



СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Военный учебный центр



ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ И ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В АСУ

Тема № 2. Автоматизация вторичной обработки РЛИ

Занятие № 8. Экспоненциальное сглаживание параметров траектории ЛО

**Руководитель занятия:
доцент кафедры АСУ ВКС
капитан Тяпкин И.В.**

Учебные вопросы:

1. Принцип экспоненциального сглаживания.
2. Анализ экспоненциального сглаживания.

Литература

1. В.Н. Ратушняк, С.В. Бейльман, И.В. Тяпкин. **Основы обработки и передачи информации в автоматизированных системах управления. Часть II Вторичная обработка радиолокационной информации.** – Красноярск: СФУ ВУЦ, 2020 – С. 103 - 113.
2. **Виноградов А.П. Основы обработки радиолокационной информации. Ч.2 Вторичная обработка радиолокационной информации.** – СПб: ФВУ ПВО, 2002 – С.89 - 97

Вопрос №1

**Принцип экспоненциального
сглаживания.**

Рассмотренные методы сглаживания координаты и параметров движения получены для моделей траектории с постоянной структурой. Параметры реальных траекторий, однако, остаются неизменными в ограниченном интервале времени.

Стремление уменьшить детерминированный характер модели движения и получить сравнительно простой алгоритм фильтрации одного из параметров траектории привело к разработке так называемого экспоненциального метода сглаживания. Физическую сущность данного метода рассмотрим на примере фильтрации скорости.

Установлено, что для реальной траектории значения ее параметров (скорости, курса) в текущем обзоре связаны со значениями соответствующих параметров в предыдущих обзорах. С увеличением временного интервала, отделяющего отсчеты интересующего параметра, степень этой связи убывает по экспоненциальному закону. Так, значения скорости $V(t_8)$ и $V(t_7)$ в соседних обзорах близки друг к другу, а $V(t_8)$ и $V(t_1)$ существенно отличаются (рис.1).

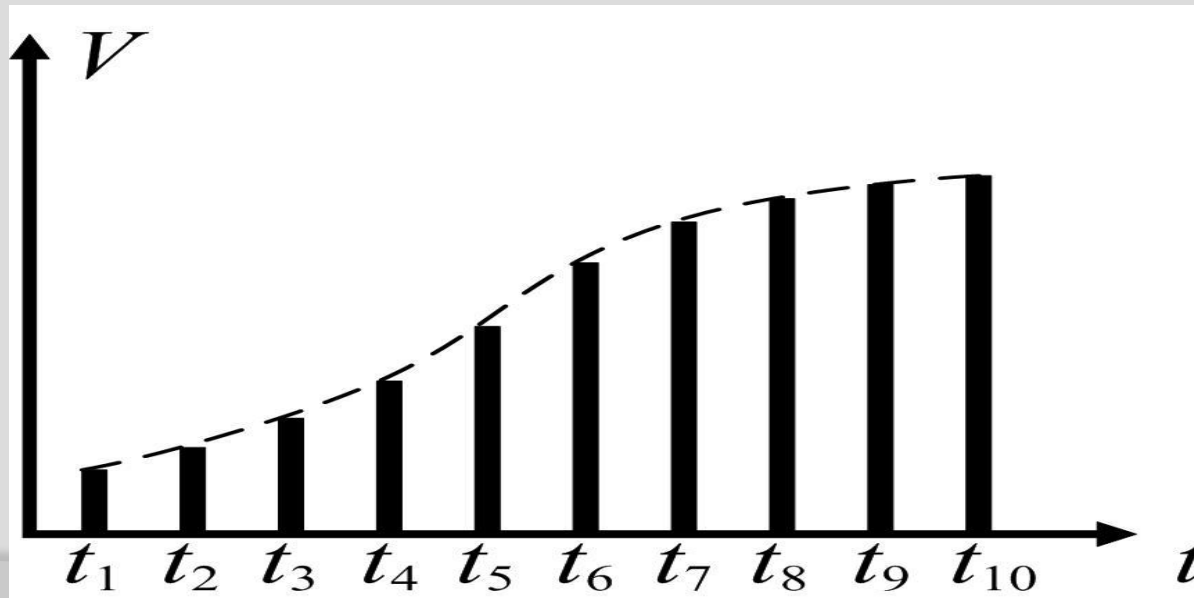


Рис. 1. Характер изменения скорости

В соответствии с указанной закономерностью предложен метод экспоненциального сглаживания параметров траектории. По данному методу *сглаженное значение скорости* определяется выражением

$$\bar{V}_n = (1 - \rho)V_n + \rho\bar{V}_{n-1}, \quad (1)$$

где ρ – коэффициент экспоненциального сглаживания.

Согласно соотношению (1) при сглаживании скорости используют лишь два параметра – рассчитанное и сглаженное значения скорости соответственно в n -м и $(n-1)$ –м обзорах. ***Вклад каждого из этих параметров в сглаженное значение*** скорости \bar{V}_n определяет коэффициент экспоненциального сглаживания ρ , значение которого выбирают в пределах от 0 до 1. Чем больше интенсивность маневра, тем меньше должна быть величина ρ , обеспечивающая тем самым большее доверие измеренному значению скорости в последнем обзоре.

Экспоненциальное сглаживание относится к последовательному методу фильтрации параметра. В каждом n -м обзоре (при $n \geq 2$) предусматривается:

- 1) выбор коэффициента экспоненциального сглаживания ρ в зависимости от интенсивности маневра по скорости;
- 2) расчет величины скорости V_n , например, по значениям измеренных координат текущего и предыдущего обзоров:

$$V_n = \frac{1}{T} \sqrt{(X_n - X_{n-1})^2 + (Y_n - Y_{n-1})^2}; \quad (2)$$

- 3) сглаживание скорости согласно соотношению (1).

Экспоненциальное сглаживание в неявном виде учитывает все рассчитанные значения скорости, начиная со второго обзора. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев «предысторию» параметра \bar{V}_n . Сглаженное значение скорости может быть оценено, начиная со второго обзора. При этом, согласно соотношению (1), получаем:

для второго обзора

$$\bar{V}_2 = (1 - \rho)V_2 + \rho \cdot 0 = (1 - \rho)V_2;$$

для третьего обзора

$$\bar{V}_3 = (1 - \rho)V_3 + \rho\bar{V}_2 = (1 - \rho)V_3 + \rho(1 - \rho)V_2;$$

для четвертого обзора

$$\bar{V}_4 = (1 - \rho)V_4 + \rho\bar{V}_3 = (1 - \rho)V_4 + \rho(1 - \rho)V_3 + \rho^2(1 - \rho)V_2;$$

для n -го обзора

$$\bar{V}_n = \rho^0(1 - \rho)V_n + \rho^1(1 - \rho)V_{n-1} + \rho^2(1 - \rho)V_{n-2} + \dots + \rho^{n-2}(1 - \rho)V_2,$$

или

$$\bar{V}_n = \sum_{i=2}^n \rho^{n-i} (1 - \rho) V_i = \sum_{i=2}^n \eta_i V_i, \quad (3)$$

где $\eta(i) = \rho^{n-i}(1 - \rho)$ – весовой коэффициент i -го значения скорости.

Полученное соотношение представляет иную трактовку экспоненциального сглаживания. При сглаживании скорости (согласно соотношению (3)) учитываются рассчитанные значения скорости текущего и всех предыдущих обзоров с весовыми коэффициентами η_i .

Значения весовых коэффициентов η_i (рис. 2) по мере старения данных ($V_n, V_{n-1}, V_{n-2}, \dots, V_2$), уменьшаются по экспоненциальному закону. Скорость уменьшения определяется коэффициентом ρ , величину которого выбирают в зависимости от интенсивности маневра. Чем интенсивнее маневр, тем в меньшей степени следует учитывать «предысторию» параметра, приближая при этом значение ρ к нулю.

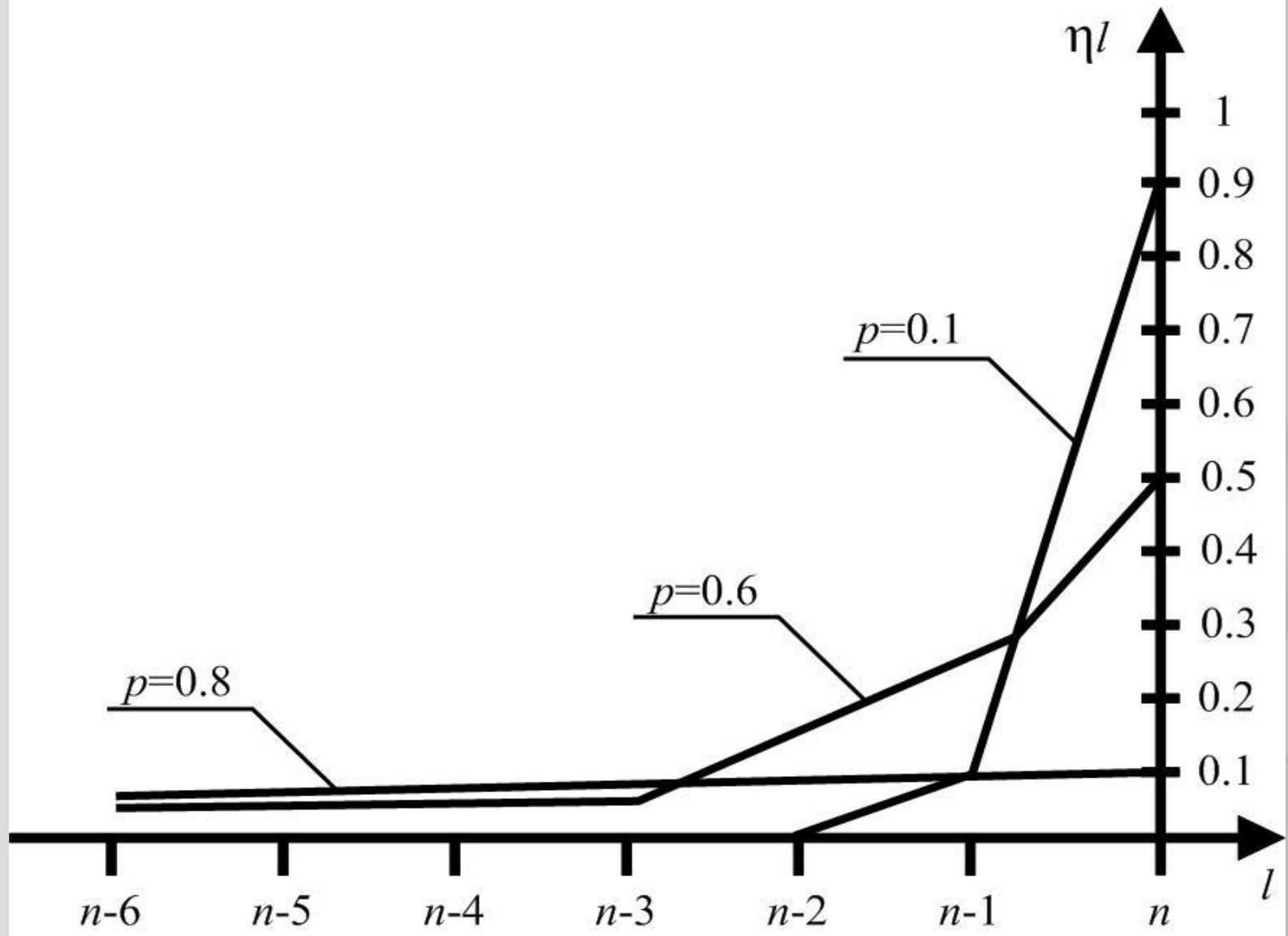


Рис. 2. Весовые коэффициенты экспоненциального сглаживания

Соотношение (3)

 n

удобно использовать при анализе экспоненциального метода сглаживания. При реализации метода предпочтение отдается рекуррентным операциям, требующим, согласно (1),

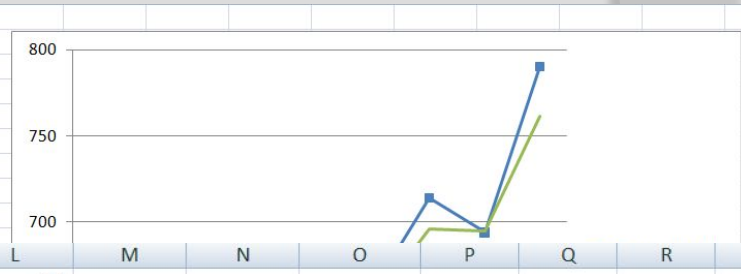
$$\bar{V}_n = (1 - \rho)V_n + \rho\bar{V}_{n-1},$$

минимального числа исходных данных на каждом шаге обработки.

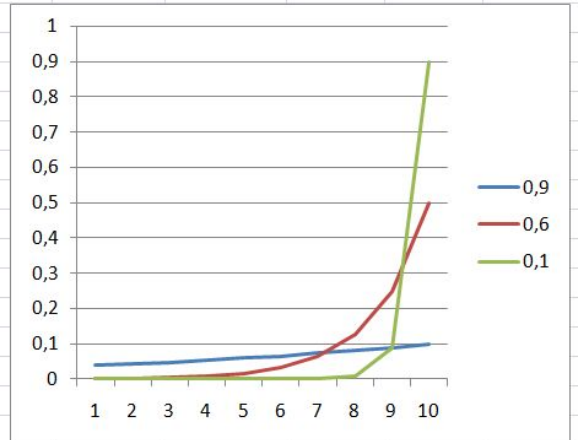
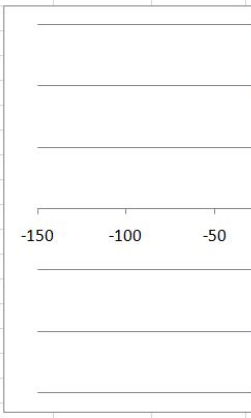
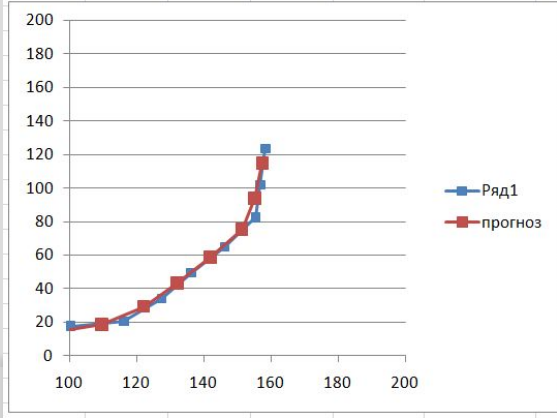
Задача №1

1. Рассчитать сглаженное значение скорости по выражению (1), для представленной траектории движения ВО для 10 обзоров при $p=0,3$ и $0,8$.
2. Построить график для значений весовых коэффициентов $(0,1;0,5;0,9)$ при экспоненциальном сглаживании.

То= 60 сек										p	
0,027778	минуты	азимут	радианы	дальность x	y	прогноз x	прогноз y	скорость	прогноз V	0,8	0,3
1	90	1,570796	70	4,28802E-15	70	4,288E-15	70		0		
2	85	1,48353	85	7,408238134	84,67655	5,1857667	80,273585	591,8503934	591,85039	591,85039	
3	80	1,396263	102	17,71211412	100,4504	13,95421	94,397349	678,2766249	609,13564	652,34876	
4	80	1,396263	118	20,49048496	116,2073	18,529602	109,66433	576	602,50851	598,90463	
5	75	1,308997	132	34,16411395	127,5022	29,473761	122,15084	638,4727273	609,70135	626,6023	
6	70	1,22173	145	49,59292078	136,2554	43,557173	132,02405	638,59876	615,48084	634,99982	
7	66	1,151917	160	65,07786289	146,1673	58,621656	141,92431	661,8794271	624,76055	653,81555	
8	62	1,082104	176	82,62699505	155,3988	75,425393	151,35644	713,8471303	642,57787	695,83765	
9	57	0,994838	187	101,8474995	156,8314	93,920868	155,18891				
10	52	0,907571	201	123,7479565	158,3902	114,79983	157,42979				



	0,9	0,5	0,1
1	0,038742	0,000977	9E-10
2	0,043047	0,001953	9E-09
3	0,04783	0,003906	9E-08
4	0,053144	0,007813	9E-07
5	0,059049	0,015625	9E-06
6	0,06561	0,03125	0,00009
7	0,0729	0,0625	0,0009
8	0,081	0,125	0,009
9	0,09	0,25	0,09
10	0,1	0,5	0,9



Вопрос №2

**Анализ экспоненциального
сглаживания.**

Режим экспоненциального сглаживания, эффективен для оценивания неизменного значения скорости, так как в данном выражении отсутствует производная параметра (ускорение). Сначала определим динамическую погрешность экспоненциального сглаживания скорости. Считается, что при оценке динамической погрешности входное воздействие не содержат случайных ошибок, т. е. рассчитанные согласно (2) значения скорости V_2, V_3, \dots, V_n являются истинными.

$$V_n = \frac{1}{T_o} \sqrt{(X_n - X_{n-1})^2 + (Y_n - Y_{n-1})^2};$$

Вначале рассмотрим наиболее простую ситуацию, которой соответствует неизменное значение скорости ($V_2 = V_3 = \dots = V_n = V = \text{const}$). Соотношение (3) в таком случае принимает вид

$$\bar{V}_n = \sum_{i=2}^n \rho^{n-i} (1 - \rho) V = V (1 - \rho) \sum_{i=2}^n \rho^{n-i} = V (1 - \rho) (1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-2}).$$

Перемножим выражения в скобках. В результате получим

$$\bar{V}_n = V(1 - \rho^{n-1}). \quad (4)$$

Согласно выражению (4), сглаженное значение скорости \bar{V}_n отличается от истинного V сомножителем $(1 - \rho^{n-1})$. Этим различием можно пренебречь, если значение сомножителя $(1 - \rho^{n-1})$ близко к единице. Нетрудно проверить, что данное условие практически выполняется уже на пятом шаге обработки (при $n=5$) для коэффициентов сглаживания ρ , величина которых находится в пределах 0–0,5 (рис. 3). При больших значениях n степень приближения $(1 - \rho^{n-1})$ к единице еще выше.

Как следует из рис. 3, коэффициент сглаживания ρ должен находиться в пределах 0–0,5. В таком случае при неизменном значении оцениваемого параметра после 5–10 обзоров динамической погрешностью можно пренебречь. Поэтому при указанных допущениях ($V=\text{const}$; $n=5$; $\rho < 0,5$) соотношения (1) и (3) справедливы.

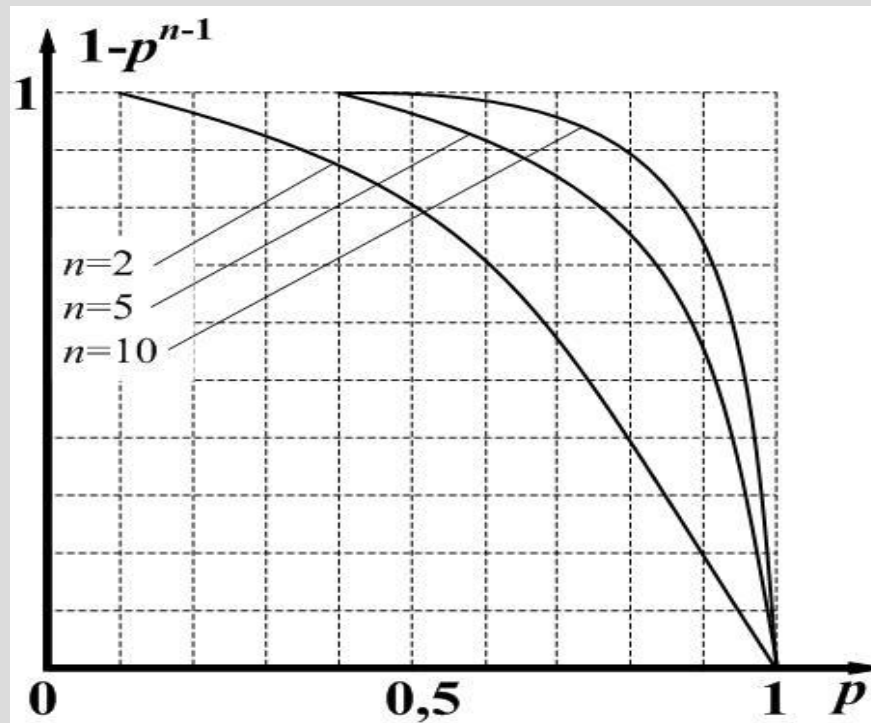


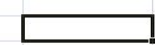
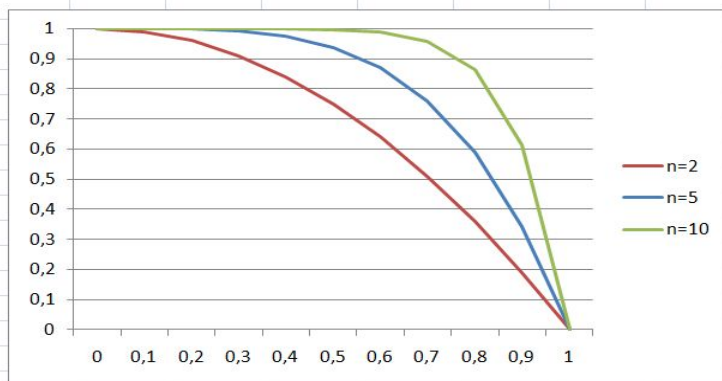
Рис. 3 Анализ динамической погрешности

Задача № 2

Подтвердить расчетами утверждение:

- при неизменном значении оцениваемого параметра 5...10 обзоров динамической погрешностью можно пренебречь.
- соотношения (1) и (4) справедливы при указанных допущениях ($V = \text{const}$; $n > 5$; $\rho < 0,5$)

n/p	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1		V	0,1	0,3	0,5	0,8	
1														Vn	Vn	Vn	Vn	
2	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0		1	900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
3	1	0,99	0,96	0,91	0,84	0,75	0,64	0,51	0,36	0,19	0		2	900	810,00000	630,00000	450,00000	180,00000
4	1	0,999	0,992	0,973	0,936	0,875	0,784	0,657	0,488	0,271	0		3	900	891,00000	819,00000	675,00000	324,00000
5	1	0,9999	0,9984	0,9919	0,9744	0,9375	0,8704	0,7599	0,5904	0,3439	0		4	900	899,10000	875,70000	787,50000	439,20000
6	1	0,99999	0,99968	0,99757	0,98976	0,96875	0,92224	0,83193	0,67232	0,40951	0		5	900	899,91000	892,71000	843,75000	531,36000
7	1	0,999999	0,999936	0,999271	0,995904	0,984375	0,953344	0,882351	0,737856	0,468559	0		6	900	899,99100	897,81300	871,87500	605,08800
8	1	1	0,999987	0,999781	0,998362	0,992188	0,972006	0,917646	0,790285	0,521703	0		7	900	899,99910	899,34390	885,93750	664,07040
9	1	1	0,999997	0,999934	0,999345	0,996094	0,983204	0,942352	0,832228	0,569533	0		8	900	899,99991	899,80317	892,96875	711,25632
10	1	1	0,999999	0,99998	0,999738	0,998047	0,989922	0,959646	0,865782	0,61258	0		9	900	899,99999	899,94095	896,48438	749,00506
													10	900	900,00000	899,98229	898,24219	779,20404



Проанализируем ситуацию, когда скорость изменяется по линейному закону (случай равноускоренного движения). Пусть приращения скорости за период обзора равно ΔV . Тогда истинные значения скорости образуют последовательность:

$$V_n; \quad V_{n-1} = V_n - \Delta V, \quad V_{n-2} = V_n - 2\Delta V, \quad \dots, \quad V_2 = V_n - (n-2)\Delta V,$$

или в общем виде $V_i = V_n - (n-i)\Delta V$, где $i=n, n-1, \dots, 2$.

Соотношение (3) для рассматриваемой ситуации принимает вид

$$\bar{V}_n = \sum_{i=2}^n \rho^{n-i} (1-\rho) V_i = \sum_{i=2}^n \rho^{n-i} (1-\rho) [V_n - (n-i)\Delta V]. \quad (5)$$

Представим соотношение (5) в виде разности двух сумм и вынесем за знаки сумм члены, не зависящие от индекса i :

$$\bar{V}_n = V_n (1-\rho) \sum_{i=2}^n \rho^{n-i} - \Delta V (1-\rho) \sum_{i=2}^n (n-i) \rho^{n-i}. \quad (6)$$

Для случая установившегося маневра, т.е. при $n > 5$, коэффициент ρ^{n-2} и ρ^{n-1} по сравнению с ρ имеют высший порядок малости (при $\rho < 0,5$ весьма близко к нулю).

Соотношение (6) принимает вид

$$\bar{V}_n \approx V_n - \Delta V \frac{\rho}{1 - \rho}. \quad (10)$$

Как следует из выражения (10), сглаженное значение скорости \bar{V}_n отличается от истинного V_n на величину, равную динамической погрешности:

$$\Delta V_{\text{д}} = \bar{V}_n - V_n \approx V_n - \Delta V \frac{\rho}{1 - \rho} - V_n = -\Delta V \frac{\rho}{1 - \rho}. \quad (11)$$

Проведенный анализ свидетельствует о том, что метод экспоненциального сглаживания характеризуется тем, что постоянные параметры оцениваются без динамических погрешностей, а изменяющиеся – с динамическими. Величина динамической погрешности определяется интенсивностью маневра ΔV и зависит от выбранного значения коэффициента сглаживания ρ . При $\rho=0$ динамическая погрешность равна нулю, а при $\rho=1$ неограниченно возрастает.

Качественный характер зависимости динамической погрешности ΔV_d от интенсивности маневра иллюстрируется рис. 4. При неизменной скорости (на интервале t_a, t_b) сглаженное значение $\bar{V}(t)$ асимптотически приближается к истинному значению $V(t)$. При изменении значения скорости на интервалах t_b, t_c, t_2) возникает динамическая погрешность. Величина этой погрешности зависит от характера движения ΔV и выбранного значения коэффициента ρ .

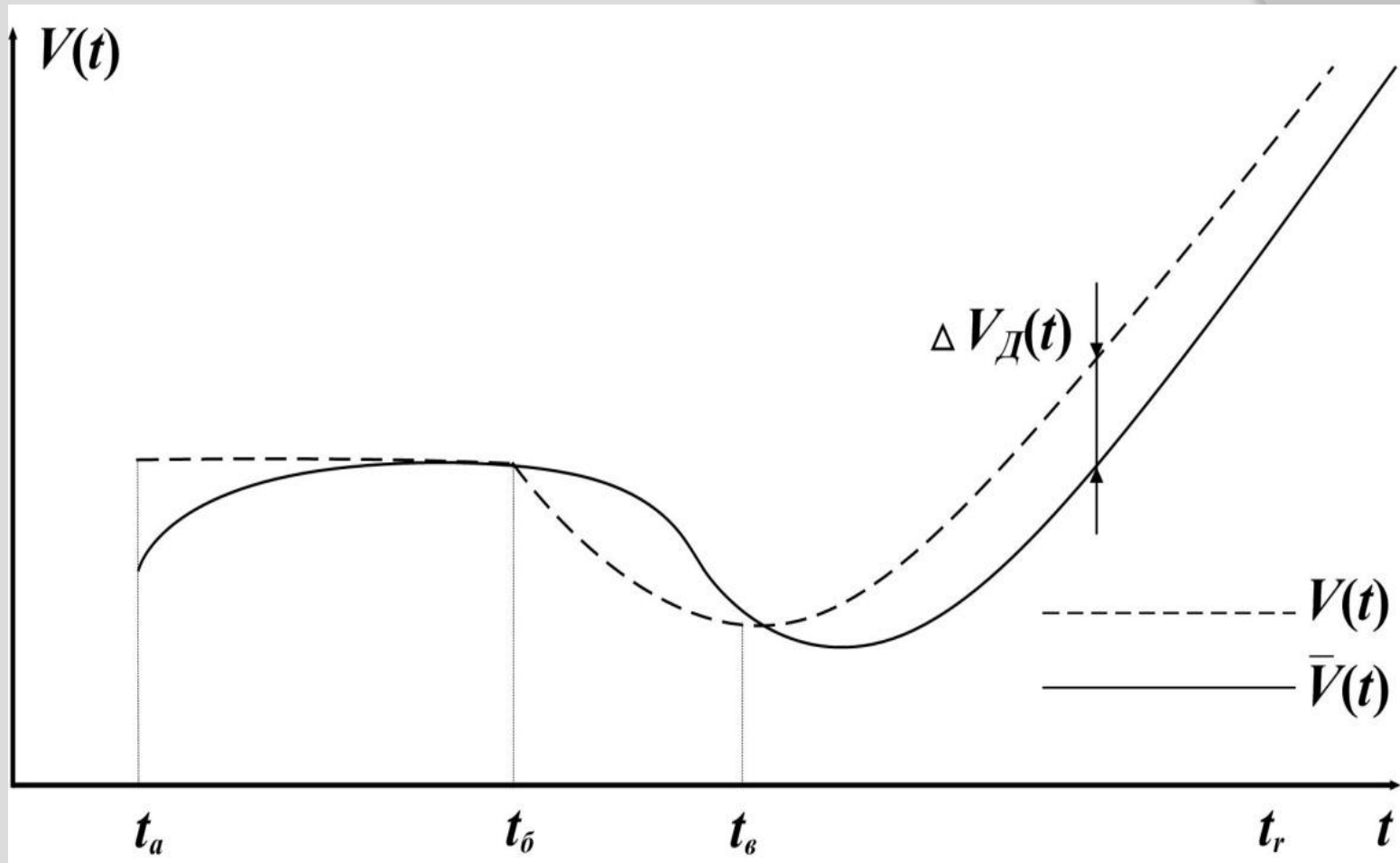
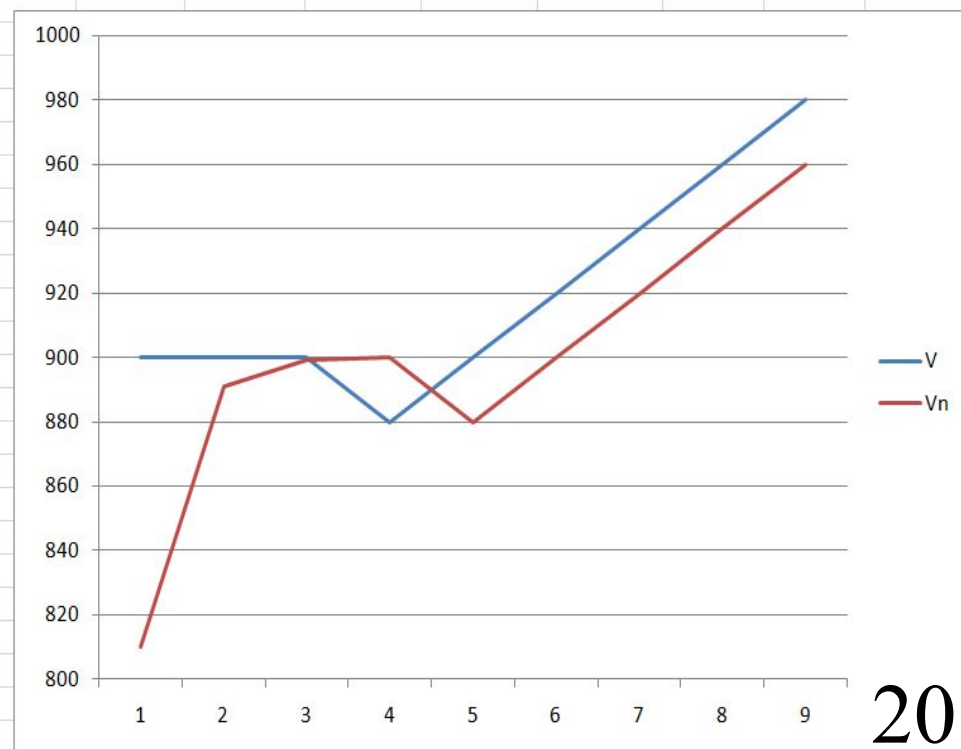


Рис. 4. Характер динамической ошибки сглаживания

Задача №3

Подтвердить расчетами : качественный характер зависимости динамической погрешности ΔV_d от интенсивности маневра рис.4.

C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
		0,1	0,3	0,5	0,8										
	V	Vn	Vn	Vn											
1	900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000										
2	900	810,00000	810,00000	810,00000	810,00000										
3	900	891,00000	891,00000	891,00000	891,00000										
4	900	899,10000	899,10000	899,10000	899,10000										
5	880	882,22222	888,57143	900,00000	960,00000										
6	900	897,77778	891,42857	880,00000	820,00000										
7	920	917,77778	911,42857	900,00000	840,00000										
8	940	937,77778	931,42857	920,00000	860,00000										
9	960	957,77778	951,42857	940,00000	880,00000										
10	980	977,77778	971,42857	960,00000	900,00000										



Выводы:

1. В основу синтеза (или эмпирического нахождения) перечисленных методов фильтрации положены априорные сведения характера изменения интересующего параметра, а также статистические характеристики потока входных данных. Получаемые при этом алгоритмы сглаживания имеют весьма сходную структуру – результат фильтрации представляет собой весовую сумму параметров, наблюдаемых на интервале сопровождения траектории. В зависимости от метода сглаживания весовые коэффициенты либо вычисляются, либо подбираются экспериментальным способом.

2. Точность оценивания параметров траектории определяется погрешностями сглаживания координат и параметров движения.

3. Если принятая модель траектории соответствует закону движения локационного объекта, то качество оценивания параметров траектории определяется размером выборки измеренных координат (количеством обзоров n), а также точностью измерения координат при первичной обработке информации. Погрешность сглаживания при этом неограниченно уменьшается с увеличением интервала наблюдения траектории (знакопеременные погрешности измерения координат при их весовом суммировании в той или иной степени компенсируют друг друга, при этом повышая точность результата обработки).

4. Если модель траектории неадекватна закону изменения параметра, то наряду со случайной наблюдается динамическая погрешность. Физическая природа этой погрешности связана с несовершенством метода оценивания, который не учитывает непредвиденные изменения интересующего параметра. Величина динамической погрешности зависит от метода сглаживания, а также интенсивности изменения оцениваемого параметра (интенсивности маневра).

Вопросы для самоконтроля

1. Какие параметры траектории подлежат оцениванию при равноускоренном движении?
2. Поясните физический смысл весового суммирования измеренных координат при оценивании параметров траектории.
3. Поясните понятия несмещенности, эффективности и состоятельности оценок параметров траектории.
4. Дайте характеристику параметров, определяющих качество фильтрации при равномерном движении.
5. Проведите сравнительный анализ качества фильтрации параметров траектории при равномерном и равноускоренном движении.
6. Поясните понятие "динамическая погрешность".
7. Сформулируйте постановку задачи последовательного сглаживания параметров траектории.
8. Поясните принцип последовательного сглаживания координаты и скорости.
9. Поясните порядок выполнения рекуррентных операций при сглаживании параметров траектории.
10. Сформулируйте правило оценивания произвольного параметра R согласно методу последовательного сглаживания.
11. С какой целью ограничивают постоянную памяти сглаживающего фильтра.

**СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ**