбора по весовому коэффициенту является частным случаем метода средневзвешенных. Действительно, пусть дисперсия оценивания координаты головным источником σ^2_{XO} намного меньше дисперсий σ^2_{Xi} остальных источников. Тогда справедливо неравенство:

$$\eta_{XO} \geq \eta_{Xi}$$

согласно которому выражение (22) принимает вид:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \eta_{Xi} X_i}{\sum_{i=1}^{m} \eta_{Xi}} \approx \frac{\eta_{XO} X_O}{\eta_{XO}} = X_O \qquad (25)$$

Метод предпочтительного отбора по времени поступления информации

Согласно методу предпочтительного отбора по времени поступления информации считается, что наименее устаревшие данные содержат самые достоверные сведения о локационном объекте. Поэтому координатная информация (например, координата X) обобщенной КТ определяется по правилу:

$$\bar{X} = X_{iЭ} \quad \text{при} \quad t_{iЭ} = \text{мин} \qquad (26)$$

Метод предпочтительного отбора по времени поступления информации целесообразно использовать при обработке КТ маневрирующей цели, так как методы усреднения, учитывающие устаревшие данные, оказываются менее точными. Среднеквадратическая ошибка усредненной координаты при использовании рассматриваемого метода определяется точностными характеристиками одного источника РЛИ.

Привязка усредненной КТ к обобщенной траектории

Привязка усредненных координат к обобщенным траекториям для рассматриваемого примера (от двух источников по две КТ) сводится к выбору одной ив двух гипотез J_1^*, J_2^* . Гипотезе J_1^* соответствует решение о принадлежности условно первой группы КТ, имеющих усредненные координаты $\overline{X}_1, \overline{Y}_1$ к ЭТ1 (представляющей первую обобщенную траекторию), а гипотезе J_2^* - решение о принадлежности условно второй группы КТ с усредненными координатами $\overline{X}_2, \overline{Y}_2$ к ЭТ1.

Решающее правило выбора гипотез, использующее степень взаимного отклонения усредненных координат и ЭТ обобщенных траекторий, аналогично полученному для выбора гипотез H_1^* и H_2^* т.е.

$$J_1^* = \begin{cases} 1, \text{если } Q_{j1} < Q_{j2} \\ 0, \text{если } Q_{j1} \geq Q_{j2} \end{cases} \qquad (27)$$

Где $$Q_{J1} = \frac{\left(\bar{X}_1 - X_1\right)^2 + \left(\bar{X}_2 - X_2\right)^2}{\sigma_X^2} + \frac{\left(\bar{Y}_1 - Y_1\right)^2 + \left(\bar{Y}_2 - Y_2\right)^2}{\sigma_Y^2}$$

$$Q_{J2} = \frac{\left(\bar{X}_1 - X_2\right)^2 + \left(\bar{X}_2 - X_1\right)^2}{\sigma_X^2} + \frac{\left(\bar{Y}_1 - Y_2\right)^2 + \left(\bar{Y}_2 - Y_1\right)^2}{\sigma_Y^2}$$

σ_X^2, σ_Y^2 **- сумма дисперсий усредненной КТ и ЭТ по координате X и У соответственно.**

В первом приближении можно считать, что в результате усреднения координаты ее дисперсия становится соизмеримой с дисперсией ЭТ обобщенной траектории. С учетом данного допущения решающее правило (27) принимает вид:

$$J_1^* = \begin{cases} \mathbf{1}, \text{если } \left(L_{11}^2 + L_{22}^2\right) < \left(L_{12}^2 + L_{21}^2\right) \\ \mathbf{0}, \text{если } \left(L_{11}^2 + L_{22}^2\right) \geq \left(L_{12}^2 + L_{21}^2\right) \end{cases} \quad \textbf{(28)}$$

где L_{ij} - линейное расстояние между *i*-й усредненной КТ и *j*-й ЭТ обобщенной траектории.

Вопросы на самоподготовку:

1. **Приведите пример возможных вариантов группирования КТ, поступающих от трех источников информации, для которых стробируются по две КТ.**
2. **Поясните методику группирования произвольного числа КТ.**
3. **От каких параметров зависит число вариантов группирования КТ?**
4. **Поясните физический смысл операций статистического выбора гипотез группирования.**
5. **Каковы преимущества метода группирования КТ без учета ЭТ обобщенных траекторий?**
6. **С какой целью выполняется задача усреднения координат отож дествленных КТ?**
7. **Поясните методы усреднения координат и дайте сравнительную ха рактеристику данных методов.**
8. **Поясните физический смысл операции привязки усредненной КТ к обобщенной траектории.**

Литература

1 Виноградов А.П. Основы обработки радиолокационной информации. ч.3. Третичная обработка радиолокационной информации. Военный университет ПВО г. Санкт-Петербург 2002 г.

2 А.Я. Матов, П.Я. Сависько, Б.М. Герасимов. Основы обработки и передачи информации в АСУ РТВ ПВО. – Киев: КВИРТУ ПВО, 1985.

СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ