

# Вероятность и статистика

## 7 урок

ИТОГОВЫЙ  
1 четверть



ДЗ

## Задания ГИА по теме

1. В магазине канцтоваров продается 200 ручек, из них 31 красная, 25 зеленых, 38 фиолетовых, еще есть синие и черные, их поровну. Найдите вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана красная или черная ручка.
2. На экзамене по биологии школьнику достается один случайно выбранный вопрос из списка. Вероятность того, что этот вопрос на тему «Членистоногие», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Ботаника», равна 0,45. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
3. На экзамене 25 билетов, Сергей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.
4. В среднем из 100 карманных фонариков, поступивших в продажу, восемь неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
5. Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет менее 4 очков.

1. Попытка изучать изменчивость и случайность с помощью математики привела к появлению теории вероятностей.

2. Окружающий мир полон случайностей. Погода, подъёмы и спады экономики, болезни, неожиданные встречи - все эти **события** во многом случайны.

3. Необходимо:

- **научиться измерять случайность числом;**
- **вычислять шансы случайных событий;**
- **оценивать значения случайных величин.**

4. Теория вероятностей в школе - это формирование современного мировоззрения, объединяющего представления о функциональных зависимостях и о случайной изменчивости.

5. Методы теории вероятностей и статистики необходимы для эффективной экономики и производства, внедрения новых лекарств и методов лечения, обеспечения страховой защиты граждан от непредвиденных обстоятельств, проведения разумной социальной политики.

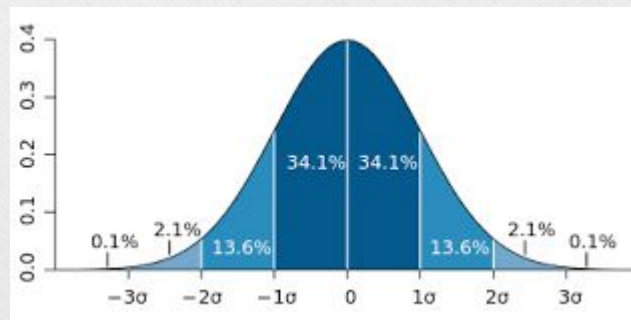
6. Статистика и теория вероятностей играют особую роль в современном мире и в современных профессиях. Они важны для развития цифровой экономики.

7. Знание основ статистики и теории вероятностей позволяет продолжить образование практически в любой сфере: в инженерном деле, в сфере управления, в общественных специальностях, в медицине и психологии.

8. Теория вероятностей начала складываться в XVII в. Сначала источником вероятностных задач служили игры: игра в кости, где главное - подсчёт числа равновозможных комбинаций, комбинаторные задачи, связанные с бросанием монеты или кости, с выбором случайных комбинаций карточек, шаров и т. п.

9. Становление теории вероятностей дало толчок бурному развитию статистики. В XVII в. статистика как наука впервые применяется в демографии и страховании, возникают идеи о случайных ошибках в измерениях.

10. Теория вероятностей и статистика долгое время развивались как описательные естественные науки, использующие математический аппарат. В полноценную математическую теорию наука о вероятностях превратилась лишь в XX в. благодаря системе аксиом, созданной академиком Андреем Николаевичем Колмогоровым



## Разделы

1. Статистика (представление данных, описательная статистика, понятие о случайной изменчивости).
2. Случайные эксперименты, случайные события и их вероятности.
3. Случайные величины, их характеристики и понятие о законе больших чисел.

Якласс **Вероятность и статистика** 7-8 класс

Теория

<https://www.yaclass.ru/p/veroyatnost-i-statistika>

- Статистические данные в таблицах
- Поиск информации в таблицах
- Вычисления в таблицах
- Таблицы с результатами подсчётов и измерений

Таблица - один из самых простых и удобных способов поиска и упорядочивания данных.

Номер стрелка	Число выстрелов	Число попаданий
1	44	26
2	70	45
3	40	14
4	67	48

## Таблицы

- облегчают поиск необходимых сведений,
- избавляют от необходимости изучать всю имеющуюся информацию - это главное преимущество таблицы перед текстом.
- позволяют легко сравнивать данные и делать разумный выбор.

## Графическое представление данных

Для наглядного, запоминающегося изображения и сопоставления данных используются диаграммы. В отличие от таблиц, диаграммы не передают информацию совершенно точно, зато они наглядны и позволяют сравнивать величины.

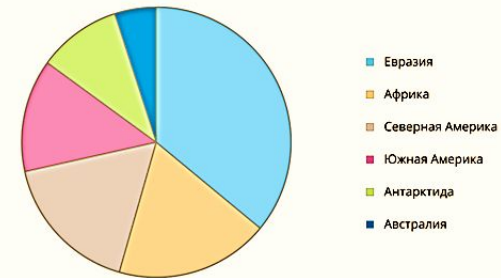


Рис. 1. Диаграмма площадей материков

Как описать одним-двумя числами большой массив числовых данных?

### «Описательная статистика»

В статистике используется множество описательных показателей, по которым можно судить о средних значениях, рассеивании, асимметричности и характере изменения статистических данных:

- среднее арифметическое,
- медиана,
- размах числовых наборов,
- среднее геометрическое и среднее гармоническое,
- частота значений и свойства частот.



Неизменные величины в жизни встречаются крайне редко.

Даже те величины, которые в физике называют константами (постоянными), чаще всего подвержены изменчивости.

Иногда можно указать причины и даже законы изменчивости.

Но помимо закономерной изменчивости почти всегда присутствует разнонаправленная случайная изменчивость, причины которой известны частично, а порой неизвестны вовсе.



## Вероятность и статистика, 7 класс

### I. Представление данных

1. Представление данных в таблицах
2. Практические вычисления по табличным данным
3. Извлечение и интерпретация табличных данных
4. Графическое представление данных в виде круговых диаграмм
5. Графическое представление данных в виде столбиковых диаграмм
6. Чтение и построение диаграмм

### II. Описательная статистика

1. Числовые наборы. Среднее арифметическое
2. Медиана числового набора
3. Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах
4. Свойства средних

### III. Случайная изменчивость

1. Примеры случайной изменчивости
2. Частота значений в массиве данных
3. Группировка. Гистограммы

### IV. Теория графов

1. Введение в теорию графов
2. Лемма о рукопожатиях
3. Цели и цикл. Пути в графе
4. Понятие эйлерова графа. Ориентированные графы

### V. Вероятность и частота случайного события

1. Случайный опыт и случайное событие

## Среднее гармоническое набора положительных чисел

Среднее гармоническое — один из способов, которым можно познать «среднее» значение некоторого набора чисел. Его можно определить следующим образом: пусть даны **положительные** числа  $x_1, \dots, x_n$ , тогда их среднее гармоническое будет такое число  $H$ , что

$$\frac{n}{H} = \frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}$$

Можно вывести левую формулу для среднего гармонического:

$$H(x_1, \dots, x_n) = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

т. е. среднее гармоническое есть обратная величина к среднему от обратных к числам  $x_1, \dots, x_n$ .

Среднее гармоническое — как средняя скорость движения на равных участках пути. Оно возникает в экономических задачах о средних затратах на производство. Общепринятого обозначения для среднего гармонического нет.

Ещё один специальный вид среднего — **среднее геометрическое** — применяется, когда нужно усреднить относительное изменение какой-то величины, выраженное числовым коэффициентом или в процентах.



## Вероятность и статистика, 8 класс

### I. Вероятность случайного события

1. Элементарные события. Виды событий
2. Вероятность случайного события
3. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор

### II. Введение в теорию графов

1. Дерево. Свойства дерева

### III. Случайные события

1. Противоположное событие. Диаграмма Эйлера

**Вероятность случайного события** - это числовая мера правдоподобия этого события.

**Невозможное случайное событие** - это случайное событие, которое в случайном эксперименте не наступает. Вероятность невозможного события равна 0.

**Достоверное случайное событие** - это случайное событие, которое в случайном эксперименте обязательно наступает. Вероятность достоверного события равна 1.

Иногда вероятности событий можно рассчитать математически, но часто приходится их приближённо узнавать - оценивать - с помощью частот, повторяя случайный опыт много раз.

Пусть, например, мы провели опыт 100 раз и некоторое событие С произошло 45 раз.

Отношение числа тех опытов, в которых событие С произошло, к общему 45 числу проведённых опытов равно в данном случае  $45/100 = 0,45$ .

Число 0,45 в этом случае является частотой случайного события С.

Мы говорили о частоте чисел в наборе данных. Но ведь если величина из набора данных оказалась равна какому-то числу, то это можно рассматривать как некоторое случайное событие. Поэтому частота события не является для нас совсем новым понятием.

**Определение. Отношение числа опытов, в которых случайное событие произошло, к общему числу проведённых одинаковых опытов называется частотой данного случайного события в этой серии опытов.**

Например, если событие не наступило ни разу, то его частота равна 0. Но это не значит, что оно невозможное. Может быть, в следующей серии таких же опытов это событие всё же случится.

Если событие наступило во всех опытах, то частота этого события равна 1.

**Вероятности и частоты связаны. Если опыт повторять достаточно много раз, то окажется, что частота события близка к его вероятности.**

## Повторить формулу:

$$P(A) = \frac{m}{n} - \text{формула вероятности,}$$

где  $A$  – событие,

$n$  – число всех равновероятных исходов,

$m$  – число благоприятных исходов.

Классические вероятностные опыты с использованием **монет**

При решении задач с монетами число всех **равновероятных исходов ( $n$ )** можно посчитать по формуле  $n=2^a$ , где  $a$  – количество бросков.

Классические вероятностные опыты с использованием **кубиков**

При решении задач с кубиками число всех **равновероятных исходов ( $n$ )** можно посчитать по формуле  $n=6^a$ , где  $a$  – количество бросков.

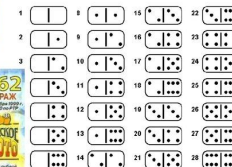


ВЕРОЯТНОСТЬ  
события

количество благоприятных исходов  
количество всевозможных исходов



$$P(A) = \frac{m}{n}$$



Математическая  
модель  
«игральная кость»

Испытание –  
бросание игральной  
кости

Событие –  
выпадение очков

Выпадение каждой грани при  
многократном бросании кубика  
имеет одинаковую вероятность

В следующем эксперименте симметричную монету  
бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка  
выпадет оба раза.

315957



Решение.

Всего 4 варианта  $n = 2^2 = 4$ : о о; р р; р о;  
Благоприятный исход только один  $m = 1$ : р р.  
Вероятность равна  $p = m/n = 1/4 = 0,25$ .

Ответ: 0,25.

1. Задание № 10

У бабушки 10 чашек: 6 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

2. Задание № 10

Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132, 129. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

### 3. Задание № 10

В группе из 20 российских туристов несколько человек владеют иностранными языками. Из них пятеро говорят только по-английски, двое только по-французски, двое по-французски и по-английски. Какова вероятность того, что случайно выбранный турист говорит по-французски?

### 4. Задание №10

В случайном эксперименте симметричную монету бросают три раза.

Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.

### 5. Задание №10

Для экзамена подготовили билеты с номерами от 1 до 50. Какова вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет двузначный номер?

## 6. Задание №10

В таблице представлены результаты четырех стрелков, показанные ими на тренировке.

Номер стрелка	Число выстрелов	Число попаданий
1	67	48
2	70	45
3	40	14
4	44	26

Тренер решил послать на соревнования того стрелка, у которого относительная частота попаданий выше. Кого из стрелков выберет тренер? Укажите в ответе его номер.



## 7. Задание №10

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,29.

Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.