Структуры данных

Структурирование данных

- Структурирование данных — разработка структуры данных, состоящая в определении данных как объектов элементарного типа и отношений между ними.
- В математике существует понятие структуры, позволяющее строго описать структуру данных и операции над ними.
- Для различия математических свойств данных и представления их в памяти ЭВМ используется специальные термины :
  - логическая структура данных (или просто структура данных) и
  - физическая структура данных (структура хранения данных, структура представления в памяти).

- Структура данных — множество элементов данных, объединенных и упорядоченных одним из принятых способов. При использовании данных с ЭВМ, данные представляются в памяти машины, на физическом носителе.

- Структура хранения данных — организация и способ размещения элементов логической структуры в запоминающей среде, способ отображения структуры данных в физическую среду.

- Любое представление структуры данных в памяти ЭВМ должно включать в себя как сами данные, так и задаваемые взаимосвязи, которые и определяют структурирование. (Некоторые структуры данных могут быть представлены в памяти ЭВМ различными способами.)

- Представление структуры данных в памяти ЭВМ зависит от предполагаемого использования данных, поскольку для различных типов структур эффективность выполнения тех или иных операций обработки данных различна.

Основные структуры данных Массив

- **Массив** — представляет собой некоторое количество расположенных в определенном порядке элементов одного типа. Индекс предназначен для обеспечения возможности указания на элементы массива. Типичными операциями над данными типа массив являются:
  - Задание начальных значений элементов массива.
  - Выбор элементов массива по заданным значениям индексов.
  - Избирательное обновление массива.

Последовательности

- **Последовательности** — в отличие от массива, количество элементов (длина) последовательности конечно, но не фиксировано. Это допускает существование последовательности произвольной длины. Основные операции над последовательностями:
  - Создание последовательности
  - Выборка элементов последовательности
  - Включение элементов последовательности
  - Удаление элементов последовательности

Операции последовательности

Рассмотрим более подробно и формально эти операции.

- ***создание:*** **T(I1, I2, ..., In);** при n = 0, последовательность называется пустой.
- ***выборка:*** если **x** последовательность, то ее элементы можно записать следующим образом:
  - **x[i]** — **i** - элемент **x**
  - **first(x)** — начальный элемент **x**
  - **last(x)** — конечный элемент **x**

- ***удаление:***
  - **tail(x)** — последовательность, в которой из **x** исключен начальный элемент.
  - **initial(x)** — последовательность, в которой из **x** исключен последний элемент.
- ***включение:***

  appendl(x, l) — последовательность, в которой добавляется **l** перед **x** (слева).
  - **appendr(x, l)** — последовательность, в которой добавляется **l** после **x** (справа).

Если **x = T(l1, l2, ..., ln)**, то

tail(x) = T(l2, ..., ln)
initial(x) = T(l1, l2, ..., ln-1)
appendl(x, l) = T(l, l1, l2, ..., ln-1)
appendr(x, l) = T(l1, l2, ..., ln, l)

Зависимости

- Между указанными функциями существуют следующие зависимости:
  first(appendl(x, l)) = l
  tail(appendl(x, l)) = x
  appendl(tail(x), first(x)) = x, если **x # T()**
  last(appendr(x, l)) = l
  initial(appendr(x, l)) = x
  appendr(initial(x), last(x)) = x, если **x # T()**

- Определение пустой последовательности
- **empty(x) =**

  true, если **x = T()**

  {

  false, если **x # T()**

Очередь

- Очередью (англ. *queue*)) называется структура данных, в которой элементы кладутся в конец, а извлекаются из начала. Таким образом, первым из очереди будет извлечен тот элемент, который будет добавлен раньше других.

- **Очередь** — это последовательность, для которой определены следующие операции
- образование пустой очереди **T()**;
- **last(x)**;
- **initial(x)**;
- **appendl(x, l)**.

- Добавление элемента к очереди осуществляется с ее левого конца с помощью операции **appendl**,
- а извлечение элемента производится с правого конца с помощью оператора **last** и **initial**.
- В связи с этим очередь является памятью типа первым вошел — первым вышел (first in first out, FIFO).
- Очереди используются в случае, когда данные обрабатываются в порядке их поступления или образования.

Последовательный файл

- **Последовательный файл**, над которым определены следующие 5 операций:
  - формирование пустой последовательности **T()**
  - **first(x)**
  - **tail(x)**
  - **appendr(x, l)**
  - **empty(x)**

- Это последовательность, в которой допускается выборка (доступ) начального элемента последовательности и добавление элемента в конец последовательности. Такие последовательности реализуются на внешней запоминающей среде (ленте) причем их запись возможна только в одном направлении.

Стек

- **Стек** — последовательность, для которой определены следующие операторы:
- образование пустой последовательности **T()**
- **first(x) — top**
- **tail(x) — pop**
- **appendl(x, l) — push**
- **empty(x)**

- Стек является памятью типа последним вошел — первым вышел (last in first out, LIFO).
- Стек является наиболее широко используемым типом данных и применяется, например, при анализе языковых конструкций.

- Дек?

Дек

- Деком (англ. *deque* – аббревиатура от *double-ended queue*, двухсторонняя очередь) называется структура данных, в которую можно удалять и добавлять элементы как в начало, так и в конец.

- Структуры данных — это объекты определенного уровня абстракции, для представления которых в памяти ЭВМ можно использовать различные *структуры хранения данных*,
- например, стек можно представить в виде массива, а используя указатели его можно представить в виде списочной структуры. Реализация операции добавления и удаления для стека зависит от выбора структуры хранения данных.

- Таким образом системы хранения и манипулирования данными взаимосвязаны и должны рассматриваться совместно. Другими словами, физическое представление данных определяется в единстве с основными операциями манипулирования данными, и использование данных определенных типов осуществляется только через посредство соответствующих процедур.

АТД

- Подобный аспект рассмотрения данных связывают с понятием **абстрактных типов данных (АТД)**. (Б.Лисков, 1974)
- Если точно определить внешние спецификации АТД, указав аргументы, процедуры (операции) и результат, то можно использовать этот тип данных, не определяя внутреннюю организацию данных.
- Существуют различные методы абстрагирования данных. Существуют методы формальной спецификации АТД (алгебраическая, аксиоматическая)
- Класс - это абстрактный тип данных, снабженный некоторой (возможно частичной) реализацией

- Для описания АТД используется формат, который включает заголовок с именем АТД, описание типа данных и список операций. Формат АТД служит не только основой для проектирования программной системы. Не менее важен формат и для точного описания интерфейса, предоставляемого пользователю - программисту для управления структурой данных. Поэтому формулировки формата АТД должны быть исчерпывающими, точными и краткими.

- В описании формата АТД должны использоваться, понятия, объекты и переменные, использующиеся только на уровне интерфейса к структуре данных. На уровень интерфейса не должны выноситься детали внутренней реализации структуры данных и операций управления ею.

- Операция обозначает обслуживание, которое объект предлагает своим клиентам. Возможны пять видов операций клиента над объектом:
- 1) модификатор (изменяет состояние объекта);
- 2) селектор (дает доступ к состоянию, но не изменяет его);
- 3) итератор (доступ к содержанию объекта по частям, в строго определенном порядке);
- 4) конструктор (создает объект и инициализирует его состояние);
- 5) деструктор (разрушает объект и освобождает занимаемую им память)

- Типы данных впервые были описаны Д. Кнутом в его книге «Искусство программирования» [3]. В главе 2, «Информационные структуры», Кнут описывает т.н. *структуры данных*, определяемые как способы организации данных внутри программы. Кнут описывает такие типы данных, как списки, деревья, стеки, очереди, деки и т.д.

Рассмотрим, например, как Кнут описывает тип данных «стек».

- Кроме собственно описания самой структуры данных, Кнут описывает «алгоритмы обработки» этой структуры с помощью словаря специальных *терминов*. Для стека этот словарь содержит термины: push (втолкнуть), pop (вытолкнуть) и top (верхний элемент стека). Таким образом, типы данных описываются Кнутом с помощью специального языка, задающего определенную терминологию и толкование этой терминологии.

АТД СТЕК операции

- create: -> Stack[Elem]
- push: Stack[Elem] x Elem -> Stack[Elem]
- pop: Stack[Elem] -> Elem
- top: Stack[Elem] -> Elem
- *erasetop: Stack[Elem] -> Stack[Elem]*
- empty: Stack[Elem] -> Bool

АТД СТЕК аксиомы и предусловия

- top(push(s,x))=x
- pop(push(s,x))=x
- empty(create())=true
- not empty(push(s,x))=true

- pop(s) require not empty(s)
- top(s) require not empty(s)

- **Спецификация стеков как АТД (Б.Мейер)**
- ТИПЫ (TYPES)
- STACK [G]
- ФУНКЦИИ (FUNCTIONS)
- put: STACK [G] x G -> STACK [G]
-
- empty: STACK [G] -> BOOLEAN
- new: STACK [G]
- АКСИОМЫ (AXIOMS)
- Для всех x: G, s: STACK [G]
- (A1) item (put (s, x)) = x
- (A2) remove (put (s, x)) = s
- (A3) empty (new)
- (A4) not empty (put (s, x))
- ПРЕДУСЛОВИЯ (PRECONDITIONS)
- remove (s: STACK [G]) require not empty (s)
- item (s: STACK [G]) require not empty (s)

- Типы данных впервые были описаны Д. Кнутом в его книге «Искусство программирования» [3]. В главе 2, «Информационные структуры», Кнут описывает т.н. *структуры данных*, определяемые как способы организации данных внутри программы. Кнут описывает такие типы данных, как списки, деревья, стеки, очереди, деки и т.д.

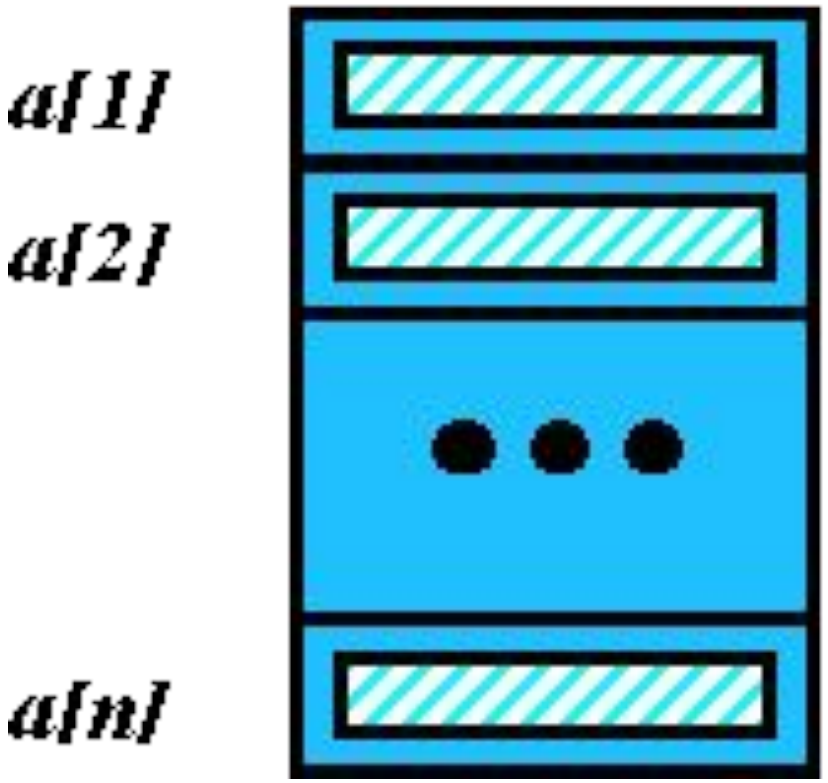
Рассмотрим, например, как Кнут описывает тип данных «стек».

- Кроме собственно описания самой структуры данных, Кнут описывает «алгоритмы обработки» этой структуры с помощью словаря специальных *терминов*. Для стека этот словарь содержит термины: push (втолкнуть), pop (вытолкнуть) и top (верхний элемент стека). Таким образом, типы данных описываются Кнутом с помощью специального языка, задающего определенную терминологию и толкование этой терминологии.

- АТД имя.
  Общая характеристика типа данных
- **ДАННЫЕ:**
  Описание общих параметров.
  Описание структуры хранения данных.
- **ОПЕРАЦИИ:**
  Конструктор:
  Вход: данные от пользователя.
  Начальные значения: данные для инициализации.
  Процесс: инициализация данных.
  Постусловие: состояние структуры и параметров после инициализации.
- *Операция:*
  Вход: данные от пользователя.
  Предусловия: необходимое состояние структуры данных перед выполнением операции.
  Процесс: действия, выполняемые над данными.
  Выход: данные, возвращаемые пользователю.
  Постусловие: состояние структуры после выполнения операции.
- *Операция:*

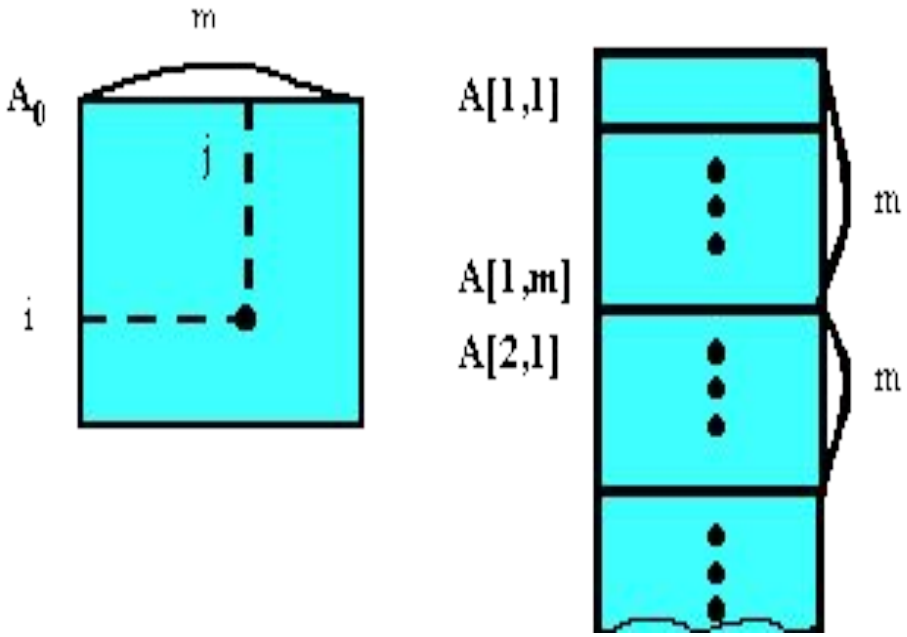
Структуры хранения данных

Одномерный массив



- Этот способ является обычным при вводе данных в последовательность адресов запоминающего устройства.
- В случае когда данные представляют собой упорядоченное множество, хранение данных лучше осуществлять в соответствии с их порядком.

Двумерный массив



- Этот способ организации данных широко применяется на практике.
- Если длина (m) строки или столбца известна, то для выборки элемента необходимо определить место его расположения в памяти по формуле A[i, j] = A0 + (i - 1) * m + j

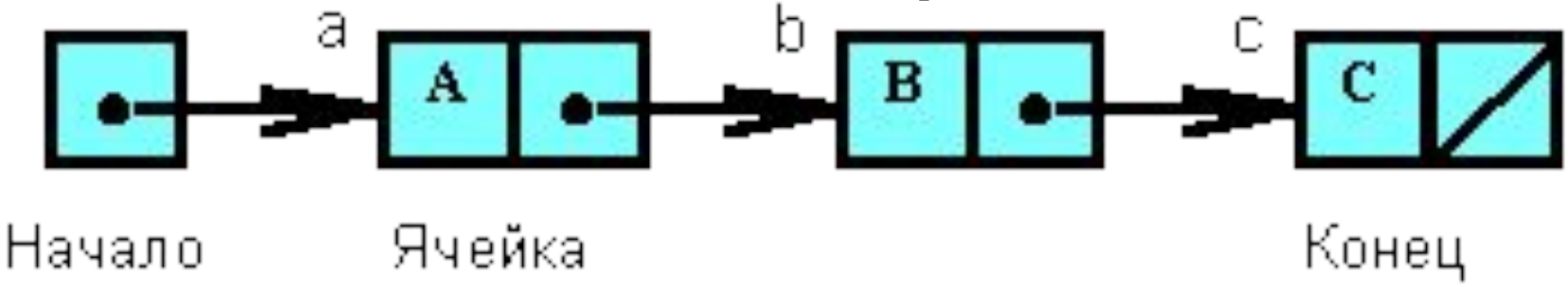
Динамические структуры данных
Список (Линейный связанный)

- Предполагается, что данные записываются не в последовательные адреса памяти, как в случае массивов, а в произвольные места. Для того чтобы задать связь между данными, применяют указатели. Наименьшим структурным элементом в этом случае является ячейка.

- Принципиальным преимуществом перед массивом является структурная гибкость: порядок элементов связного списка может не совпадать с порядком расположения элементов данных в памяти компьютера, а порядок обхода списка всегда явно задаётся его внутренними связями.
- Списочная структура (или линейная структура, связанный список) представляет собой структуру данных в виде нескольких линейно связанных ячеек.

- Линейные связные списки являются простейшими динамическими структурами данных. Из всего многообразия связанных списков можно выделить следующие основные:
  - ***однонаправленные (односвязные) списки;***
  - ***двунаправленные (двусвязные) списки;***
  - ***циклические (кольцевые) списки.***

Односвязный список (Однонаправленный связный список)



- Наиболее простой динамической структурой является однонаправленный список, элементами которого служат объекты структурного типа.

- **Однонаправленный (односвязный) список** – это структура данных, представляющая собой последовательность элементов, в каждом из которых хранится значение и указатель на следующий элемент списка. В последнем элементе указатель на следующий элемент пустой (равен NULL).
- Добавление и исключение данных можно выполнить с помощью простой операции изменения значения указателя.

Описание простейшего элемента списка выглядит следующим образом:

struct имя_типа { информационное поле;
адресное поле; };

- где информационное поле – это поле любого, ранее объявленного или стандартного, типа;
- адресное поле – это указатель на объект того же типа, что и определяемая структура, в него записывается адрес следующего элемента списка.

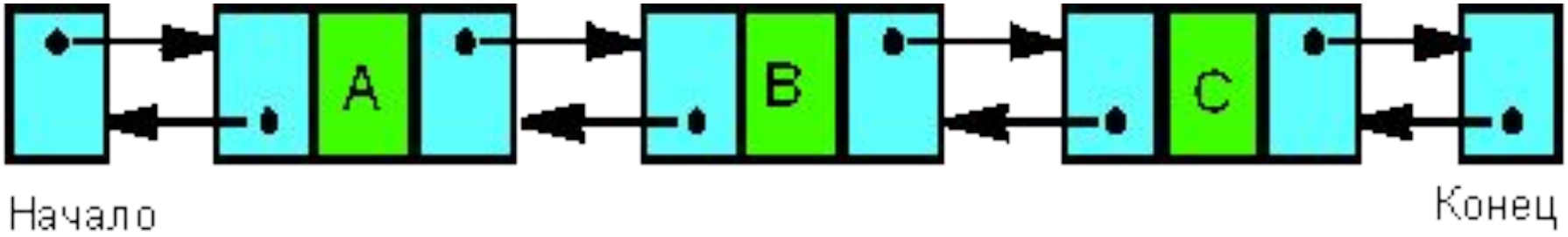
Например:

struct Node { int key;//информационное поле
*Node*next;//адресное поле };*

- Особое внимание следует обратить на то, что при выполнении любых операций с линейным однонаправленным списком необходимо обеспечивать позиционирование какого-либо указателя на первый элемент(голова списка). В противном случае часть или весь список будет недоступен.
- В односвязном списке можно передвигаться только в сторону конца списка. Узнать адрес предыдущего элемента, опираясь на содержимое текущего узла, невозможно.
- Для сортировки динамических структур данных удобно использовать алгоритм обменной (пузырьковой) сортировки. Причем, в этом случае, элементы не переставляются местами, а просто меняются их адресные части.

Двунаправленные (двусвязные) списки

- Для ускорения многих операций целесообразно применять переходы между элементами списка в обоих направлениях. Это реализуется с помощью двунаправленных списков, которые являются сложной динамической структурой.
- **Двунаправленный (двусвязный) список** – это структура данных, состоящая из последовательности элементов, каждый из которых содержит информационную часть и два указателя на соседние элементы. При этом два соседних элемента должны содержать взаимные ссылки друг на друга.



- Достоинство: каждый элемент списка доступен из каждого текущего элемента.
- Недостаток связан с необходимостью выделения места для обратного указателя.
- Так как элемент двунаправленного списка имеет два указателя, то при выполнении операций включения/исключения элемента надо изменять больше связей, чем в однонаправленном списке.

Описание простейшего элемента такого списка выглядит следующим образом:

struct имя_типа { информационное поле;

адресное поле 1;

адресное поле 2; };

где информационное поле – это поле любого, ранее объявленного или стандартного, типа;

адресное поле 1 – это указатель на объект того же типа, что и определяемая структура, в него записывается адрес следующего элемента списка ;

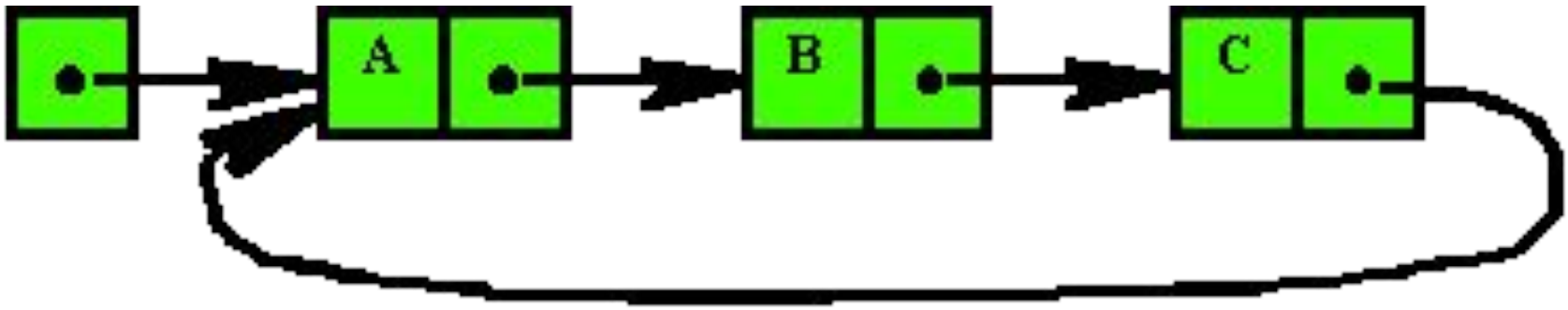
адресное поле 2 – это указатель на объект того же типа, что и определяемая структура, в него записывается адрес предыдущего элемента списка.

Например:

- ***struct list {***
  type elem ;
  list *next, *pred ;
  }
  list *headlist ;
- где *type* – тип информационного поля элемента списка;
- **next, *pred* – указатели на следующий и предыдущий элементы этой структуры соответственно.
- Переменная-указатель *headlist* задает список как единый программный объект, ее значение – указатель на первый (или заглавный) элемент списка.

- Особое внимание следует обратить на то, что в отличие от однонаправленного списка здесь нет необходимости обеспечивать позиционирование какого-либо указателя именно на первый элемент списка, так как благодаря двум указателям в элементах можно получить доступ к любому элементу списка из любого другого элемента, осуществляя переходы в прямом или обратном направлении.
- Однако по правилам хорошего тона программирования указатель желательно ставить на заголовок списка.

Циклические (кольцевые, замкнутые) списки



- Односвязный список, у которого конечный элемент ссылается на начальный элемент, называется циклическим списком.
- В этом списке константы NULL не существует.
- Он тоже может быть односвязным или двусвязным. Последний элемент кольцевого списка содержит указатель на первый, а первый (в случае двусвязного списка) — на последний.

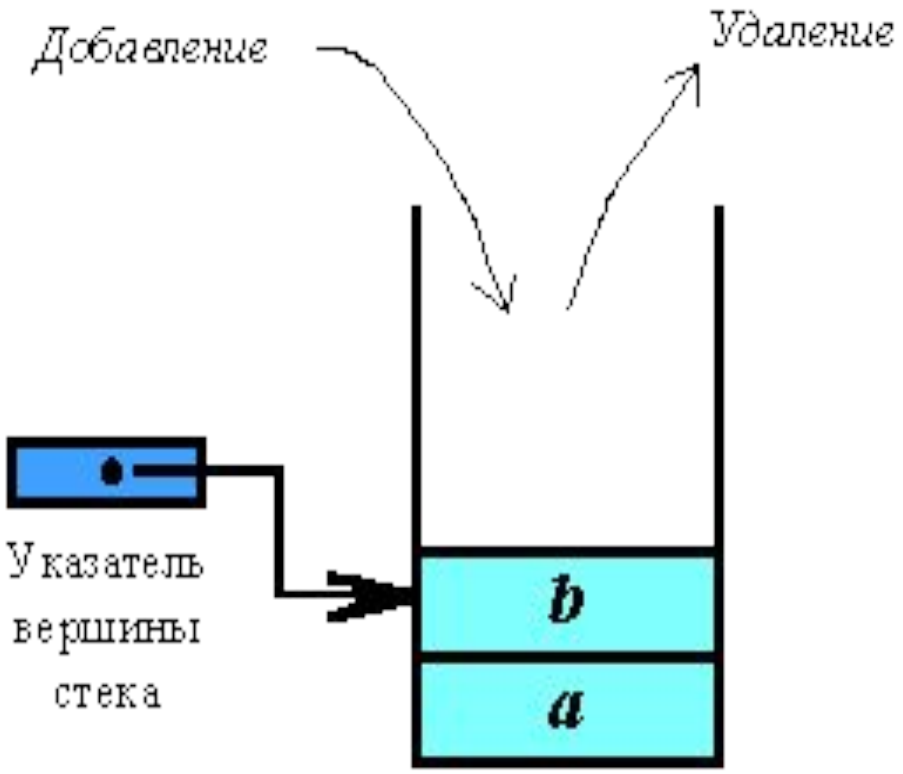
Списки, достоинства

- лёгкость добавления и удаления элементов
- размер ограничен только объёмом памяти компьютера и разрядностью указателей
- динамическое добавление и удаление элементов

Списки, недостатки

- сложность определения адреса элемента по его индексу (номеру) в списке
- на поля-указатели (указатели на следующий и предыдущий элемент) расходуется дополнительная память (в массивах, например, указатели не нужны)
- работа со списком медленнее, чем с массивами, так как к любому элементу списка можно обратиться, только пройдя все предшествующие ему элементы
- элементы списка могут быть расположены в памяти разреженно, что окажет негативный эффект на кэширование процессора
- над связными списками гораздо труднее (хотя и в принципе возможно) производить параллельные векторные операции, такие как вычисление суммы
- кэш-промахи при обходе списка

Стек



- Представляет собой один из возможных способов организации памяти. Ввод данных в стек осуществляется таким образом, что каждое последующее вводимое данное "накладывается" на предшествующие данные, а их считывание осуществляется по правилу "последним вошел — первым вышел" (LIFO).

- Такая организация памяти применяется при использовании структур данных с указателями.
- Пример: Чтобы в односвязном списке пройти в обратном направлении и вернуться по цепи в исходное состояние, необходимо значения всех пройденных указателей запомнить в стеке.

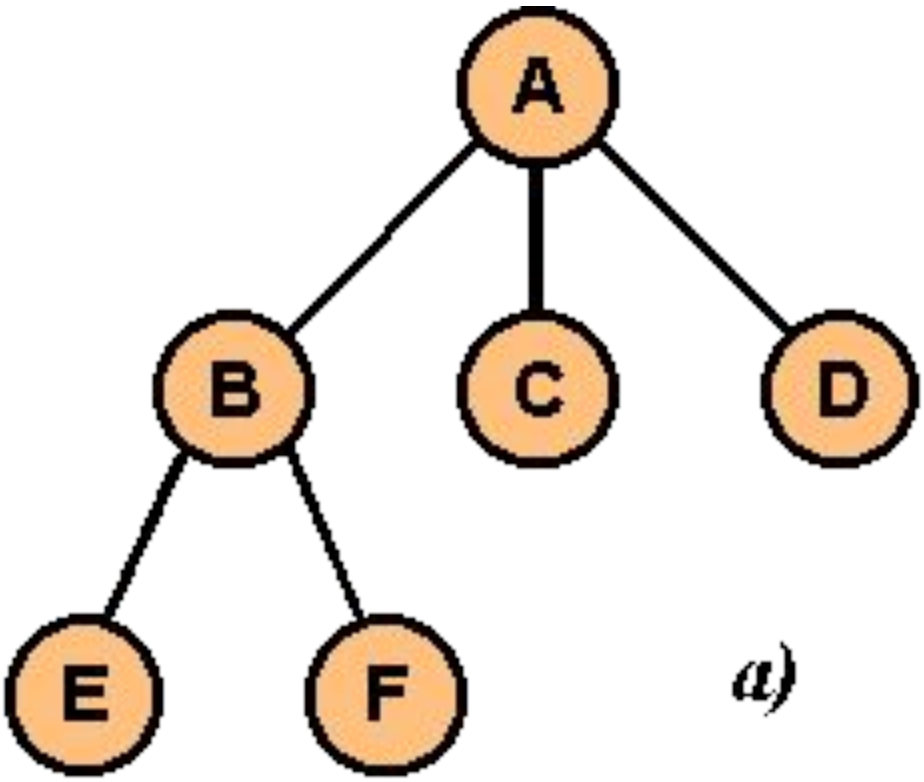
Реализация стека

- Стек как динамическую структуру данных легко организовать на основе линейного списка.
- Поскольку работа всегда идет с заголовком стека, то есть не требуется осуществлять просмотр элементов, удаление и вставку элементов в середину или конец списка, то достаточно использовать экономичный по памяти линейный однонаправленный список.
- Для такого списка достаточно хранить указатель вершины стека, который указывает на первый элемент списка.
- Если стек пуст, то списка не существует, и указатель принимает значение NULL.

Реализация очереди

- Очередь как динамическую структуру данных легко организовать на основе линейного списка. Поскольку работа идет с обоими концами очереди, то предпочтительно будет использовать линейный двунаправленный список. Хотя для работы с таким списком достаточно иметь один указатель на любой элемент списка, здесь целесообразно хранить два указателя – один на начало списка (откуда извлекаем элементы) и один на конец списка (куда добавляем элементы). Если очередь пуста, то списка не существует, и указатели принимают значение NULL.

Древовидные структуры



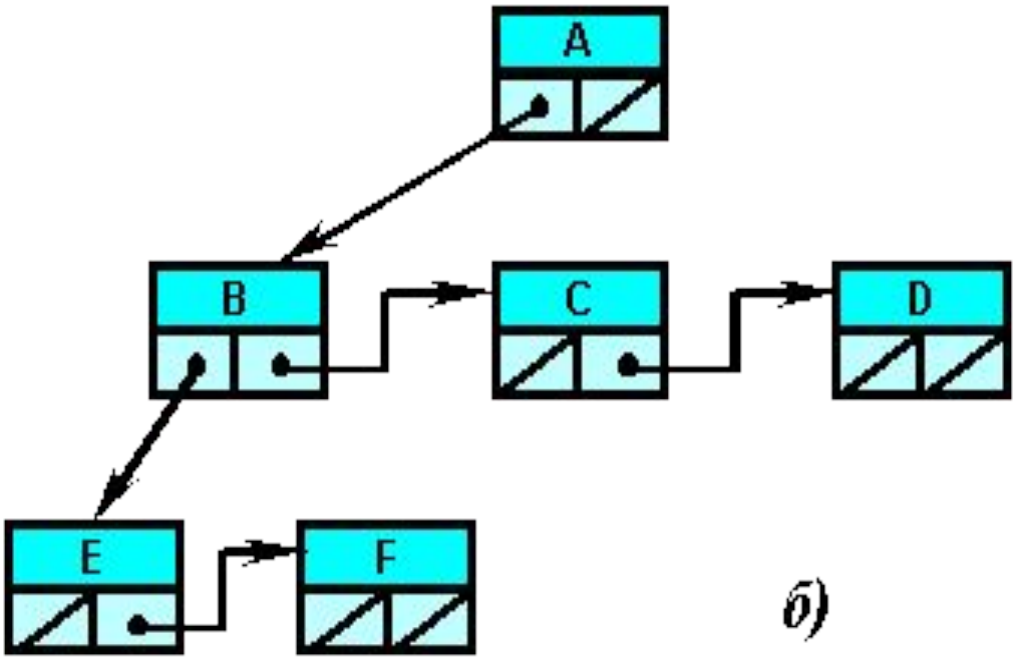
- Кроме линейных динамических структур данных часто используются нелинейные структуры. Разновидностью нелинейных структур являются деревья.
- Используются во многих структурированных данных.
- Существуют деревья с двумя ветвями (бинарное дерево) и дерево с большим количеством ветвей.

Дерево. Основные определения

- Структура типа «дерево» характеризуется следующим свойством: Каждый объект в этой структуре, за исключением одного (корня) – самой верхней вершины подчинен только одному объекту из этой структуры.
- Кроме корня в дереве различают вершины – узлы, листья, родители, потомки.
- Дерево без вершин – **пустое дерево**.
- Дерево может содержать единственную вершину.
- **Корень** – вершина, не имеющая предков.
- **Листья (терминальные вершины)** – вершины, не имеющие потомков.
- Нетерминальные вершины называют **внутренними**.
- **Поддерево** – любая вершина вместе со своими потомками.

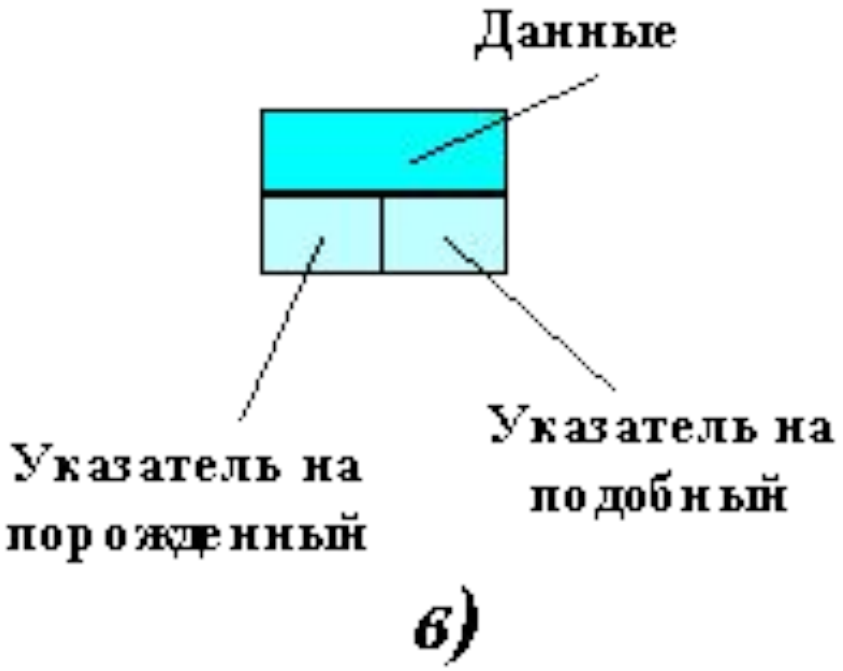
- Считается, что корень дерева находится на уровне 0.
- Максимальный уровень какой-либо из вершин дерева называется его **глубиной** или **высотой**.
- Число непосредственных потомков внутренней вершины называют **степенью вершины**.
- Максимальная степень всех вершин называется **степенью дерева**.
- Число ветвей (или ребер), которые нужно пройти от корня к вершине x, называется **длиной пути** к x.

  Длина пути к корневой вершине равна 0, а ко всем потомкам корня равна 1. Длина пути всего дерева определяется как сумма длин путей всех его компонент. Ее также называют **длиной внутреннего пути**.



б)

- В основном применяются деревья с большим количеством ветвей, но для обеспечения однородности структуры ячеек памяти деревья с большим количеством ветвей представляются в форме бинарных деревьев.



- Структура узла содержит информационную часть и указатели на порожденный узел и на подобный узел.

Рассмотренный ранее двумерный массив можно представить в виде древовидной структуры.