

Компьютерный практикум по математическому анализу в

среде Matlab Практическое занятие 6

<http://serjmak.com/2students/matlabma/seminar6>
<http://serjmak.com/2students/matlabma/seminar6.ppt>

Темы

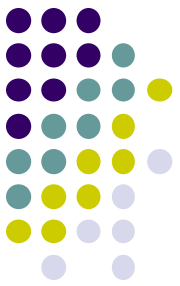
Операции с полиномами: умножение, сложение, деление, вычитание. Вычисление производных полиномов.

Интерполяция и сглаживание. Построение сплайнов, метод наименьших квадратов. Интерполяция двумерных и многомерных данных.

Теория:

http://serjmak.com/2students/matlabma/1.%20Matlab7_Anufr.pdf

[1] (стр. 271-280)



Matlab: краткая теория



Возможные функции для выполнения заданий:

Полином задаётся вектором его коэффициентов:

$x^3+3x^2+3 \rightarrow p = [1 \ 3 \ 0 \ 3]$ (считая нулевые коэффициенты).

`polyval(p, 1)` считает значение полинома от аргумента (в данном случае 1). Аргумент может быть матрицей или вектором.

`roots(p)` вычисляет корни полинома (аргументом служит вектор коэффициентов).

`conv(a,b)` – произведение двух полиномов (заданных векторами его коэффициентов).

`[d, r] = deconv(a,b)` – деление полиномов с остатком (`d` – частное, `r` – остаток).

Для сложения и вычитания полиномов нет специальных функций; если полиномы одинаковой степени, то проблем нет; если же – разной, то меньший вектор с коэффициентами полинома меньшей степени надо дополнить соответствующими значениями (нулями), чтобы его длина соответствовала большему полиному и можно было выполнять операции сложения и вычитания.

`polyder(p)` – вычисление производной от полинома (`p` – вектор коэффициентов); `polyder(p,q)` – вычисление производной от

Matlab: краткая теория



Возможные функции для выполнения заданий:

$[n, d] = \text{polyder}(p, q)$ – вычисление производной от отношения двух полиномов, заданных векторами p и q ; n – числитель отношения (вектор коэффициентов полинома-числителя), d – знаменатель отношения (вектор коэффициентов полинома-знаменателя получающегося отношения полиномов).

Задача приближения некоторых дискретных данных (например, таблично заданной функции (по точкам: x, y)) к некоторой функции, которую они представляют, тем самым находя, например, закон движения точки, решается с помощью критериев **интерполирования**, при котором аппроксимирующая функция совпадает с табличной в узлах (этих точках x, y), и **сглаживания**, основанного на минимизации некоторого критерия, например – суммы квадратов отклонений в узлах.

$\text{polyfit}(x, y, p)$ – построение полинома фиксированной степени для приближения табличной функции одной переменной; x, y – векторы со значениями табличной функции, p – требуемая степень полинома для сглаживания. При изменении степени полинома возможно ухудшение приближения.

$\text{poly2sym}(p)$ – отображение полинома в «человеческом» виде

Matlab: краткая теория



Возможные функции для выполнения заданий:

Интерполяция сплайнами – аппроксимация данных, указанных для табличной функции, сплайнами (полиномами на определённом участке) какого-то порядка. **Интерполяция по соседним точкам** – сплайнами нулевого порядка (степень полинома на каждом участке равна нулю), значение в каждой

промежуточной точке принимается равным ближайшему значению, заданному в таблице. Т.е. данные приближаются ступенчатой функцией (на графике между точками-узлами, заданными в таблице, видны ступеньки). **Линейная интерполяция** – просто соединение узловых точек прямыми, в результате получаем ломаную линию (или сплайн первого порядка). **Интерполяция кубическими сплайнами** (3 порядка) используется для получения более гладкой функции.

$y_{near} = \text{interp1}(x, y, x_i, \text{'тип интерполяции'})$ – интерполяция любым из перечисленных способов. x, y – значения узловых точек, x_i – координаты абсцисс промежуточных (между узловыми) точек табличной функции, тип интерполяции – nearest (по соседним точкам), linear (линейная, по умолчанию), spline (кубическими сплайнами), pchip (кубическими эрмитовыми сплайнами); y_{near} –

Matlab: краткая теория



Возможные функции для выполнения заданий:

Интерполяция двумерных данных – построение функции двух переменных, приближающей заданные в точках (x,y) значения z .

Узлы задаются с помощью `meshgrid`, сама функция интерполяции – `interp2(x,y,z,xi,yi,'тип интерполяции')`. x,y,z задаются с помощью `meshgrid` и самой функции $z(x,y)$, xi,yi тоже задаются с помощью `meshgrid`, а тип интерполяции – это уже наверняка знакомые фразы `nearest` (по соседним точкам), `bilinear` или `linear` (билинейная, по умолчанию), `bicubic` или `cubic` (бикубическими сплайнами), `spline` (кубическими сплайнами).

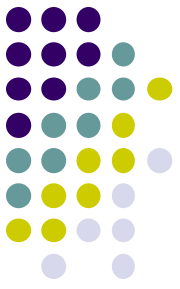
Для аппроксимации трёхмерных данных есть функция `interp3`, многомерных - `interpn`. Многомерные сетки создаются функцией `ndgrid`. Многомерное приближение производится аналогично двумерному.

Matlab: задание



- 1) Перемножьте полиномы x^5+x^4+x+3 и x^3+2x^2+x-10 . Ответ напишите с помощью `disp` в том же виде, что и полиномы в этом задании (а не с помощью вектора коэффициентов).
- 2) Найдите частное от деления полинома $x^8+x^5+x^2-1$ на полином x^3+2x-1 . Ответ напишите с помощью `disp` в том же виде, что и полиномы в этом задании (а не с помощью вектора коэффициентов).
- 3) Найдите остаток от деления полинома $x^7+x^5+x^4-3x^3-2x^2-16x-1$ на полином $x^3-116x+1$. Ответ напишите с помощью `disp` в том же виде, что и полиномы в этом задании.
- 4) Сложите полиномы $x^9+x^6+4x^5+2x^4+3x^3+x+3$ и $3x^5+2x^2-3x-9$. Ответ напишите с помощью `disp` в том же виде, что и полиномы в этом задании (а не с помощью вектора коэффициентов).
- 5) Найдите разность полиномов $x^8+2x^7+4x^4+2x^3+3x+3$ и x^9+2x . Ответ напишите с помощью `disp` в том же виде, что и полиномы в этом задании (а не с помощью вектора коэффициентов).
- 6) Найдите производную от полинома $2x^6+3x^5+x^3-10x^2-x+1024$. Ответ напишите сами знаете в каком виде.

Matlab: задание



- 7) Дана табличная функция, заданная точками $x = [0.1 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.7 \ 0.9 \ 1.0 \ 1.3 \ 1.6 \ 2.0]$ и $y = [-3 \ -5 \ -2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 3.5 \ 6 \ 2.5 \ 8]$. Приблизьте её методом наименьших квадратов полиномами 3, 4, 5, 6 и 7 степени. Отобразите её и приближения на графике в одном окне (всего 6 графиков). Подпишите легенду, отражающую саму функцию и степень полинома для каждого приближения.
- 8) Для той же функции из п. 7 используйте 4 типа интерполяции сплайнами (всего должно быть 5 графиков в одном окне с легендой, отражающей тип приближения). Промежуточные точки задайте от $x(1)$ до $x(10)$ с шагом 0.01.
- 9) Для функции $z = \sin(3\pi x) * \sin(3\pi y) * e^{-(x^2 - y^2)}$ на области $x, y = 0:1$ с шагом 0.2 постройте в 5 различных областях одного окна сначала саму функцию (surf), а затем в остальных областях – 4 приближения всевозможными способами (nearest, bilinear, bicubic, spline). Для промежуточных значений используйте шаг 0.02 в той же области x, y . Подпишите (title), где какое приближение. Помедитируйте над результатом. Вспомните antialiasing, 3D-компьютерные игры.
- 10) На почту!