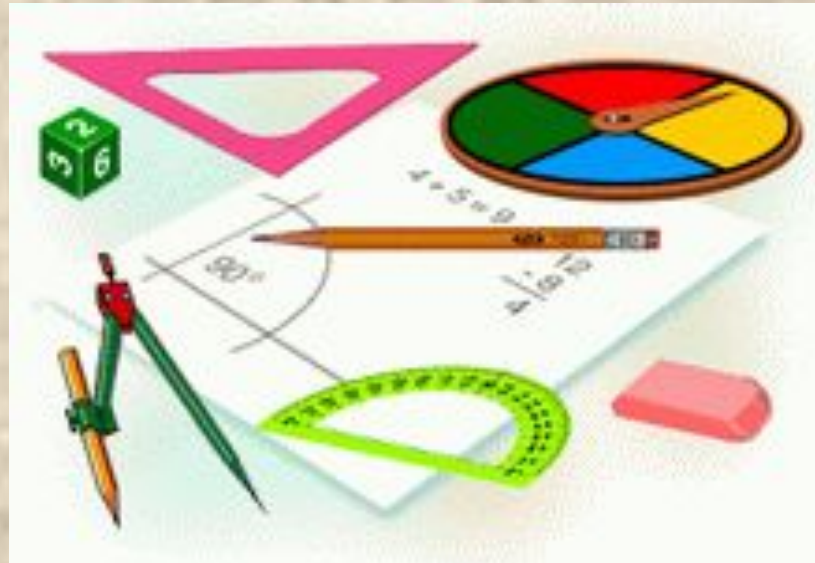


Описательная статистика



Медиана



Не только среднее арифметическое показывает, где на числовой прямой располагаются числа какого-либо набора и где их центр.

Другим показателем является **медиана**.

Медианой набора чисел называют такое число, которое разделяет набор на две равные по численности части.

(Вместо «медиана» можно было бы сказать «середина».)

Пример 1

Возьмем какой-нибудь набор различных чисел, например 1, 4, 7, 9, 11. Подберем число m так, чтобы в наборе оказалось поровну чисел, которые меньше и которые больше чем m .

На пробу возьмем $m=5$. В нашем наборе два числа меньше чем 5 (это 1 и 4), и три числа больше чем 5: это 7, 9 и 11. Значит, число 5 не годится.

Теперь возьмем $m=7$. Меньше числа 7 два числа, больше числа 7 тоже два числа. Следовательно, число 7 делит этот набор на две равные по численности части: (1 и 4) и (9 и 11), само оставаясь посередине набора. Число 7 – медиана набора чисел 1,4, 7,9,11.

В этом примере набор состоял из 5 чисел, записанных в порядке возрастания. Медианой в этом случае оказывается число, стоящее в точности посередине.

Пример 2

Рассмотрим набор 1, 3, 6, 11. Найти медиану набора.

Числа тоже записаны по возрастанию, но их четыре, поэтому среди них нет числа, стоящего точно посередине.

Любое число из интервала (3,6) разделяет наш набор на две равные по численности части (1 и 3) и (6 и 11).

Медианой этого набора служит любое число, которое больше 3 и меньше 6. По определению в качестве медианы в таких случаях берут центр срединного интервала.

В нашем случае это центр интервала (3,6). Это полусумма его концов

$$\frac{3+6}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Число 4,5 – медиана этого набора.

Пример 3(а)

Найти медиану набора 12, 2, 11, 3, 7, 10, 3.

Расположим числа по возрастанию: 2, 3, 3, 7, 10, 11, 12.

Будем убирать числа одновременно с обоих концов набора. Получим последовательные наборы:

2, 3, 3, 7, 10, 11, 12

3, 3, 7, 10, 11

3, 7, 10

7

Медианой будет число 7.



Пример 3 (б)

Найти медиану набора 12, 2, 11, 3, 7, 10, 3, 15.

Расположим числа по возрастанию: 2, 3, 3, 7, 10, 11, 12, 15.

Будем убирать одновременно с обоих концов набора числа. Получим последовательные наборы:

2, 3, 3, 7, 10, 11, 12, 15

3, 3, 7, 10, 11, 12

3, 7, 10, 11

7, 10

Медианой может служить любое число, большее либо равное 7 и меньшее либо равное 10, но обычно в качестве медианы берут полусумму чисел 7 и 10.

$$\frac{7 + 10}{2} = \frac{17}{2} = 8,5$$

8,5 – медиана набора.

Пример 3 (в)

Найти медиану набора 1, 2, 2, 2, 3, 3.

Расположим числа по возрастанию: 1, 2, 2, 2, 3, 3

Будем убирать одновременно с обоих концов набора. Получим последовательные наборы:

1, 2, 2, 2, 3, 3

2, 2, 2, 3

2, 2

$$\frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

2 – медиана набора.



Определение 1. Медианой набора различных чисел называют такое число (скажем m), которое обладает следующим свойством: количество чисел набора, меньших либо равных m , равно количеству чисел набора, больших либо равных m .

Определение 2. Медианой набора n чисел (среди которых могут быть совпадающие), называется

- число, стоящее посередине (на месте с номером $[n/2]+1$) в упорядоченном по возрастанию ряду этих чисел, если n нечетно,
- полусумма чисел, стоящих на средних местах (с номерами $n/2$ и $n/2+1$) в упорядоченном наборе этих чисел, если n четно.

5 10 7 8 4 . 3 6
2. 7 1 3 7 2
9 ÷ 1

Пример 4

Производство пшеницы в России в 1995-2001 гг. млн.тонн

ГОД	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
производство	30,1	34,9	44,3	27,0	31,0	34,5	47,0

Средний урожай равен $\frac{30,1 + 34,9 + 44,3 + 27,0 + 31,0 + 34,5 + 47,0}{7} = 35,5 \text{ млн.тонн}$

Найдем медиану:

27,0; 30,1; 31,0; 34,5; 34,9; 44,3; 47,0

30,1; 31,0; 34,5; 34,9; 44,3;

31,0; 34,5; 34,9;

34,5 млн. тонн - медиана

Пример 5

В России в 2002 г. было 13 городов с числом жителей более 1 млн. человек. Данные о населении этих городов в тысячах человек за разные годы приведены в таблице 4.

Город	Население, тыс.чел.			
	1979	1989	2002	2006
Волгоград	926	999	1013	1025
Екатеринбург	1210	1296	1293	1308
Казань	989	1085	1105	1113
Москва	8057	8878	10358	10425
Ниж.-Новгород	1342	1400	1311	1284
Новосибирск	1309	1420	1426	1397
Омск	1016	1149	1134	1139
Пермь	989	1041	1000	993
Ростов-на-Дону	925	1008	1070	1055
Самара	1192	1222	1158	1143
С.-Петербург	4569	4989	4669	4581
Уфа	977	1080	1042	1030
Челябинск	1030	1107	1078	1093

Пример 5 (продолжение)

1. Найти среднее значение численности жителей этих городов в 2002 г.

$$\frac{1013 + 1293 + 1105 + 10358 + 1311 + 1426 + 1134 + 1000 + 1070 + 1158 + 4669 + 1042 + 1078}{13} = 2127,5$$

Заметим, что нет в таблице города население которого было бы близко к среднему значению. Значит среднее арифметическое не дает представление о населении «среднего», «типичного» города.

Лучшее представление о населении «среднего», «типичного» города-миллионера дает медиана.

2. Упорядочим числа за 2002 год и найдем медиану:

1013;1293;1105;10358;1311;1426;1134;1000;1070;1158;4669;1042;1078

1293;1105;10358;1311;1426;1134;1000;1070;1158;4669;1042

1105;10358;1311;1426;1134;1000;1070;1158;4669

10358;1311;1426;1134;1000;1070;1158

1311;1426;1134;1000;1070

1426;1134;1000

1134

Медиана равна 1134 тыс. человек. Это население г.Омска.

Упражнения

№1 Вычислите медиану и среднее арифметическое чисел, сравните медиану и среднее значение:

- a) 1, 3, 5, 7, 9;
- b) 1, 3, 5, 7, 14;
- c) 1, 3, 5, 7, 9, 11;
- d) 1, 3, 5, 7, 9, 16.

№2 Отметьте числа и их медианы на числовой оси:

- a) 8, 11, 3;
- b) 7, 4, 8, 1, 5;
- c) 10, 3, 9, 8, 4, 5, 7.

№3 Отметьте числа и их медианы на числовой оси:

- a) 9, 11, 3, 17;
- b) 7, 4, 8, 1, 5, 6;
- c) 11, 3, 9, 8, 13, 4, 5, 7.

№4 Найдите медиану следующих наборов чисел:

- a) 3, 4, 11, 17, 21;
- b) 17, 18, 19, 25, 28;
- c) 25, 25, 27, 28, 29, 40, 50.

№5 Найдите медиану следующих наборов чисел:

- a) 2, 4, 8, 9;
- b) 1, 3, 5, 7, 8, 9;
- c) 10, 11, 11, 12, 14, 17, 18, 22.