



Военно-инженерный институт  
Военный учебный центр  
Кафедра «Специальные радиотехнические  
системы»

Дисциплина  
«ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ  
СИСТЕМ И КОМПЛЕКСОВ»

# Лекция №6

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

# ЦЕЛЬ ЛЕКЦИИ

**Раскрыть содержание задачи оптимизации обнаружения сигналов и метода ее решения.**

## *ВОПРОСЫ ЛЕКЦИИ*

- 1. Постановка задачи оптимального обнаружения радиолокационных сигналов. Показатели качества обнаружения.**
- 2. Статистические критерии оптимизации обнаружения сигналов. Оптимальное решающее правило.**

# 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ.

## Показатели качества обнаружения

Решение задачи радиолокационного обнаружения сводится к принятию решения о наличии или отсутствии цели. В реальных условиях на входе приемного устройства РЛС наблюдается смесь полезного сигнала и помех. Это приводит к случайному характеру результатов РЛ обнаружения и указывает на статистический характер задачи обнаружения.

В общем случае колебание на входе обнаружителя можно записать в такой форме:

$$y(t) = Ax(t) + n(t),$$

где  $A$  - дискретный параметр, принимающий значения 0 или 1;

$x(t)$  - полезный сигнал;

$n(t)$  - аддитивная помеха.

**4** При этом задача РЛ обнаружения заключается в выяснении следующего: содержит принимаемое колебание  $y(t)$  отраженный сигнал  $x(t)$  или нет. Для этого необходимо принять решение  $\hat{A}$

о значении параметра  $A$  по результату анализа принятого входного колебания  $y(t)$ . Вследствие случайного характера входного шума решение  $\hat{A}$  не всегда соответствует истинному значению.

Возникают ошибки принятия правильного решения, которые при обнаружении должны быть сведены к минимуму.

Таким образом, задача оптимального обнаружения состоит в отыскании оптимального в определенном смысле решающего правила

$$\hat{A} = \hat{A}_{opt} [y(t)],$$

а метод её решения сводится к совокупности операций такого поиска.

Решение о наличии или отсутствии цели может быть принято при двух заранее неизвестных и взаимно исключающих условиях:

5

условие  $A_1$  – «цель есть»;

условие  $A_0$  – «цели нет».

Условию  $A_0$  соответствует случай, когда на входе приемного устройства присутствует только помеха, т.е.  $A = 0$  и  $y(t) = n(t)$ . Для условия  $A_1$   $A=1$  и  $y(t) = x(t) + n(t)$ .

Соответственно в этих условиях могут приниматься два вида решений:

решение  $\hat{A}_1$  - «цель есть» ( $\hat{A} = 1$ );

решение  $\hat{A}_0$  - «цели нет» ( $\hat{A} = 0$ ).

При этом возможны четыре ситуации:

$\hat{A}_1 A_1$  - правильное обнаружение; |

$\hat{A}_0 A_1$  - пропуск цели;

$\hat{A}_1 A_0$  - ложная тревога;

$\hat{A}_0 A_0$  - правильное необнаружение.

**6** Данным ситуациям соответствуют четыре вероятности совмещения указанных событий, составляющих полную группу, т. е.

$$P(\hat{A}_1 A_1) + P(\hat{A}_1 A_0) + P(\hat{A}_0 A_1) + P(\hat{A}_0 A_0) = 1.$$

По теореме умножения вероятностей имеем:

$$P(\hat{A}_i A_j) = P(\hat{A}_i / A_j) \cdot P(A_j), \quad i, j = 0; 1.$$

Ввиду того, что заранее определить априорные вероятности  $P(A_0)$  и  $P(A_1)$  практически сложно, за показатели качества обнаружения принимают условные вероятности  $P(\hat{A}_i / A_j)$ ,

которые имеют следующие обозначения:

$D = P(\hat{A}_1 / A_1)$  – условная вероятность правильного обнаружения;

$\bar{D} = P(\hat{A}_0 / A_1)$  – условная вероятность пропуска цели;

$F = P(\hat{A}_1 / A_0)$  – условная вероятность ложной тревоги;

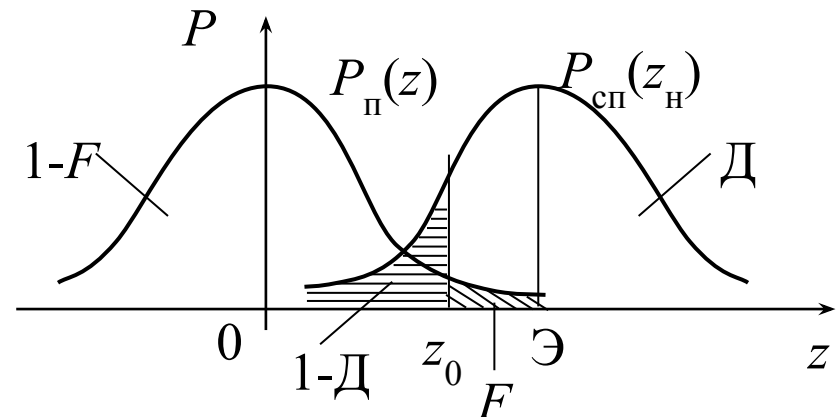
$\bar{F} = P(\hat{A}_0 / A_0)$  – условная вероятность правильного необнаружения.

**7** Так как решения, соответствующие одинаковым условиям, являются взаимоисключающими, то

$$D + \bar{D} = 1 \quad F + \bar{F} = 1$$

Тем самым качество обнаружения может быть полностью охарактеризовано условными вероятностями правильного обнаружения  $D$  и ложной тревоги  $F$ .

Допустимые значения условных вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги обычно устанавливаются из практических соображений. Значения условных вероятностей ложной тревоги  $F$  и правильного неопределения  $\bar{D}$  задаются обычно для разрешаемого элемента пространства. За определенный интервал времени работы радиолокатор просматривает большое число  $m$  таких элементов.





8

В частном случае, если условные вероятности ложной тревоги для всех элементов разрешения одинаковы, получим

$$\bar{F}_m = (\bar{F})^m = (1 - F)^m,$$

откуда при  $F < \frac{1}{m}$  вероятность хотя бы одной ложной тревоги для совокупности из  $m$  элементов

$$F_m = 1 - (1 - F)^m \approx mF.$$

При  $m > 1$  величина  $F_m > F$ . Поэтому в теории обнаружения радиолокационных сигналов обычно оперируют с весьма малыми значениями допустимой вероятности ложной тревоги для каждого из разрешаемых элементов  $F_{\text{доп}} = F_{m \text{ доп}}/m$ .

Например, при  $m = 10^5$  допустимым значениям условной вероятности ложной тревоги  $F_{m \text{ доп}} = 10^{-1} \div 10^{-3}$  соответствует допустимое значение условной вероятности ложной тревоги в каждом разрешаемом объеме  $F_{\text{доп}} = 10^{-6} \div 10^{-8}$ .

9

Вероятность правильного обнаружения  $D$  стремятся сделать возможно большей, что особенно трудно обеспечить, когда цель находится на значительном удалении и энергия отраженных сигналов крайне мала. Границу зоны обнаружения радиолокатора определяют величиной предельной дальности, на которой условная вероятность пропуска за один цикл обзора не более некоторого допустимого значения  $\bar{D}_{\text{доп}}$

$$\bar{D}_{\text{доп}} = 0,05 \div 0,5, \quad D_{\text{доп}} = 0,95 \div 0,5.$$

Иногда и завышены требования к РЛС:

$$\bar{D}_{\text{доп}} = 0,00001, \quad D_{\text{доп}} = 0,93 \div 0,9999.$$

Обобщающим показателем качества обнаружения является средний риск от ошибок обнаружения  $\bar{r}$

Этот показатель учитывает средние потери от принятия ошибочных решений в ситуациях  $(\hat{A}_0, 1) - r_{\bar{D}}$  и  $(\hat{A}_1, A_0) - r_F$

$$\bar{r} = r_F P(\hat{A}_1, A_0) + r_{\bar{D}} P(\hat{A}_0, 1).$$

Критерий – существенный признак по которому производится оценка, определение или классификация чего-либо

## 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ. ОПТИМАЛЬНОЕ РЕШАЮЩЕЕ ПРАВИЛО

Учитывая априорные вероятности  $P(A_0)$ ,  $P(A_1)$  и введенные показатели качества обнаружения  $D$ ,  $F$ , средний риск

$$\bar{A} = r_F P(A_0) F + r_{\bar{D}} P(A_1) (D - \dots)$$

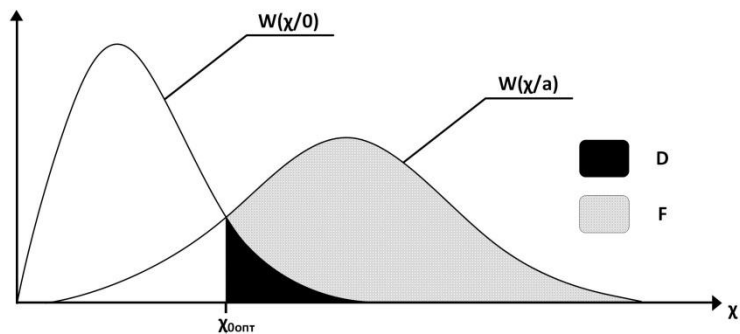
*Таким образом, основными показателями качества обнаружения сигналов являются вероятности правильного и ошибочного решений, стоимости потерь (риска) от принятия ошибочных решений и средний риск.*

Наиболее общим критерием оптимальности обнаружения сигналов является **критерий минимума среднего риска** (байесовский). Подбирается такой способ (алгоритм) обработки РЛИ, при котором средний риск принимает минимальное значение, т. е.  $\bar{r} \Rightarrow \min$ .

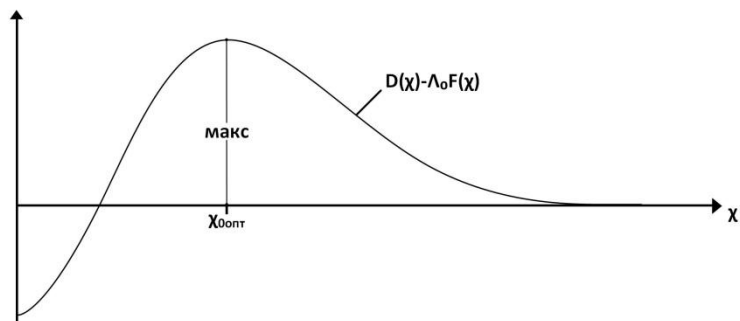
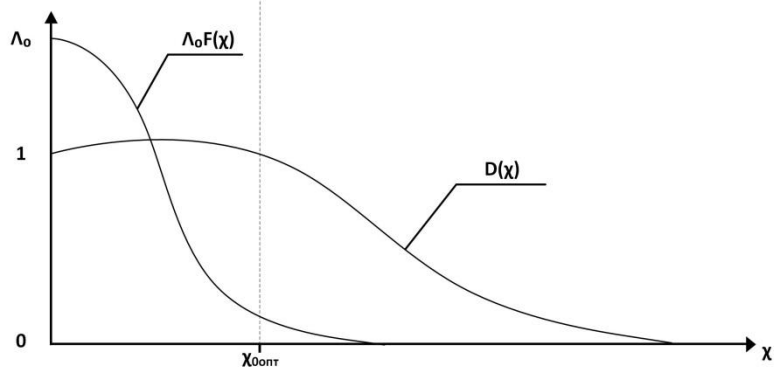
$$P = r_F F \cdot P(A_0) + r_{\bar{D}} (D - \dots) F(A_1) = \dots [D(A_0 - \dots)],$$

$(D - l_0 F \rightarrow \max)$  – **весовой критерий**. Выражение представляет весовой критерий, согласно которому оптимизация обнаружения достигается за счет обеспечения максимума разности

$$l_0 = \frac{r_F \cdot P(A_0)}{r_{\bar{D}} \cdot P(A_1)} \text{ – весовой множитель.}$$



Какая ошибка???



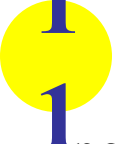
К выбору порога по весовому критерию

Критерий Неймана-Пирсона является следствием весового критерия и вытекает из следующих логических рассуждений. Если при одинаковом весовом множителе сравнить два обнаружителя, один из которых является оптимальным, то, согласно весовому критерию, справедливо неравенство:

$$D_{\text{ОПТ}} - \Lambda_0 F_{\text{ОПТ}} \geq D - \Lambda_0 F$$

$$D_{\text{ОПТ}} \geq D + \Lambda_{00} (F_{\text{ОПТ}} - F)$$

Согласно **критерию Неймана-Пирсона**, оптимальный обнаружитель обеспечит наибольшую условную вероятность правильного обнаружения из всех обнаружителей, у которых условная вероятность ложной тревоги не больше, чем у оптимального.



Отсюда следует, что оптимальный обнаружитель имеет наибольшую вероятность правильного обнаружения среди всех обнаружителей, у которых вероятность ложной тревоги  $F \leq F_{\text{опт}}$ .

Это свойство используется в **критерии Неймана–Пирсона**, согласно которому оптимальная система обнаружения должна максимизировать вероятность правильного обнаружения  $D$  при фиксированной вероятности ложной тревоги  $F$ , т.е.  $D = \max$  при  $F = \text{const}$ .

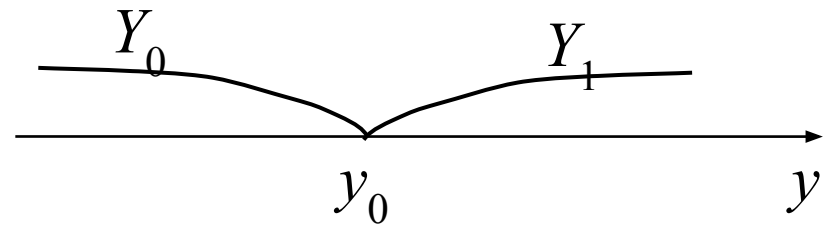
На практике также используется критерий идеального наблюдателя. Под идеальным понимается такой наблюдатель, для которого и ложная тревога, и пропуск цели имеют одинаковую стоимость  $r_F = r_D = r_0$ . (Применяется в теории связи при передаче цифровой информации)

При  $r_0 = 1$   $P = \bar{D} \cdot (F + A) + A \cdot (D)$ .

Для решения задачи оптимизации обнаружения необходимо определить взаимосвязь показателей качества  $D$  и  $F$  с характеристиками принимаемого сигнала  $y(t)$  и перейти от наблюдаемых значений  $y(t)$  к решению  $A[y(t)]$ .

Для этого следует разбить множество возможных реализаций  $y(t)$  на две области:  $Y_1$  и  $Y_0$ .

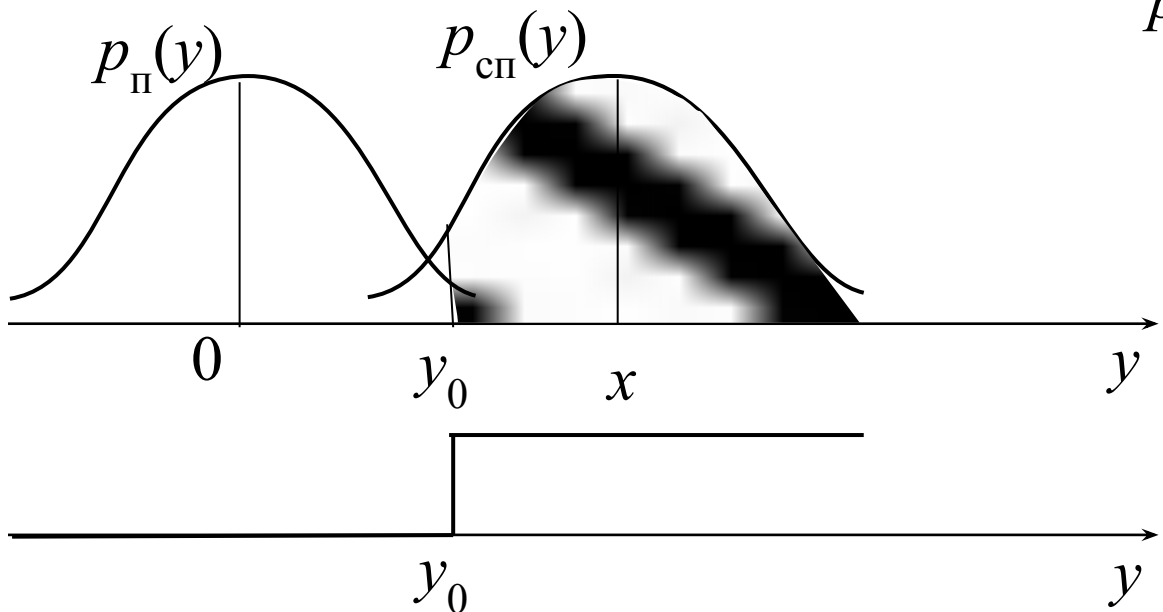
Разбиение области  $Y$  определения величины  $y$  на  $Y_1$  и  $Y_0$  осуществим введением некоторого порогового значения  $y_0$



1 Чтобы найти оптимальное правило  $\hat{A}_{\text{опт}}(y)$

2 будем полагать, что плотности вероятности распределения помехи  $p_{\text{п}}(y)$  и смеси «сигнал + помеха»  $p_{\text{сп}}(y)$  известны.

Если помеха распределена по нормальному закону с нулевым средним, то графики условных плотностей распределения случайной величины  $y$  при отсутствии  $p_{\text{п}}(y)$  ( $A = 0$ ) и наличии  $p_{\text{сп}}(y)$  ( $A = 1$ ) цели будут иметь вид, показанный на рис.



$$p_{\text{сп}}(y) = p_{\text{п}}(y - x).$$

График плотности распределения  $y$  при наличии полезного сигнала  $p(y/A_1) = p_{\text{сп}}(y)$  сдвинут относительно графика  $p(y/A_0) = p_{\text{п}}(y)$  на величину полезного сигнала  $x$ .

Решение задачи обнаружения может быть описано решающей функцией  $\hat{A}_{\text{опт}}(y)$



$$3 \quad D = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(y) \cdot p_{\text{сп}}(y) dy, \quad \hat{A}(y) = \begin{cases} \text{при} & y \geq y_0 \\ \text{при} & y < y_0 \end{cases} \quad D - l_0 F = \max.$$

$$D - l_0 F = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(y) \cdot p_{\text{сп}}(y) \cdot [l(y) - l_0] dy =$$

Введенная таким образом, послеопытная плотность вероятности  $p(y)$ , рассматриваемая как функция параметра  $y$ , называется **функцией правдоподобия**, которая показывает насколько одно возможное значение параметра  $y$  более «правдоподобно», чем другое. Согласно критерию максимального правдоподобия из двух гипотез есть цель или нет выбирается та, которой соответствует большее значение функции правдоподобия для наблюдаемой реализации  $y$ :

$$l(y) = \frac{p_{\text{сп}}(y)}{p_{\text{п}}(y)} \quad \text{— отношение правдоподобия.}$$

Поскольку  $p_{\text{п}}(y) \geq 0$ , то величина  $D - l_0 F$  достигает максимума при наибольших величинах произведения:

$$\hat{A}(y)[l(y) - l_0] = \max. \quad \hat{A}_{\text{опт}}(y) = \begin{cases} \text{при} & l(y) \geq l_0, \\ \text{при} & l(y) \leq l_0. \end{cases}$$

# ВЫВОД

Последнее соотношение характеризует критерий отношения правдоподобия.

*Таким образом, решение о наличии цели принимается в том случае, когда отношение правдоподобия  $l(y) \geq l_0$ , в противном случае принимается решение об отсутствии цели.*

## Заключение и указания по отработке материала лекции

1. Оптимальное правило решения задачи обнаружения сводится к нахождению отношения правдоподобия и сравнению его с порогом.
2. Основными показателями качества радиолокационного обнаружения являются условные вероятности правильного обнаружения  $D$  и ложной тревоги  $F$ .
3. Основными статистическими критериями оптимизации обнаружения сигналов являются:
  - критерий минимума среднего риска;
  - весовой критерий;
  - критерий Неймана-Пирсона.

***Отработать материал лекции в соответствии с  
рекомендованной литературой:***

***Л 1/о с. 66-74***

**ООПИ ч 1**