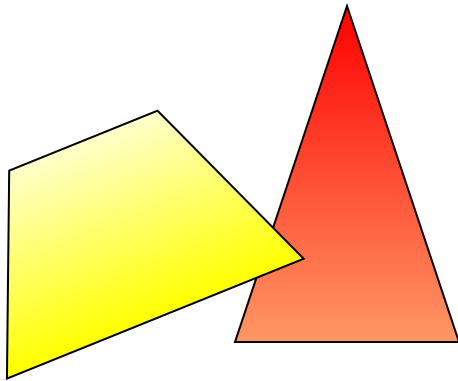


# Пирамида

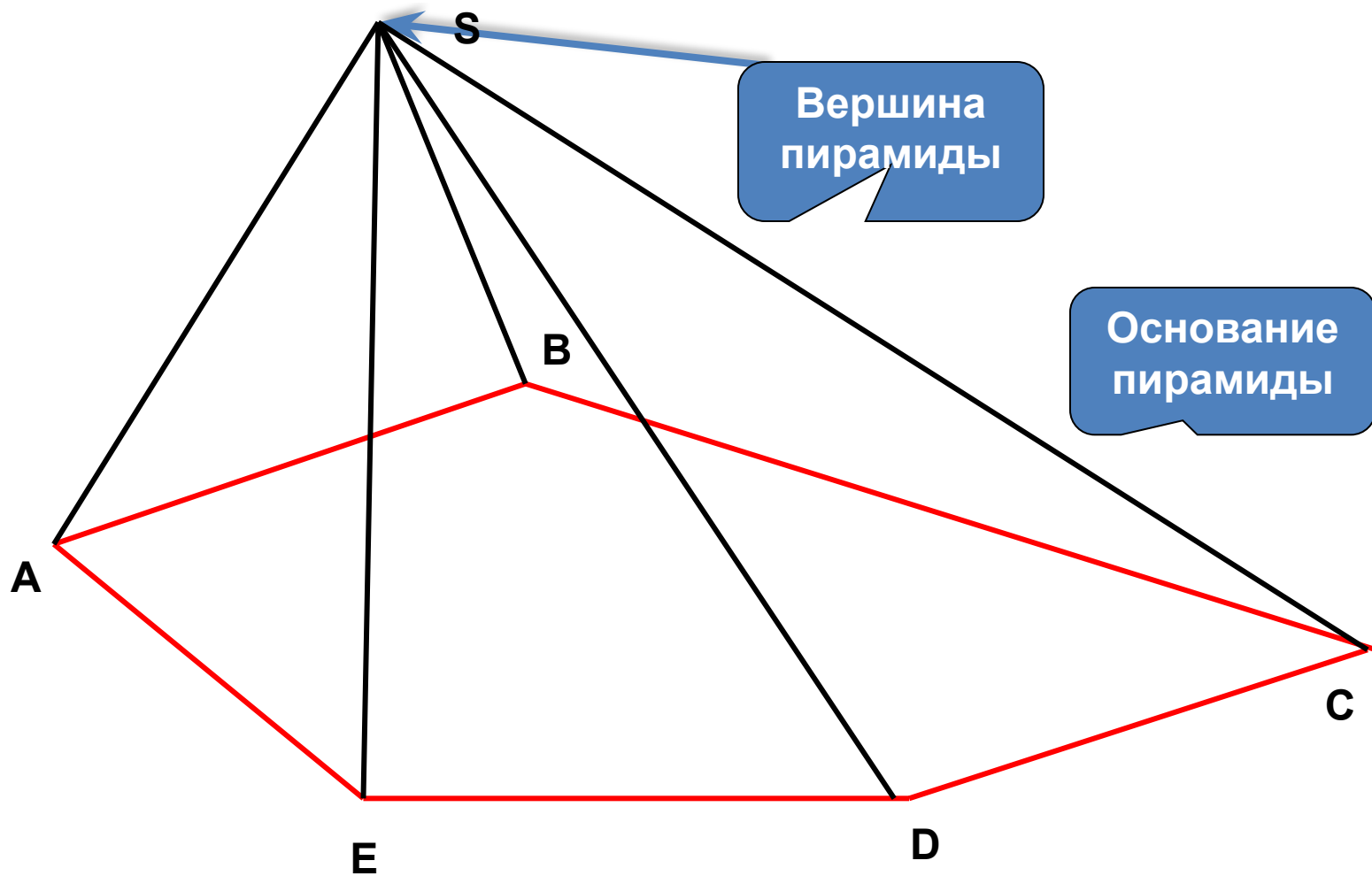


Её элементы.

Правильная  
пирамида.

Усечённая пирамида

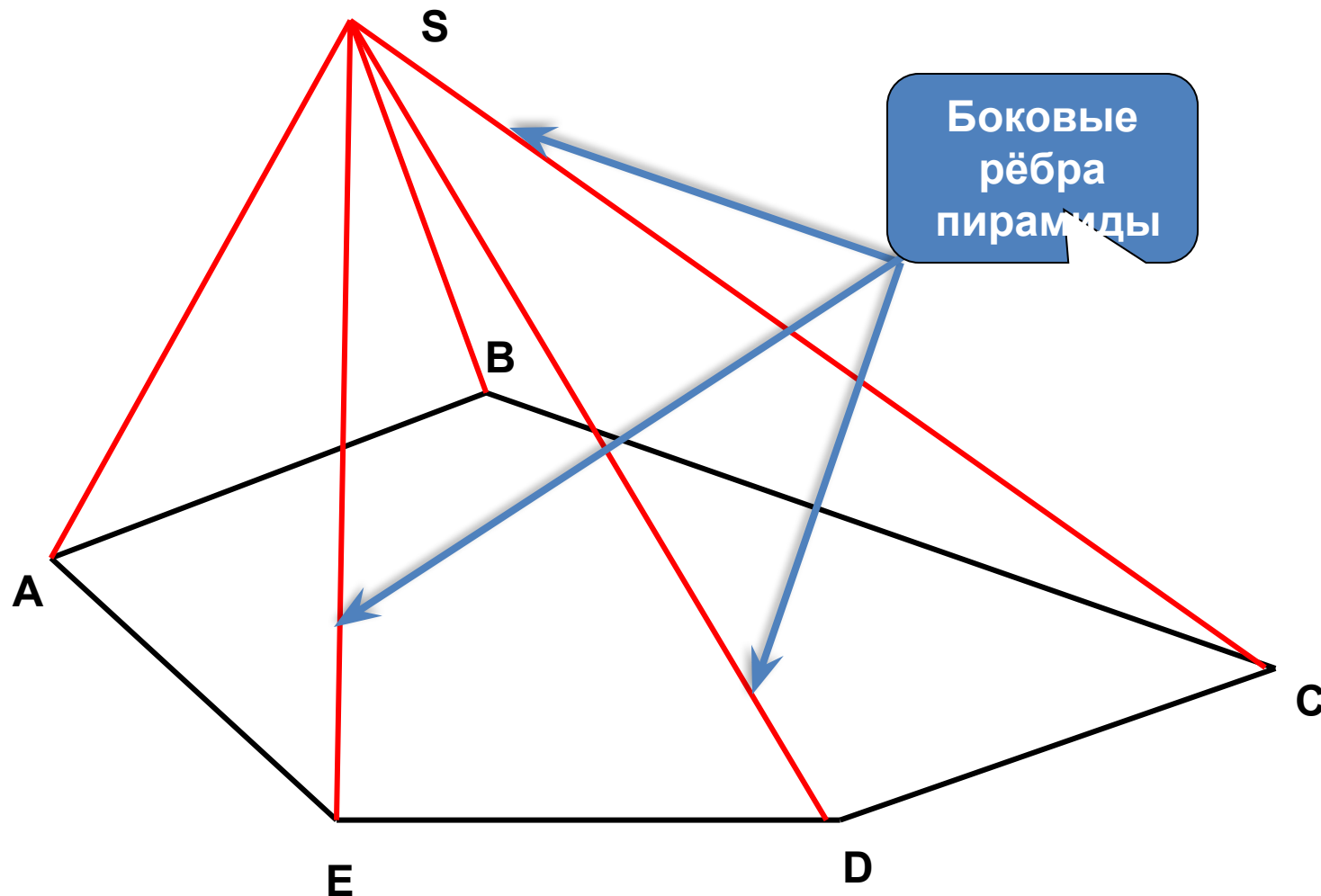
***S*** – вершина пирамиды  
***ABCDE*** – основание пирамиды



**Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются**

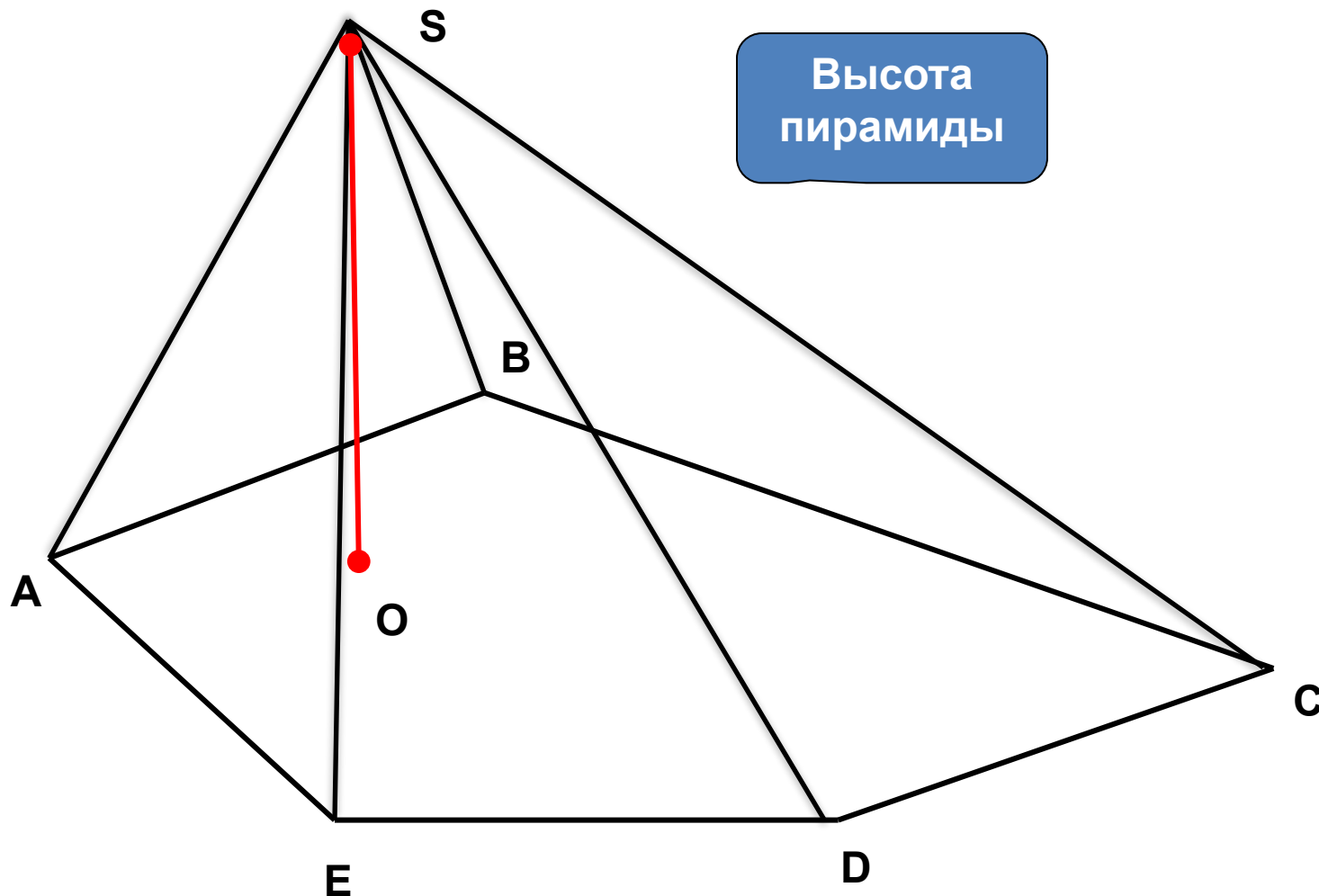
**боковыми рёбрами**

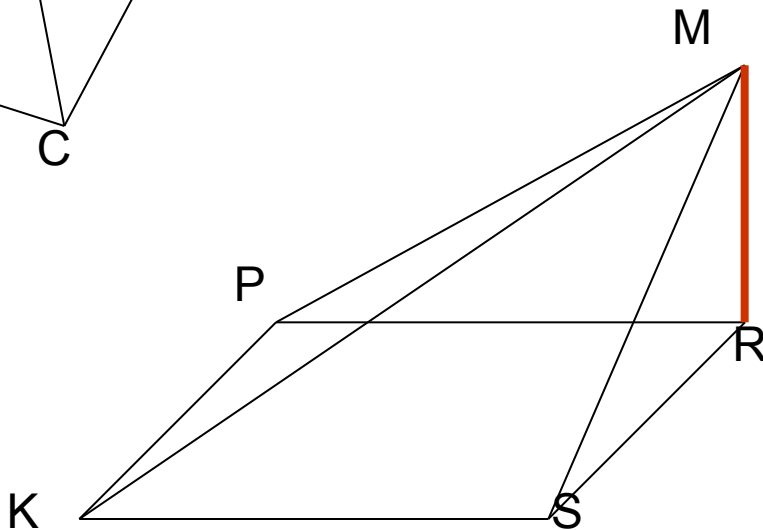
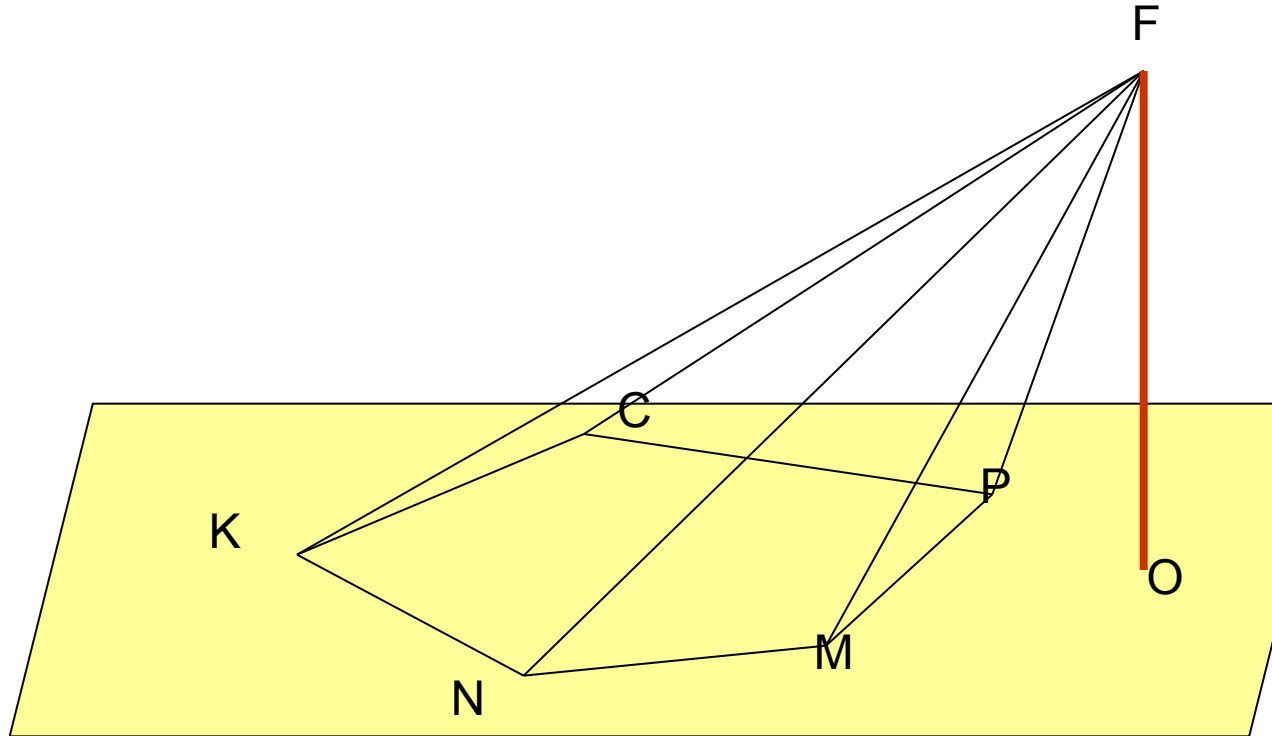
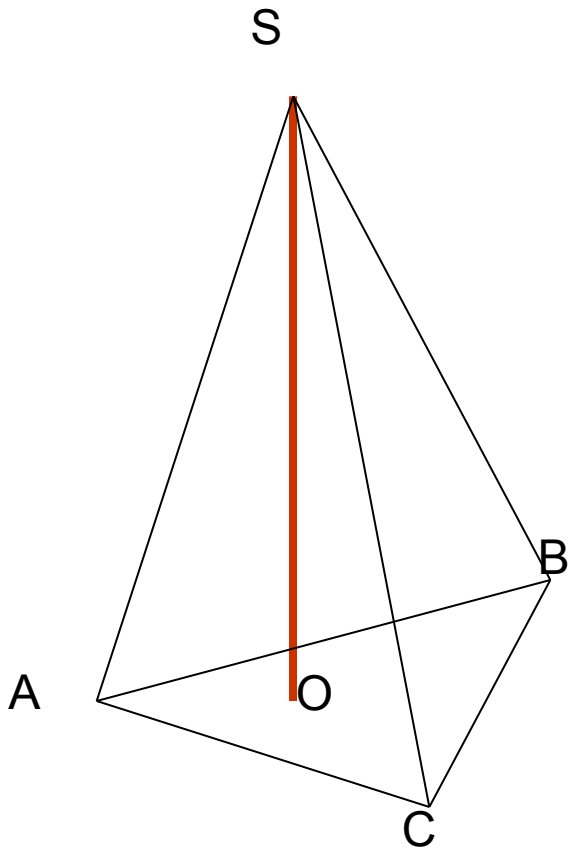
**$SA, SB, SC, SD, SE$  - боковые рёбра пирамиды  $SABCDE$ .**



**Высотой** пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

**$SO$**  - высота пирамиды  **$SABCDE$** .

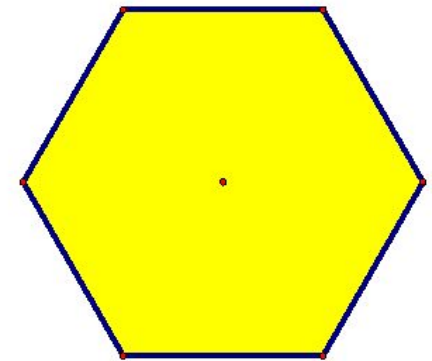
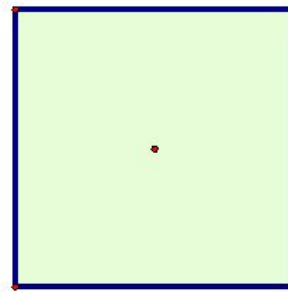
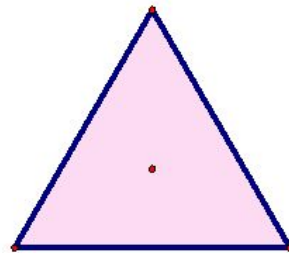
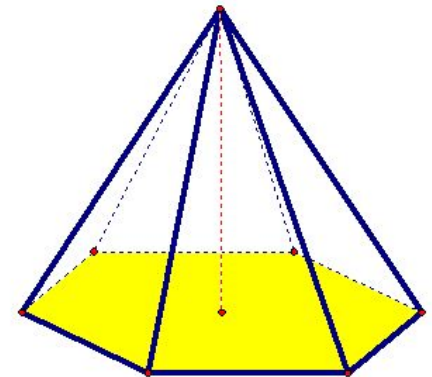
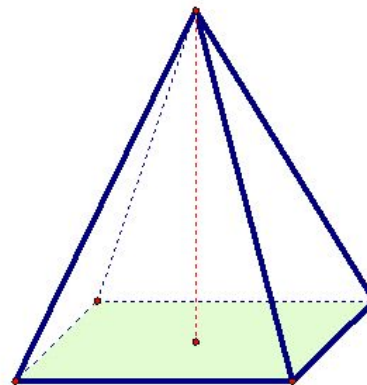
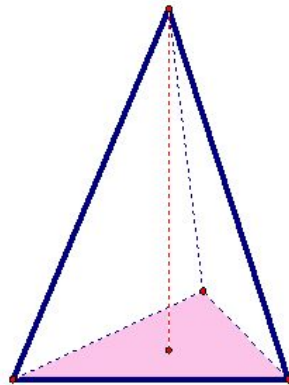




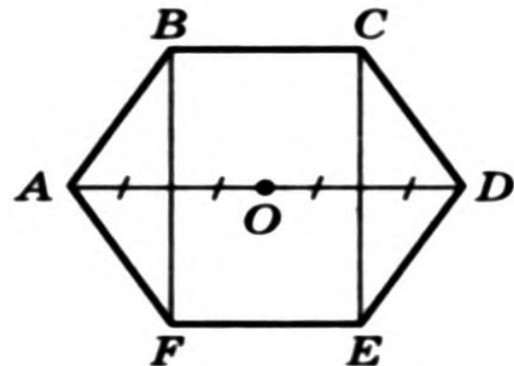
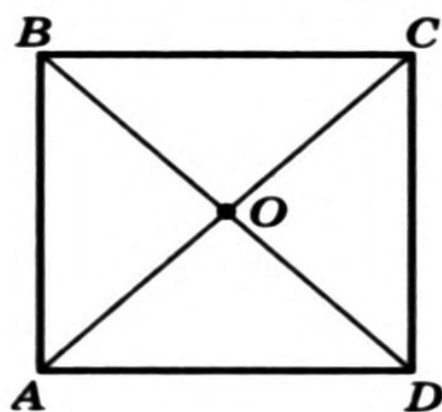
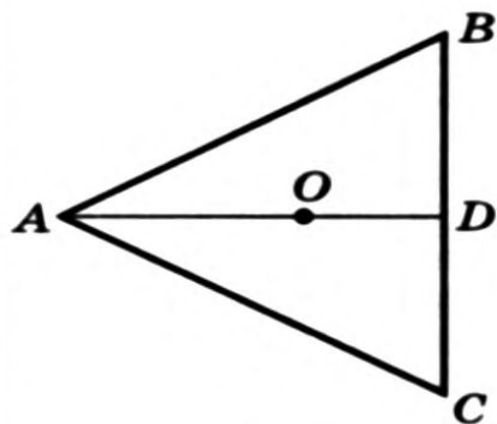
Высота –  
перпендикуляр,  
опущенный из  
вершины  
пирамиды на  
плоскость  
основания

Пирамида называется **правильной**, если её основанием является правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

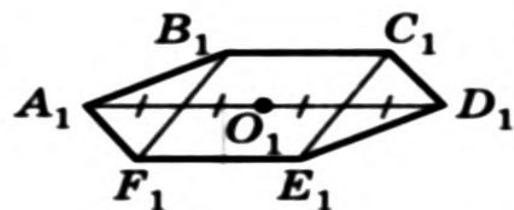
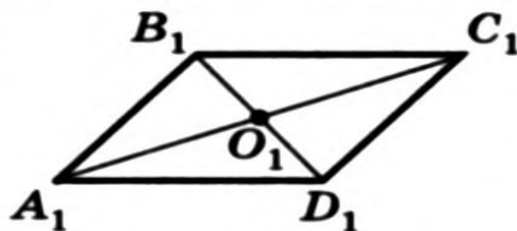
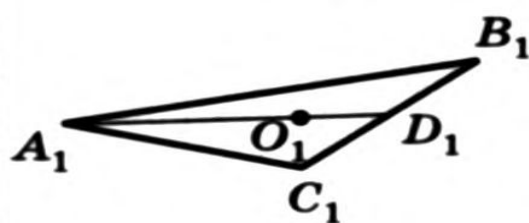
Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются **равнобедренными треугольниками**



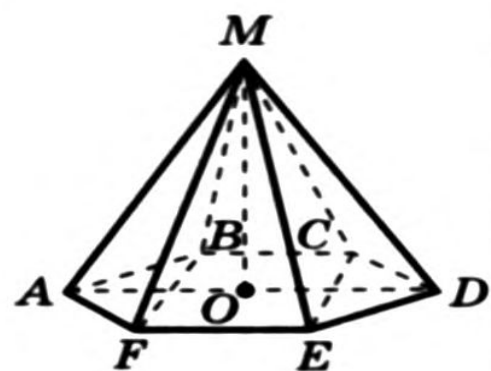
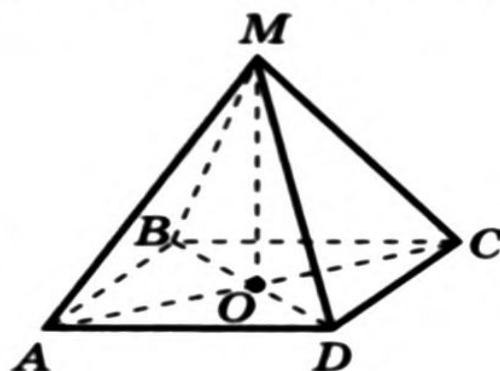
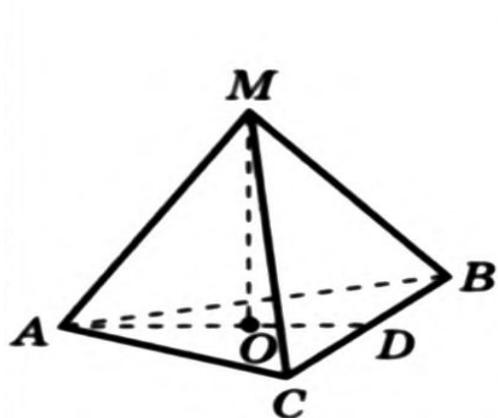
### Правильные многоугольники



### Параллельные проекции многоугольников

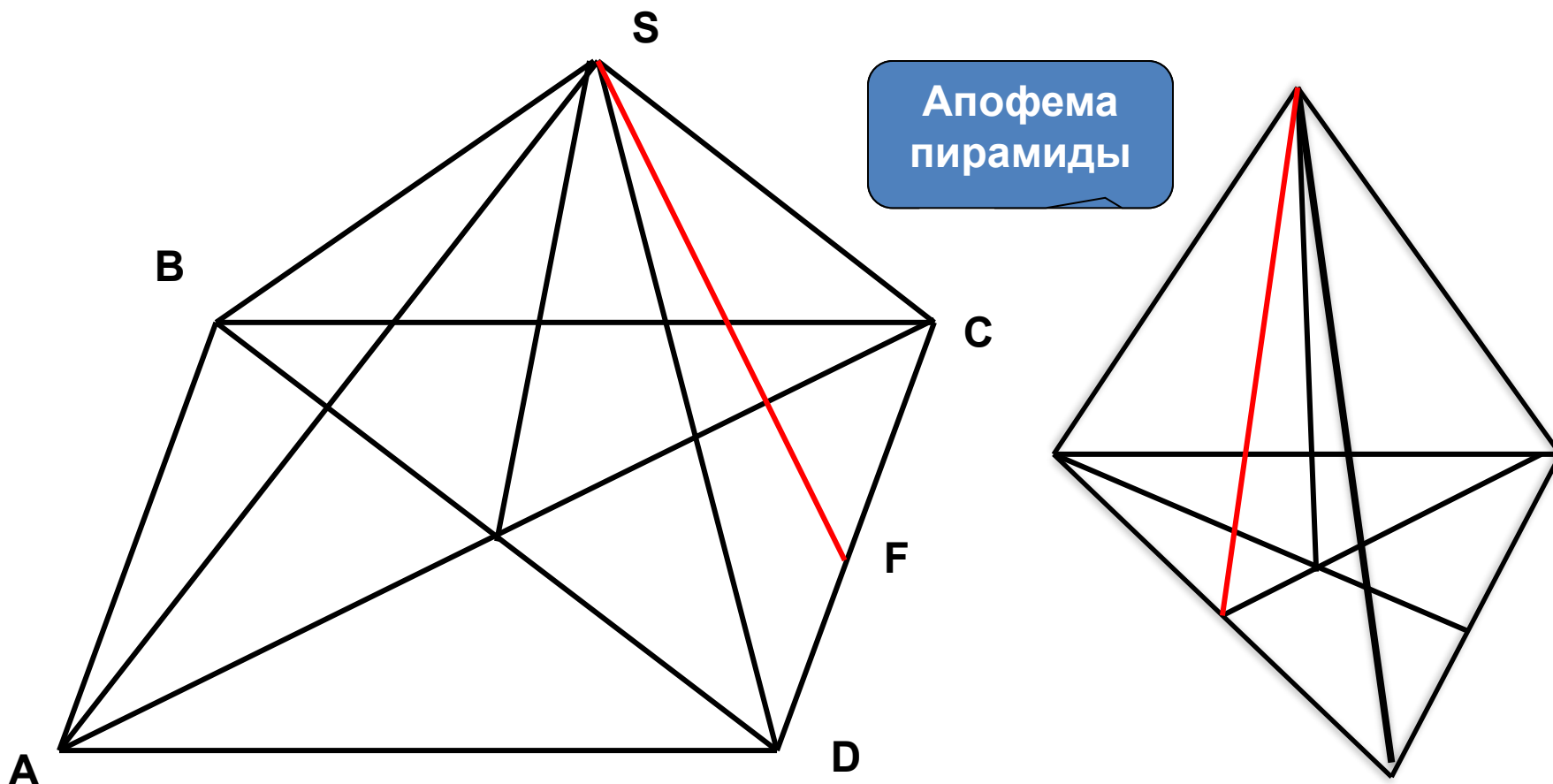


### Правильные пирамиды



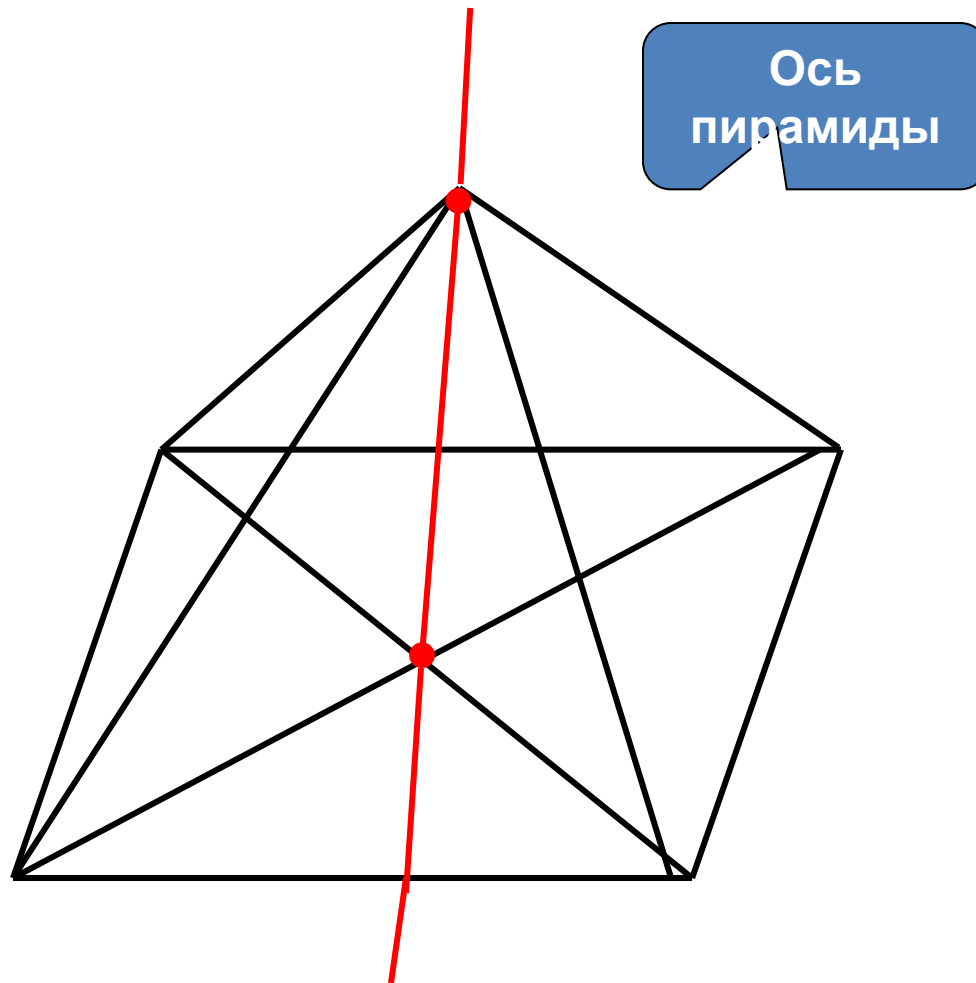
Высота боковой грани правильной пирамиды,  
проведённая из её вершины, называется  
**апофемой**.

**$SF$**  – апофема пирамиды  **$SABCD$** .





**Осью** правильной пирамиды называется прямая, содержащая её высоту.



Рассмотрим пирамиду  $PA_1A_2\dots A_n$  и проведём секущую плоскость  $\beta$ , параллельную плоскости  $\alpha$  основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках  $B_1, B_2, \dots, B_n$

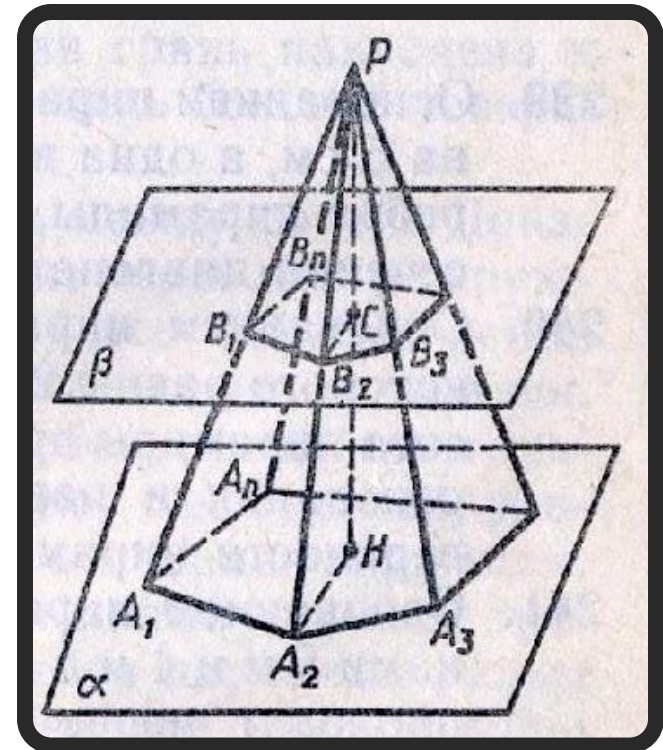
Плоскость  $\beta$  разбивает пирамиду на 2 многогранника

$A_1A_2\dots A_nB_1B_2\dots B_n$  – **усечённая пирамида**

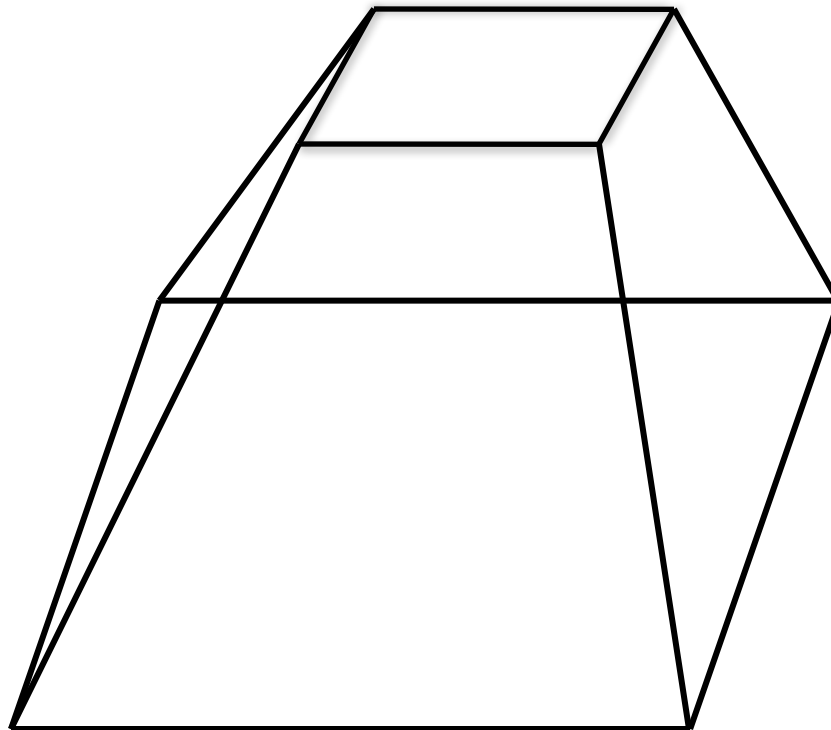
$A_1B_1, \dots, A_nB_n$  – **боковые рёбра**

$A_1B_1B_2A_2, \dots$  – **боковые грани**

$A_1A_2\dots A_n, B_1B_2\dots B_n$  – **основания усечённой пирамиды**



*Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.*



**Боковой поверхностью пирамиды**  
**называется сумма площадей её**  
**боковых граней.**

**Площадь полной поверхности**  
**пирамиды** равна сумме площади  
**боковой поверхности и площади**  
**основания:**

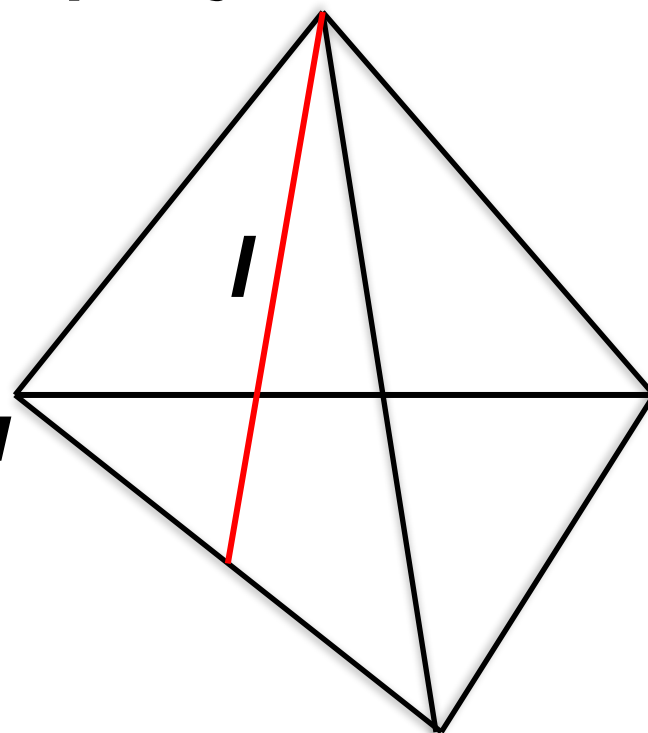
$$S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

**Площадь боковой поверхности  
правильной пирамиды равна  
произведению полупериметра  
основания на апофему:**

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P l$$

***p* – периметр основания**

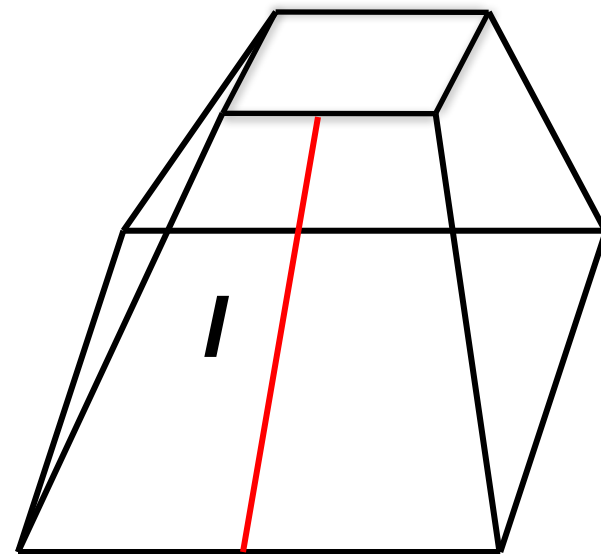
***l* – апофема пирамиды**



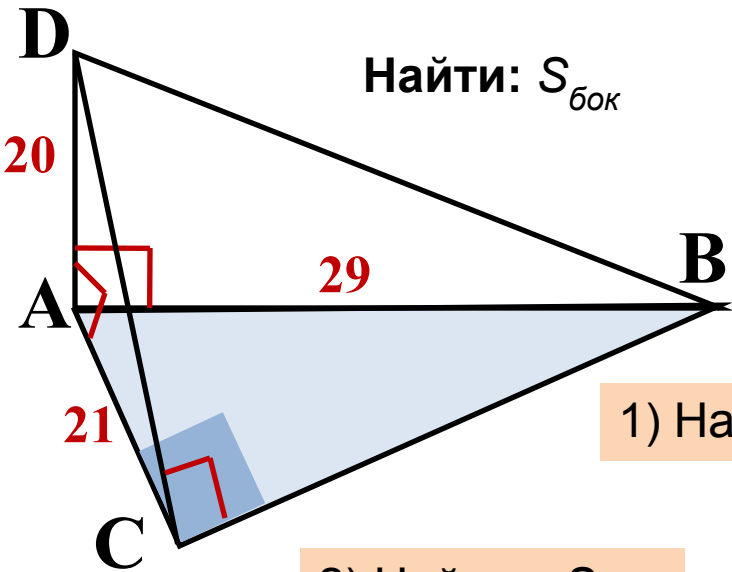
**Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды** равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) l$$

$p_1$  и  $p_2$  – периметры оснований  
 $l$  – апофема пирамиды



**Задача.** Основанием пирамиды  $DABC$  является прямоугольный треугольник  $ABC$ , у которого гипотенуза  $AB=29$  см, а катет  $AC=21$  см. Боковое ребро  $DA$  перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Найти:  $S_{бок}$

**Решение:**  $S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB}$

Треугольники  $ADC$ ,  $ADB$ ,  $DCB$  – прямоугольные

$$DC = \sqrt{20^2 + 21^2} = \sqrt{400 + 441} = \sqrt{841} = 29 \text{ см}$$

$$BC = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{841 - 441} = \sqrt{400} = 20 \text{ см}$$

1) Найдем  $S_{ADC}$   $S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210 \text{ см}^2$

2) Найдем  $S_{ADB}$   $S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 29 = 290 \text{ см}^2$

3) Найдем  $S_{CDB}$   $S_{CDB} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 29 \cdot 20 = 290 \text{ см}^2$

4) Найдем площадь боковой поверхности пирамиды

$$S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB} = 210 + 290 + 290 = 790 \text{ см}^2$$

**Задача.** В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60 градусам. Найдите боковое ребро пирамиды.

**Найти:**  $MC$  – ?

**Решение:** 1) Т.к. дана прав. четырёхугол. пирамида, то в основании лежит квадрат со стороной 6 см.

2) Угол  $\angle MKO = 60^\circ$  и треугольник  $МОК$  –прямоугольный

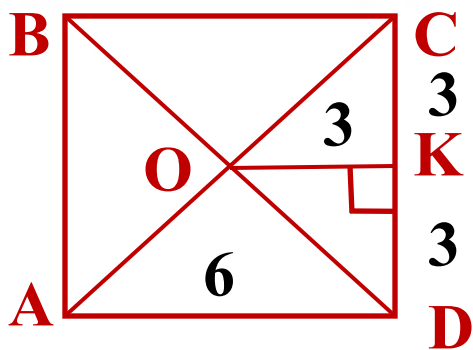
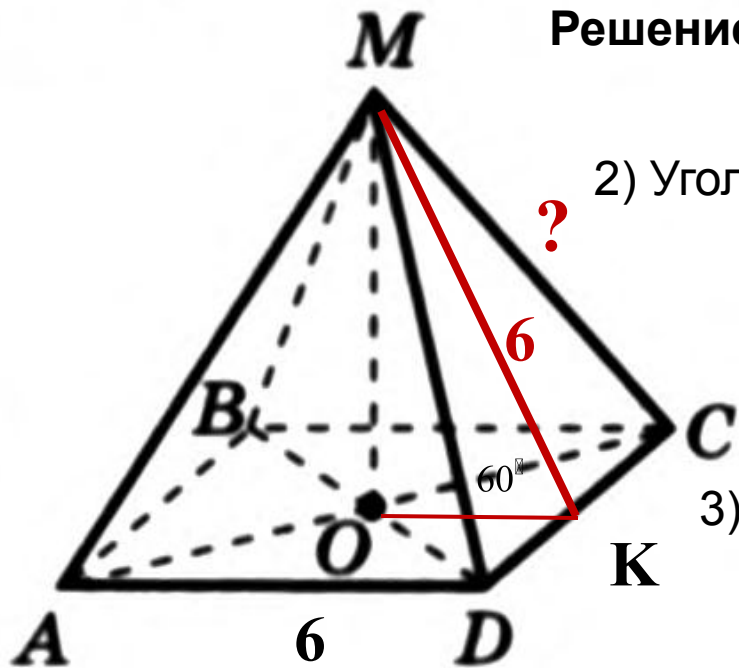
$$\cos 60^\circ = \frac{OK}{MK} \implies MK = \frac{3}{\cos 60^\circ} = 6 \text{ см}$$

3) Рассмотрим треугольник  $МСК$  – прямоугольный: по т. Пифагора найдем  $MC$

$$MC^2 = MK^2 + KC^2$$

$$MC^2 = 6^2 + 3^2$$

$$MC = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ см}$$





# Теоретический тест

<b>1.Определение пирамиды</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Многогранник, составленный из двух <math>n</math>-угольников и <math>n</math>-треугольников.</li><li>2. Многогранник, составленный из двух равных <math>n</math>-угольников, расположенных в параллельных плоскостях и <math>n</math> параллелограммов.</li><li>3. Многогранник, составленный из одного <math>n</math>-угольника и <math>n</math>-треугольников.</li><li>4. Многогранник, составленный из двух равных <math>n</math>-угольников и <math>n</math>-треугольников.</li></ol>
<b>2.Что представляет собой боковая грань пирамиды?</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Параллелограмм</li><li>2. Круг</li><li>3. Прямоугольник</li><li>4. Треугольник</li></ol>
<b>3. Определение апофемы.</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Высота грани пирамиды.</li><li>2. Высота боковой грани правильной пирамиды.</li><li>3. Высота боковой грани пирамиды.</li><li>4. Высота грани правильной пирамиды.</li></ol>

# Теоретический тест

<p>4. Определение правильной пирамиды.</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Прямая пирамида называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник.</li><li>2. Пирамида называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой.</li><li>3. Пирамида называется правильной, если отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой.</li><li>4. Пирамида называется правильной, если в основании лежит многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой.</li></ol>
<p>5. Сколько боковых граней имеет треугольная пирамида?</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Одну.</li><li>2. Две.</li><li>3. Три.</li><li>4. Много.</li></ol>

# Теоретический тест

<b>6. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды.</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. <math>S=PH</math></li><li>2. <math>S=2\pi P</math></li><li>3. <math>S=\pi r</math></li><li>4. <math>S=1/2 Pl</math></li></ol>
<b>7. Площадь полной поверхности пирамиды.</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. <math>2S_{бок.} + S_{осн.}</math></li><li>2. <math>2S_{бок.} + 2S_{осн.}</math></li><li>3. <math>S_{бок.} + S_{осн.}</math></li><li>4. <math>S_{бок.} + 2S_{осн.}</math></li></ol>
<b>8. Что представляет собой боковая грань правильной пирамиды?</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. <b>Равносторонний треугольник</b></li><li>2. <b>Квадрат</b></li><li>3. <b>Прямоугольник</b></li><li>4. <b>Равнобедренный треугольник</b></li></ol>

# Теоретический тест

<b>9. Какая фигура не может быть в основании пирамиды?</b>	<b>1. Трапеция</b> <b>2. Круг.</b> <b>3. Треугольник.</b> <b>4. Квадрат.</b>
<b>10. Сколько оснований имеет правильная пирамида?</b>	<b>1. Одно.</b> <b>2. Два.</b> <b>3. Три.</b> <b>4. Много.</b>