Компьютерный практикум по алгебре в среде Matlab

Практическое занятие 7

http://serjmak.com/2students/matlaba/seminarhttp://serjmak.com/2students/matlaba/seminar7http://serjmak.com/2students/matlaba/seminar7.ppt

Темы

Метод сингулярного разложения, схема (метод разложения) Холецкого, или метод квадратных корней (прямые методы решения СЛАУ). Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Ричардсона, методы простой итерации, метод Гаусса-Зейделя, метод SOR, градиентные методы, методы сопряженных градиентов.

Теория:

http://serjmak.com/2students/matlaba/gorbachenko_v_i_vychislitelnaya_lineinaya_algebra_s_primeram.djvu [1] (стр. 71-74, 45-48, 125-202)

http://serjmak.com/2students/matlaba/Alexeyev_Chesnokova_Reshenie_zadach.djvu [2] (стр. 25-45)

Краткая теория и операции в Matlab

svd(A) – сингулярное разложение матрицы A

[U,S,V] = svd(A) – сингулярное разложение матрицы A, такое, что A = U*S*V'. Тогда решение СЛАУ вида Ax=b будет выглядеть так: $x=U*S^{-1}*V'*b$.

R = chol(A) – верхняя треугольная матрица по схеме Холецкого;

L = chol(A,'lower') – нижняя треугольная матрица.

A=L*L'=R'*R, причём все диагональные элементы матриц L и R положительны.

Вместо исходной СЛАУ решаются (если Ax=b то x=A\b) 2 системы: Ly=b, L'x=y (или Rx=y), т.е. в итоге в результате 2 операций можно получить x.

Matlab: задание

1) Решите систему методом сингулярного разложения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

2) Решите систему из п. 1 методом разложения Холецкого.
3) Напишите алгоритм итерационного метода Ричардсона (см. источник 1, стр. 130, или слайд 4) и решите с его помощью систему из пункта 1.
4) Напишите алгоритм метода простой итерации (см. стр. 132 источника 1 или слайды 5-6) и решите с его помощью систему из пункта 1.
5) Напишите алгоритм итерационного метода Гаусса-Зейделя (см. источник 1, стр. 135 или слайды 7-8) и решите с его помощью систему из пункта 1.
6) Напишите алгоритм итерационного метода последовательной верхней релаксации (SOR) (см. источник 1, стр. 136, или слайды 9-10) и решите с его помощью систему из пункта 1.
7) Напишите алгоритм итерационного метода сопряжённых градиентов (см. источник 1, стр. 181) и решите с его помощью систему из пункта 1.

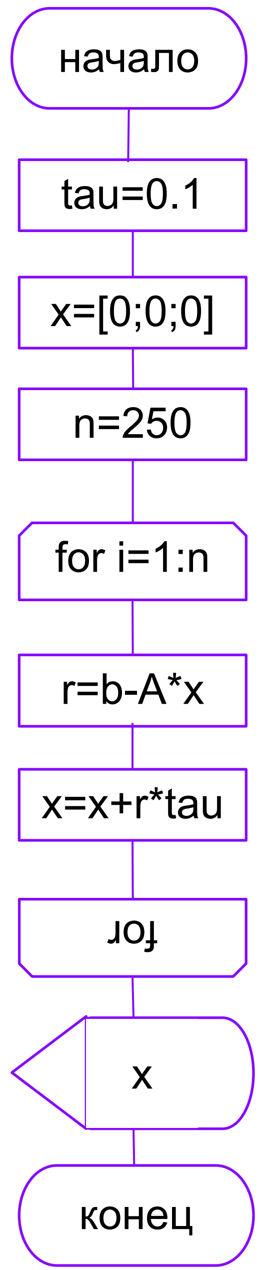
Итерационный метод Ричардсона

Данный метод представлен в самом простом виде, без выхода из цикла по точности вычислений, как предлагается в источнике 1

A=[1 1 1;1 3 1;1 1 3];
b=[2;4;0];

x - начальная точка
n – количество итераций
r – невязка
tau – коэфф. точности

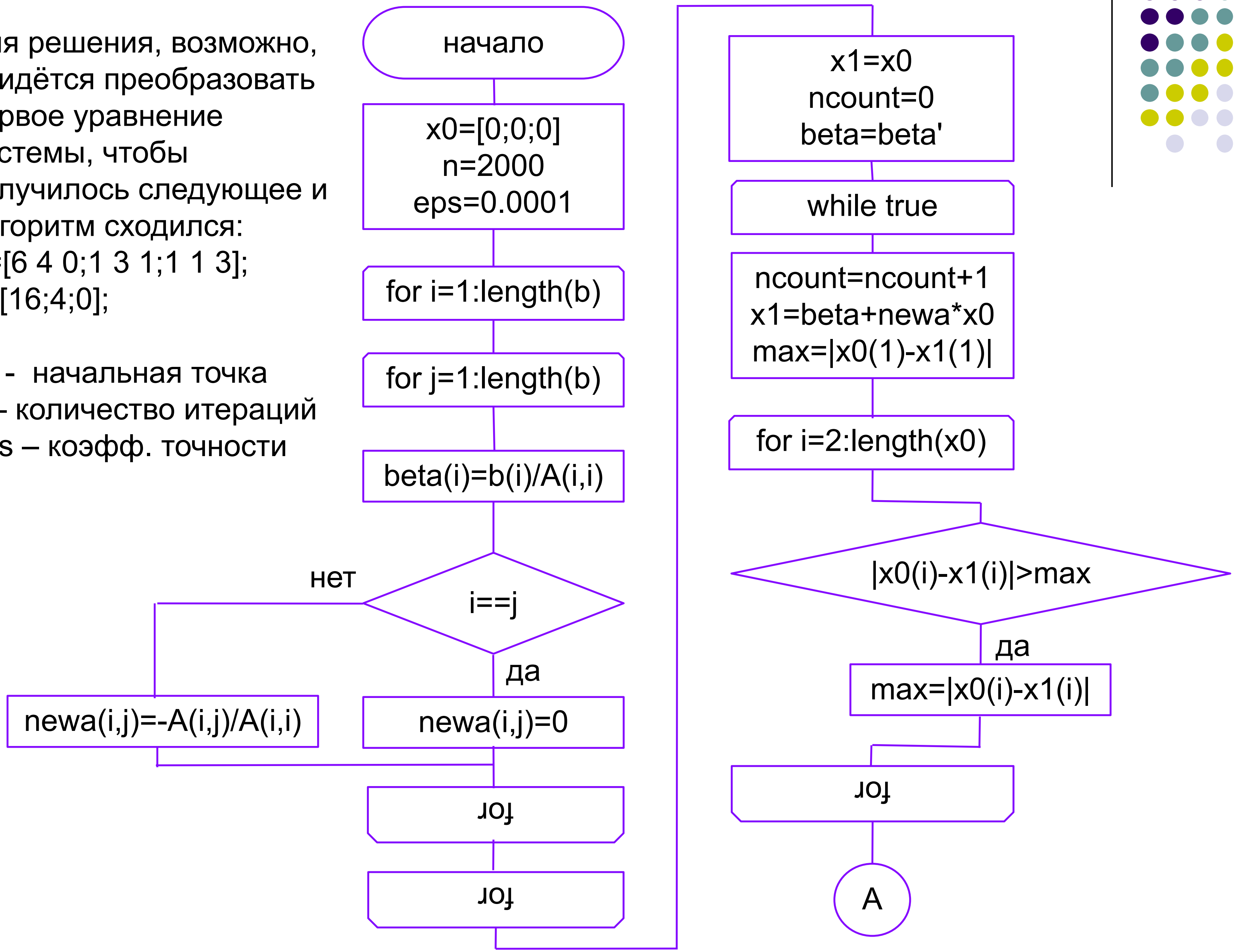
Блок-схема оформлена в соответствии с
ГОСТ 19.701-90 ЕСПД



Метод простой итерации

Для решения, возможно, придётся преобразовать первое уравнение системы, чтобы получилось следующее и алгоритм сходился:
A=[6 4 0;1 3 1;1 1 3];
b=[16;4;0];

x0 - начальная точка
n – количество итераций
eps – коэфф. точности



Метод простой итерации

Для решения, возможно, придётся преобразовать первое уравнение системы, чтобы получилось следующее и алгоритм сходился:

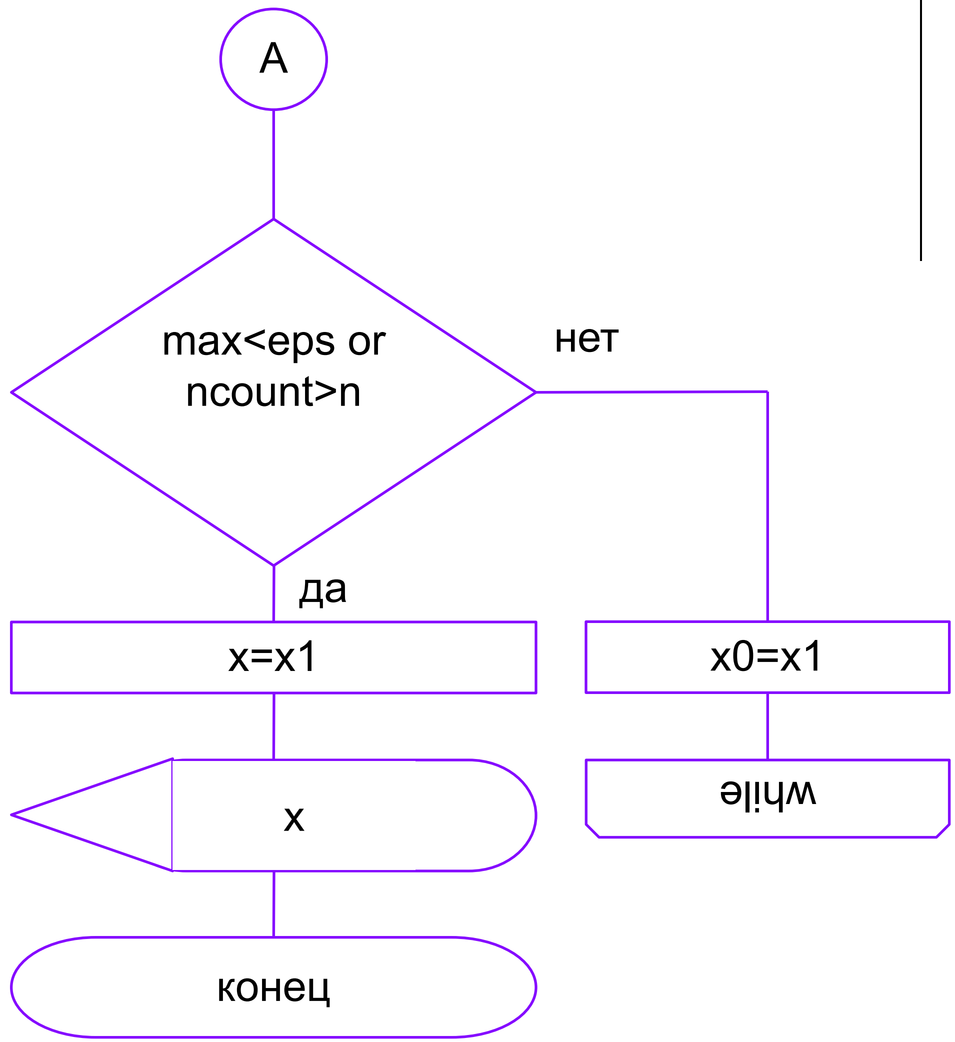
A=[6 4 0;1 3 1;1 1 3];

b=[16;4;0];

x0 - начальная точка

n – количество итераций

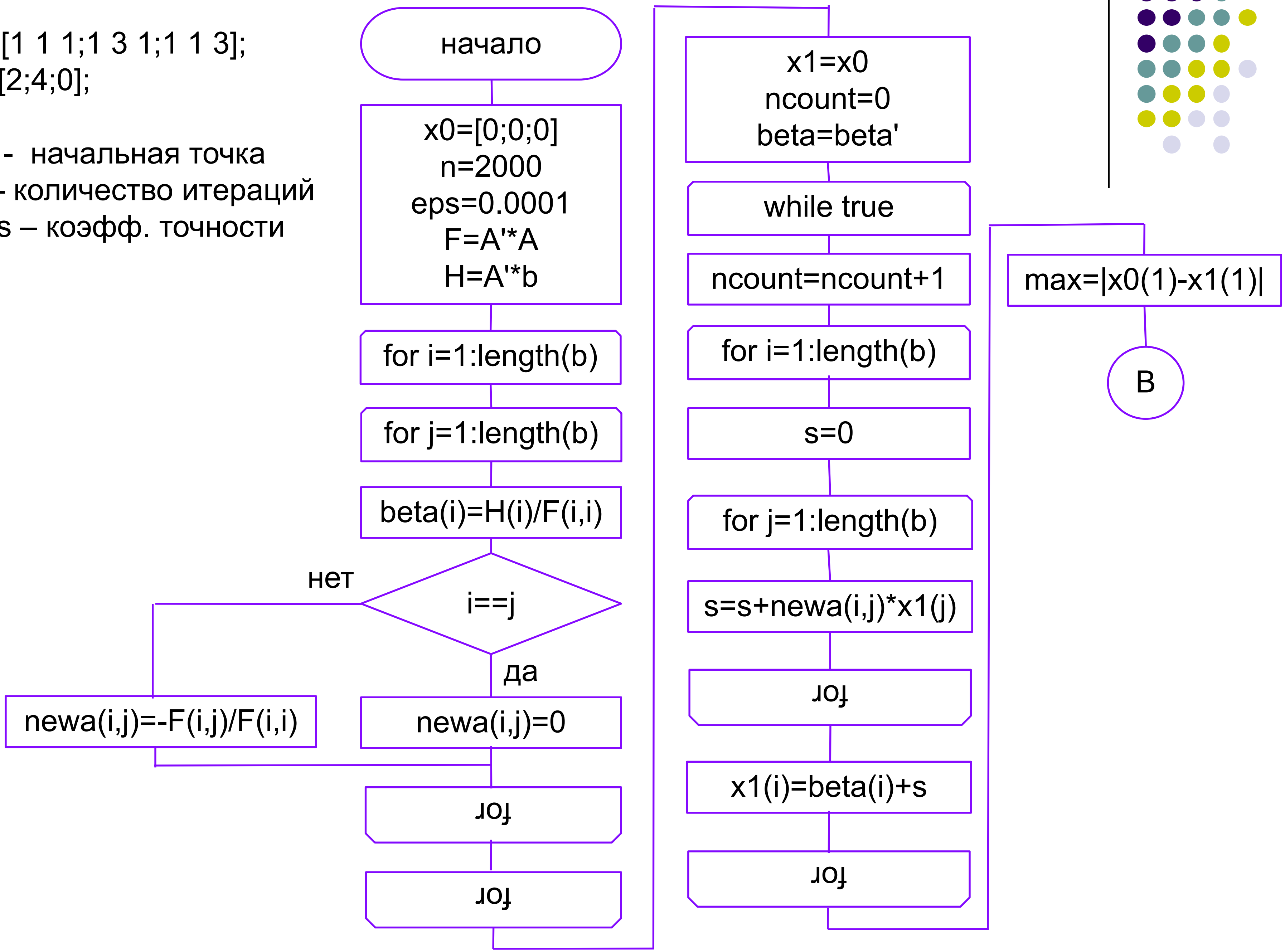
eps – коэфф. точности



Метод Гаусса-Зейделя

A=[1 1 1;1 3 1;1 1 3];
b=[2;4;0];

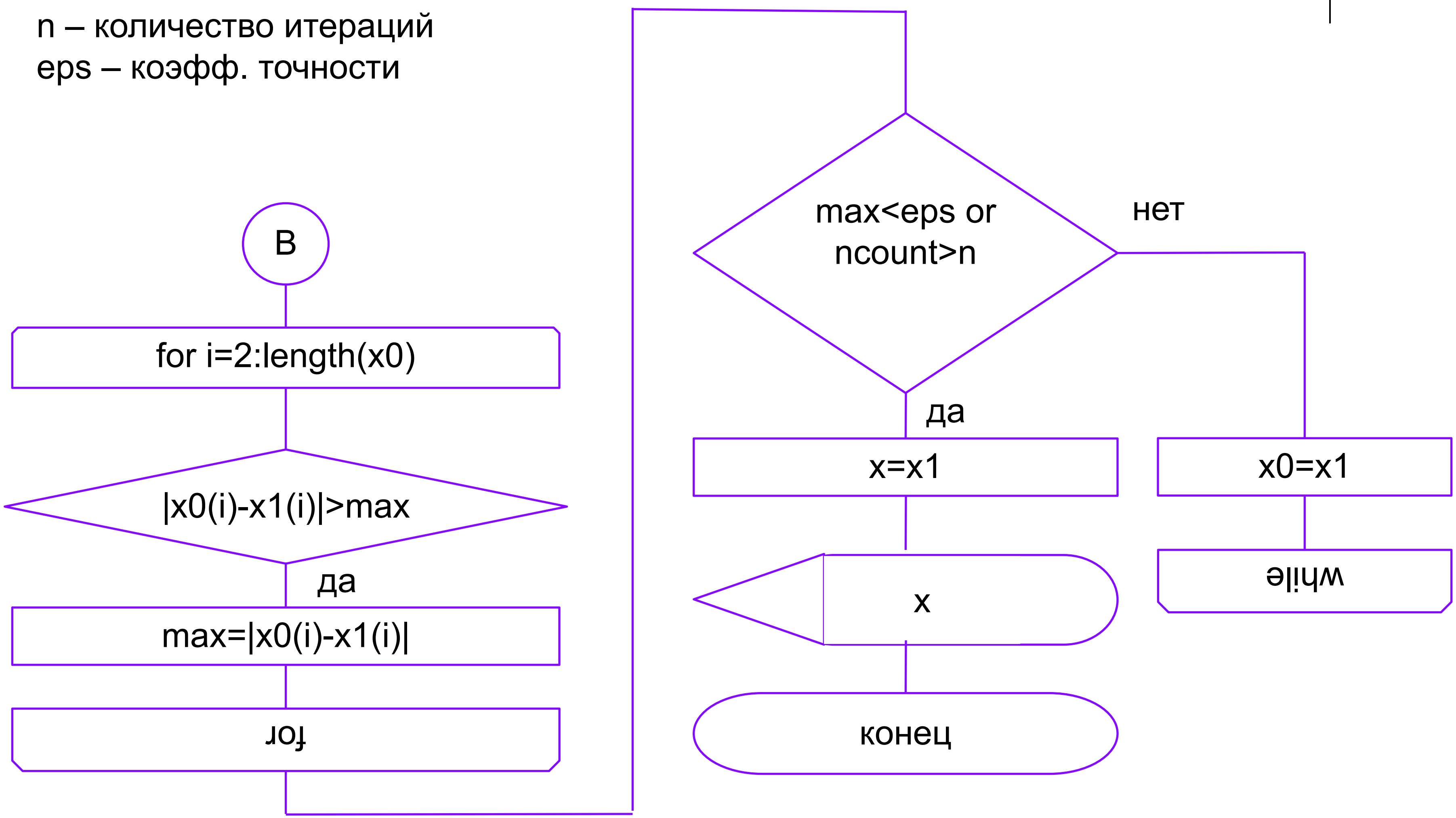
x0 - начальная точка
n – количество итераций
eps – коэфф. точности



Метод Гаусса-Зейделя

A=[1 1 1;1 3 1;1 1 3];
b=[2;4;0];

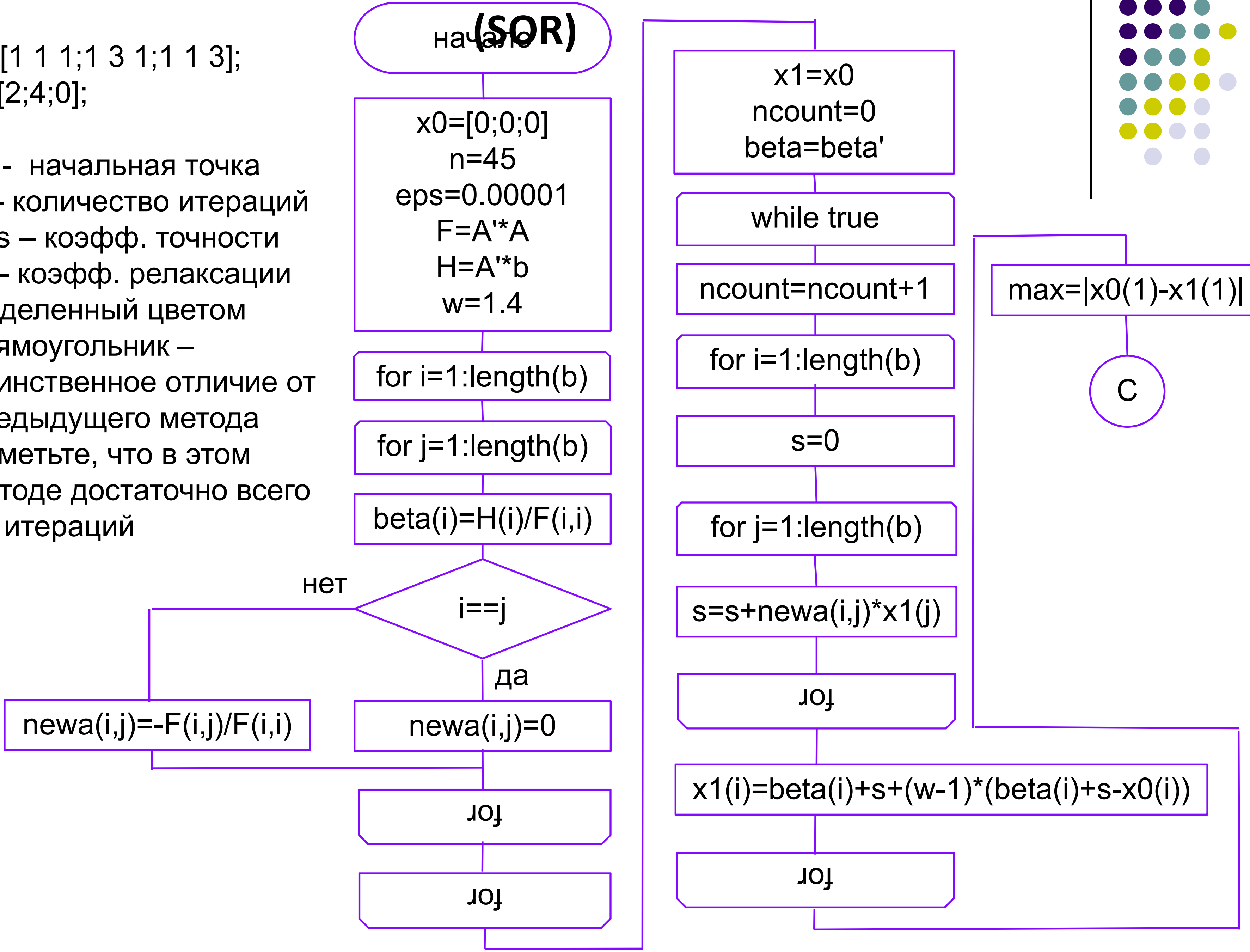
x0 - начальная точка
n – количество итераций
eps – коэфф. точности



Метод последовательной верхней релаксации (SOR)

A=[1 1 1;1 3 1;1 1 3];
b=[2;4;0];

x0 - начальная точка
n – количество итераций
eps – коэфф. точности
w – коэфф. релаксации
выделенный цветом прямоугольник – единственное отличие от предыдущего метода
Заметьте, что в этом методе достаточно всего 45 итераций



Метод последовательной верхней релаксации (SOR)

A=[1 1 1;1 3 1;1 1 3];
b=[2;4;0];

x0 - начальная точка
n – количество итераций
eps – коэфф. точности
w – коэфф. релаксации