Многослойные нейронные сети прямого распространения
Сеть Кохонена

Сеть Кохонена

Если для решения задач классификации применять нейронные сети, то необходимо формализовать задачу.

Выберем в качестве входных данных вектор параметров единственного объекта. Результатом работы сети будет код класса, к которому принадлежит предъявленный на входе объект. В нейросетях принято кодирование номером канала. Поэтому сеть будет иметь M выходов, по числу классов, и чем большее значение принимает выход номер m_0 , тем больше "уверенность" сети в том, что входной объект принадлежит к классу m_0.

Сеть Кохонена

Каждый выход можно будет трактовать как вероятность того, что объект принадлежит данному классу. Все выходы образуют полную группу, т.к. сумма выходов равна единице, и объект заведомо относится к одному из классов. Выберем евклидову меру близости. В этом случае ядро класса, минимизирующее сумму мер близости для объектов этого класса, совпадает с центром тяжести объектов:

$$c^{m_0} = \frac{1}{N(m_0)} \sum_{p:m(p)=m_0} X^p$$

где $N(m_0)$ - число объектов X^p в классе $m_{0.}$.

При разбиении на классы должна быть минимизирована суммарная мера близости для всего множества входных объектов:

$$D = \sum_p \sum_i \left(X_i^p - c_i^{m(p)} \right)^2 = \sum_p \left[(X^p, X^p) - 2(X^p, c^{m(p)}) + (c^{m(p)}, c^{m(p)}) \right]$$

В этой сумме два слагаемых не зависят от способа разбиения и постоянны:

$$\sum_p \left(c^{m(p)}, c^{m(p)} \right) = const \qquad \sum_p (X^p, X^p) = const$$

Поэтому задача поиска минимума D эквивалентна поиску максимума выражения:

$$\min D \to \max \sum_p \sum_i x_i^p c_i^{m(p)}$$

Запишем вариант алгоритма классификации для поиска максимума этой функции:

1. Цикл: для каждого вектора x^p {

2. Цикл: для каждого m {

3. Рассчитать $\sum_i x_i^p c_i^m = D^{m,p}$

} // конец цикла

4. Находим m_0, для которого $m_0 = \max\{D^{m,p}\}$

5. Относим объект к классу m_0.

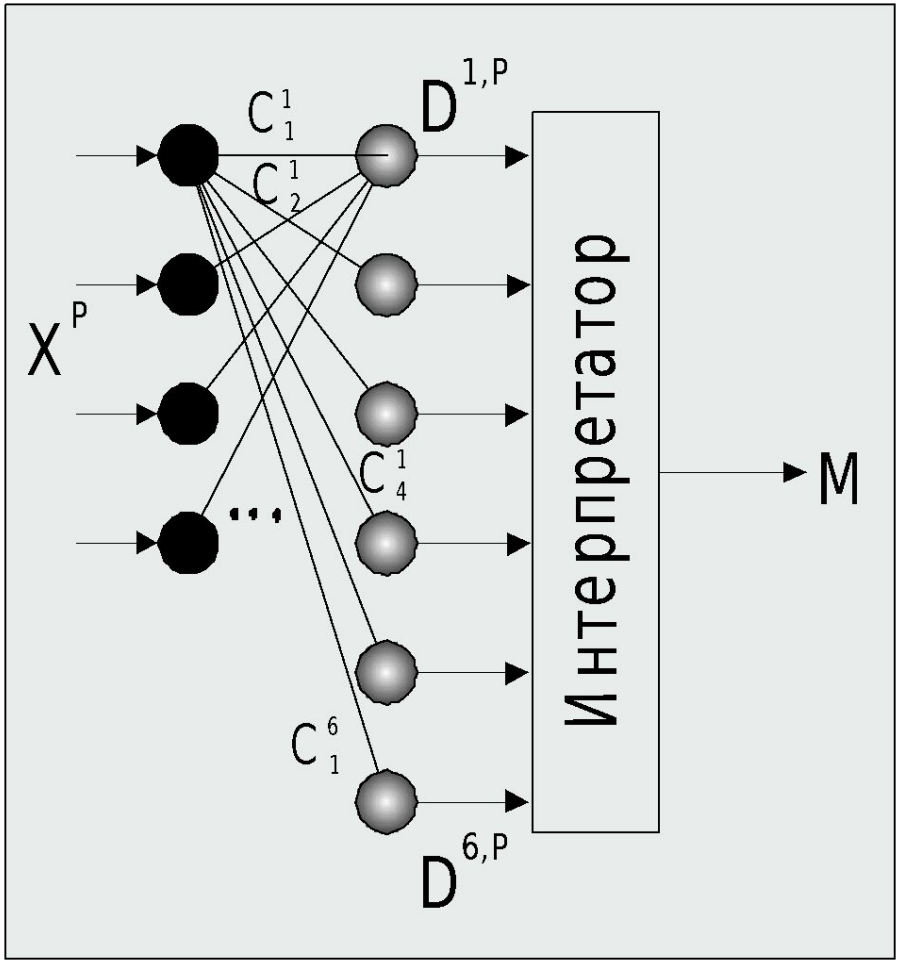
}//конец цикла

Данный алгоритм легко реализуется в виде нейронной сети. Для этого требуется M сумматоров, находящих все , и интерпретатора, находящего сумматор с максимальным выходом.

Выберем x_i^p в качестве входных сигналов и компоненты ядер c_i^m в качестве весовых коэффициентов w_{ij}. Тогда каждый формальный нейрон с числом входов, равным числу компонент во входном векторе, будет давать на выходе одну из сумм $D^{m,p}$.

Чтобы определить класс, к которому относится объект, нужно выбрать среди всех нейронов данного слоя один с максимальным выходом (данную операцию осуществляет интерпретатор. Интерпретатор — или программа, выбирающая нейрон с максимальным выходом, или слой нейронов с латеральным торможением, состоящий из нейронов с обратными связями.

Рассмотренная сеть нейронов, использующая евклидову меру близости для классификации объектов, называется *сетью Кохонена*



Нейроны слоя Кохонена генерируют сигналы $D^{m,p}$. Интерпретатор выбирает максимальный сигнал слоя Кохонена и выдает номер класса m, соответствующий номеру входа, по которому интерпретатором получен максимальный сигнал. Это соответствует номеру класса объекта, который был на входе, в виде вектора X^p.

Ядра c^m являются весовыми коэффициентами нейронов. Каждый нейрон Кохонена запоминает одно ядро класса, и отвечает за определение объектов в своем классе, т.е. величина выхода нейрона тем больше, чем ближе объект к данному ядру класса.

Общее количество классов совпадает с количеством нейронов Кохонена. Меняя количество нейронов, можно динамически менять количество классов.

Входные вектора сети Кохонена чаще всего нормируются:

$$\frac{X^p}{\left|X^p\right|} \to X^p \quad \text{или} \quad \frac{X^p}{\sum_p \left|X^p\right|^2} \to X^p$$

Обучение слоя Кохонена

Задача обучения — научить сеть активировать один и тот же нейрон для похожих векторов на входе.

1.Присвоение начальных значений

Обычно начальные значения в нейронных сетях выбираются малыми случайными числами. Для слоя Кохонена такой выбор возможен, но имеет недостатки. Если веса инициализируются случайными значениями с равномерным распределением ядер, то в областях пространства X, где мало входных векторов, ядра будут использоваться редко, т.к. мало будет похожих векторов.

В тех областях, где входных векторов много, плотность ядер окажется недостаточной, и непохожие объекты будут активировать один и тот же нейрон, т.к. более похожего ядра не найдется. Для устранения данной проблемы можно выделять ядра в соответствии с плотностью входных векторов. Но распределение входных векторов часто бывает заранее неизвестно. В этом случае помогает метод выпуклой комбинации.

2.Обучение сети

Если число входных векторов равно числу ядер (т.е. нейронов), то обучение не нужно. Достаточно присвоить ядрам значения входных векторов и каждый вектор будет активировать свой нейрон Кохонена. Но чаще всего количество классов меньше числа входных векторов.

В этом случае веса сети настраиваются итеративным алгоритмом. Алгоритм аналогичен исходному алгоритму классификации, но коррекции весов проводятся после предъявления каждого входного вектора, а не после предъявления всех, как требует исходный алгоритм. Сходимость при этом сохраняется.

а) Присваиваем начальные значения весовым коэффициентам.

б) Подаем на вход один из векторов .

в) Рассчитываем выход слоя Кохонена , , и определяем номер выигравшего нейрона m_0, выход которого максимален:

$$m_0 = \max_m \left\{ D^{m,p} \right\}$$

г) Корректируем веса только выигравшего нейрона m_0 :

$$w_{m_0} := w_{m_0} + \alpha(X^p - w_{m_0})$$

коррекция записана в виде векторного выражения (вектор весов w_{m_0} нейрона m_0 имеет столько компонент, сколько их у входного вектора X^p). α-скорость обучения, малая положительная величина. Часто используют расписание с обучением, когда $\alpha = \alpha(t)$ монотонно убывает. Требования к $\alpha(t)$ те же, что и в случае многослойного перцептрона.

Веса корректируются так, что вектор весов приближается к текущему входному вектору. Скорость обучения управляет быстротой приближения ядра класса (вектора весов) ко входному вектору X^p.

Алгоритм выполняется до тех пор, пока веса не перестанут меняться.

Метод выпуклой комбинации

Этот метод полезен при обучении, чтобы правильно распределить плотность ядер классов (векторов весов) в соответствии с плотностью входных векторов в пространстве X.

1.Присваиваем всем весам одно и то же начальное значение:

$$w_i^m = \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad m = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, \dim X}$$

Вектора весов получают длину, равную единице, как требует нормировка. Все вектора весов одинаковы.

2.Задаем обучающее множество $\{X^p\}$ и проводим обучение, но не с векторами X^p, а с векторами:

$$\beta(t)X^p + \frac{1-\beta(t)}{\sqrt{n}}$$

где t — время обучения, $\beta(t)$ — монотонно возрастающая функция, меняющаяся при обучении от 0 до 1.

В начале обучения $\beta(t) = 0$ и все обучающие вектора одинаковы и равны начальному значению весов. По мере обучения $\beta(t)$ растет и обучающие вектора расходятся из точки с координатами $\frac{1}{\sqrt{n}}$ и приближаются к своим конечным значениям X^p, которые достигаются при $\beta(t) = 1$. Каждый вектор весов "захватывает" группу или один обучающий вектор и отслеживает его по мере роста β.

Метод выпуклой комбинации дает правильное распределение плотности ядер. При этом в сети не остается "ненужных" необученных нейронов, которые бывают при обычном обучении. Когда вектор весов нейрона находится далеко от всех обучающих векторов, этот нейрон никогда не будет "выигрывать", и его веса не будут корректироваться при обучении. Выпуклая комбинация не оставляет в сети таких нейронов.

Модификации алгоритма обучения сети Кохонена

1. Чувство справедливости: чтобы не допустить отсутствие обучения по любому из нейронов, вводится "чувство справедливости". Если нейрон чаще других выигрывает "состязание", т.е. получает максимальный выход чаще, чем в 1 из *M* случаев, то его значение выхода искусственно уменьшается, чтобы дать возможность выиграть другим нейронам. Это включает все нейроны сети в процесс обучения.

2. Коррекция весов пропорционально выходу: в этой модификации корректируются не только веса выигравшего нейрона, но и всех остальных, пропорционально их нормированному выходу. Нормировка выполняется по максимальному значению выхода слоя или по его среднему значению. Этот метод также исключает "мертвые" нейроны и улучшает распределение плотности весов.

Режимы работы сети Кохонена

Обычная сеть Кохонена работает в режиме *аккредитации*. Это означает, что активируется единственный нейрон Кохонена с максимальным значением выхода. Можно не затормаживать остальные нейроны слоя Кохонена, а пронормировать выходные сигналы, например, функцией активации softmax:

$$OUT_j = \frac{e^{NET_j}}{\sum_i e^{NET_i}}$$

Тогда сумма всех выходов слоя будет равна единице и можно трактовать выходы, как вероятность отнесения объекта к каждому из классов.

Данный режим работы сети, когда активируется несколько нейронов одновременно, называется *режимом интерполяции*. Название режима объясняется тем, что если входной вектор X^p плавно меняется от одного вектора весов $X^p = w^{m_1}$ к другому вектору весов $X^p = w^{m_2}$, то выход сети в режиме интерполяции (если применена функция softmax) будет плавно меняться от m_1 к m_2, т.е. классификация оказывается непрерывной. Если же сеть работает в режиме аккредитации, выход изменится от m_1 к m_2 скачкообразно.