

Вероятность и статистика

9 класс

Испытания Бернулли

СОБЫТИЯ

- Случайное событие - событие называется случайным, если нельзя утверждать, что это событие в данных обстоятельствах произойдет.
- Элементарное событие –
- Вероятность –
- Частота случайного события –
- Маловероятное случайное событие –
- Равновероятные события –
- Достоверное событие –
- Невозможное событие –
- Наибольшее и наименьшее значение вероятности –
- Несовместные события –
- Независимые события -

Испытание Бернулли



- **Определение.**
Испытанием Бернулли называют случайный опыт, который может закончиться одним из двух элементарных событий.

УСПЕХ И НЕУДАЧА

- Одно из двух элементарных событий в таких опытах условно называют *успехом*, а другой — *неудачей*.
- Вероятность того, что опыт закончится успехом, обычно обозначают буквой *p*. Вероятность неудачи обозначают *q*. Числа *p* и *q* положительные, при этом $p + q = 1$.



Серия или последовательность испытаний Бернулли



- Если проводится **несколько одинаковых и независимых** испытаний Бернулли подряд, то говорят, что проведена **серия** или **последовательность испытаний Бернулли**. Серия испытаний Бернулли также является случайным экспериментом.

Число успехов

- Подбрасывание монеты

| Количество бросков | Возможные результаты | Испытание Бернулли | Количество элементарных событий | |
|--------------------|--|--|---------------------------------|-------|
| 1 | О или Р | У или Н | 2 | 2^1 |
| 2 | ОО или РР ОР или РО | УУ или НН УН или НУ | 4 | 2^2 |
| 3 | ООО или РРР ООР или РРО ОРО или РОР РОО или ОРР | УУУ или ННН УУН или ННУ УНУ или НУН НУУ или УНН | 8 | 2^3 |

Вывод: если n – количество испытаний, то 2^n - количество элементарных событий.

Вероятность успеха

- При одном подбрасывании монеты вероятность выпадения орла (О или Р - У или Н)

$$p = q = \frac{1}{2}$$

- При двух подбрасываниях монеты вероятность события - выпадение орла при каждом броске (ОО, то есть УУ)

$$p^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Вероятности событий

- При проведении серии из n независимых испытаний Бернулли одно элементарное событие с k успехами имеет вероятность
- Число таких элементарных событий с k успехами равно
- событие «наступило ровно k успехов» имеет вероятность

$$p^k q^{n-k}$$

$$C_n^k$$

$$C_n^k p^k q^{n-k}$$

Пример 1.

- При стрельбе в мишень с вероятностью попадания $\frac{1}{3}$ производится 7 выстрелов. Какова вероятность попасть в мишень ровно 3 раза?
- Решение.

$$n=7, k=3, p=\frac{1}{3}, q=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

Выполним расчеты по формуле вероятностей

$$C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ где } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Решение.

$$P(A) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$$P(A) = \frac{7!}{3!(7-3)!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$P(A) = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2^4}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3^3 \cdot 3^4} = \frac{560}{2187} \approx 0,256$$

Пример 2.

- Иван Иванович купил билет «Спортлото 5 из 36». Он должен зачеркнуть ровно 5 номеров из 36. Сколько существует способов это сделать?
- Найдите вероятность угадать 5 номеров из 36.

Число успехов

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{36}^5 = \frac{36!}{5!(36-5)!}$$

$$C_{36}^5 = 376992$$

- 376992 способа зачеркнуть ровно 5 номеров из 36
- Значит, вероятность угадать ровно 5 номеров из 36 равна

$$P(A) = \frac{1}{C_n^k}$$

$$P(A) = \frac{1}{376992} \approx 0,000003$$

Пример 3.

- Проводится серия из 3 независимых испытаний Бернулли с вероятностью успеха $p = \frac{1}{6}$. Найдите вероятность элементарного события, в котором наступает сначала 1 успех, а затем — 2 неудачи.

Решение.

- Проводится серия из 3 независимых испытаний Бернулли с вероятностью успеха $\frac{1}{6}$. Найдите вероятность элементарного события, в котором наступает сначала 1 успех, а затем — 2 неудачи.
- Решение.

$$n=3, k=1, p=\frac{1}{6}, q=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

Выполним расчеты по формуле вероятностей

$$C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ где } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P(A) = \frac{3!}{1!2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{72} \approx 0,347$$

Вероятность событий

$$P(A) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

где

n- количество испытаний

k- количество успехов

p- вероятность успеха

q- вероятность неудачи

Домашнее задание

- 1. Проводится серия из 6 независимых испытаний Бернулли с вероятностью успеха $p = \frac{1}{3}$. Найдите вероятность элементарного события, в котором наступает сначала 2 успеха, а затем — 4 неудачи.
- 2. Сколько элементарных событий с 4 успехами возможно в серии из 10 испытаний Бернулли?
- 3. Найдите вероятность выбросить ровно 6 орлов, 10 раз бросив монету.