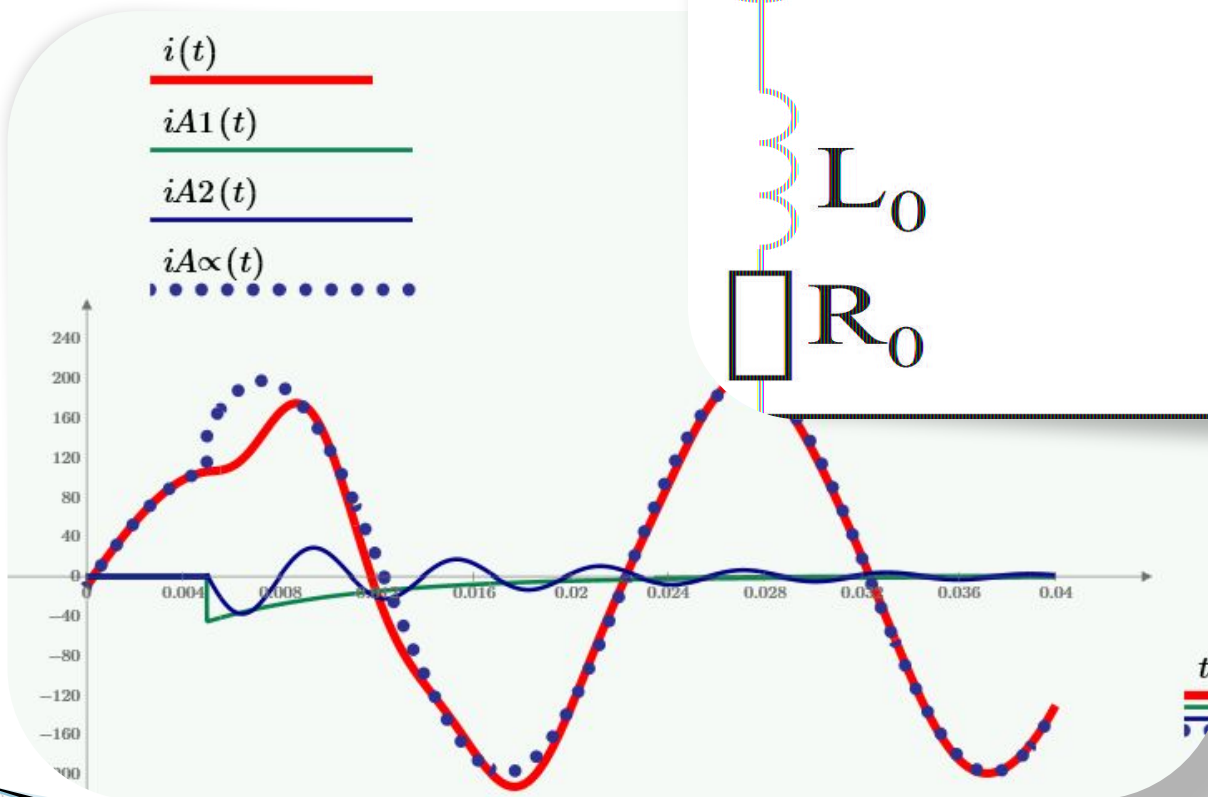
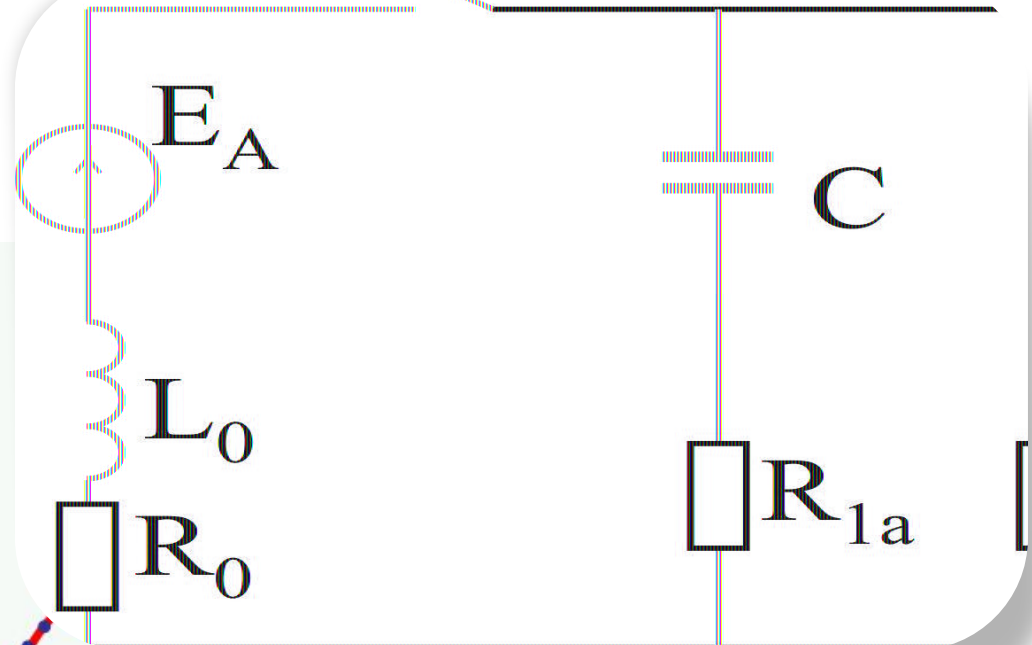


Переходный процесс в цепи с R - L - C элементами

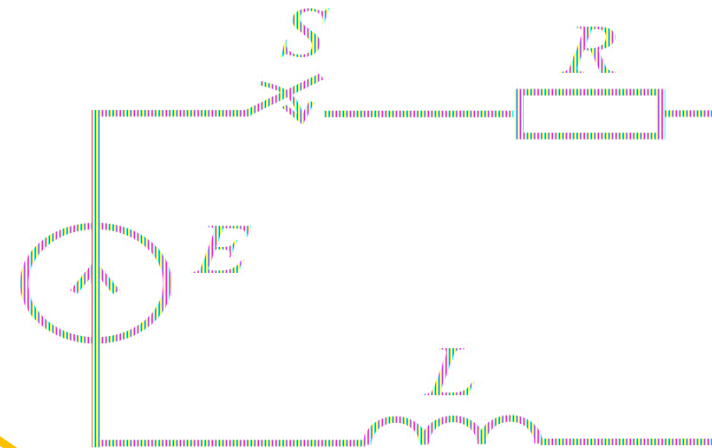


Переходный процесс в цепи с R - L - C элементами

1) ННУ $t = 0_-$

$$i_L(0_-) = 0$$

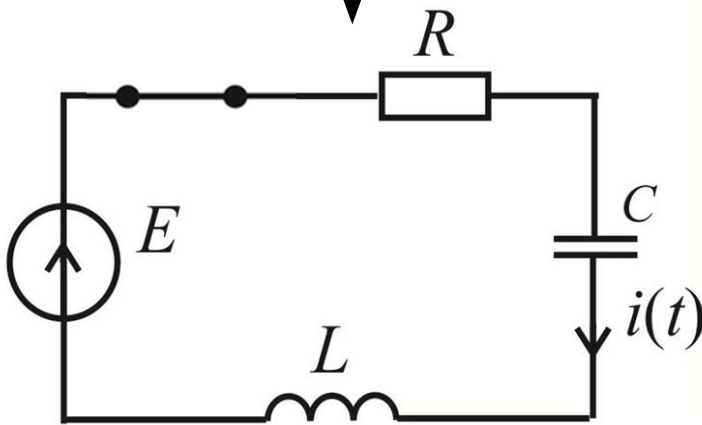
$$u_C(0_-) = 0$$



при $t = 0_+$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$



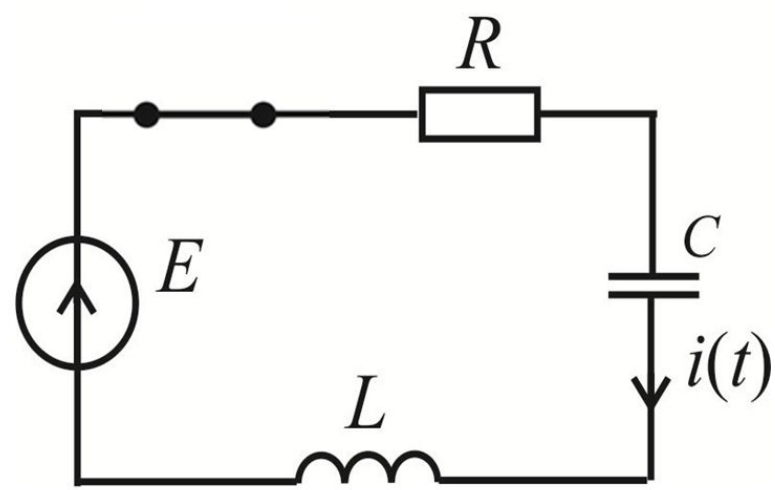
$$L \frac{di(0_+)}{dt} + Ri(0_+) + \frac{1}{C} \int_0^t i(0_+) dt = E$$

$$\frac{di(0_+)}{dt} = \frac{E}{L}$$

**Зависимые
НУ**

2) После коммутации

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E$$
$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$



3) Характеристическое уравнение

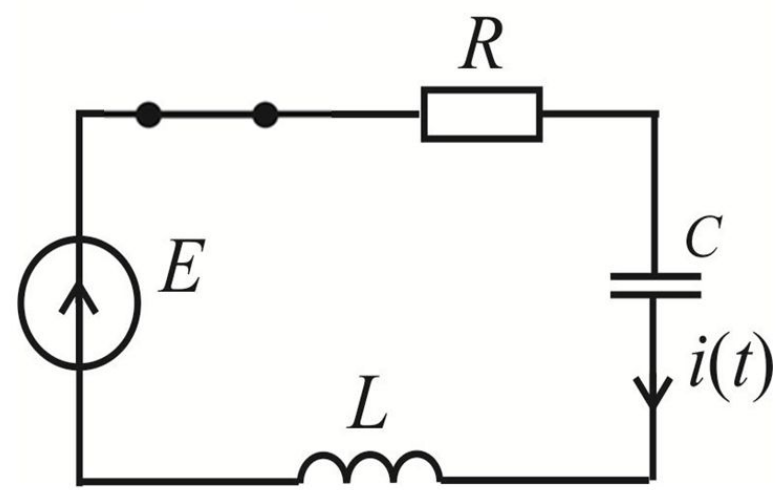
$$Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} = 0 \Rightarrow p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$$

Корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$



Затухание $\delta = \frac{R}{2L}$ **Угловая частота** $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Критическое сопротивление

$$\sqrt{\left(\frac{R_{\text{кр}}}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = 0 \quad R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho$$

Волновое сопротивление $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$

При $R = R_{кр}$

$$p = -\frac{R}{2L} = -\delta$$



$$i_{св} = e^{pt} (A_1 + A_2 t)$$

При $R > R_{кр}$

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$i_{св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

При $R < R_{кр}$

$$p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{св}$$

$$\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Свободная составляющая

4) Принужденная составляющая

$$i_{пр} = 0$$

5) Общее решение

$$i = i_{св}$$

6) Найдем A_i для $R > R_{кр}$

$$i = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$\frac{di}{dt} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}$$

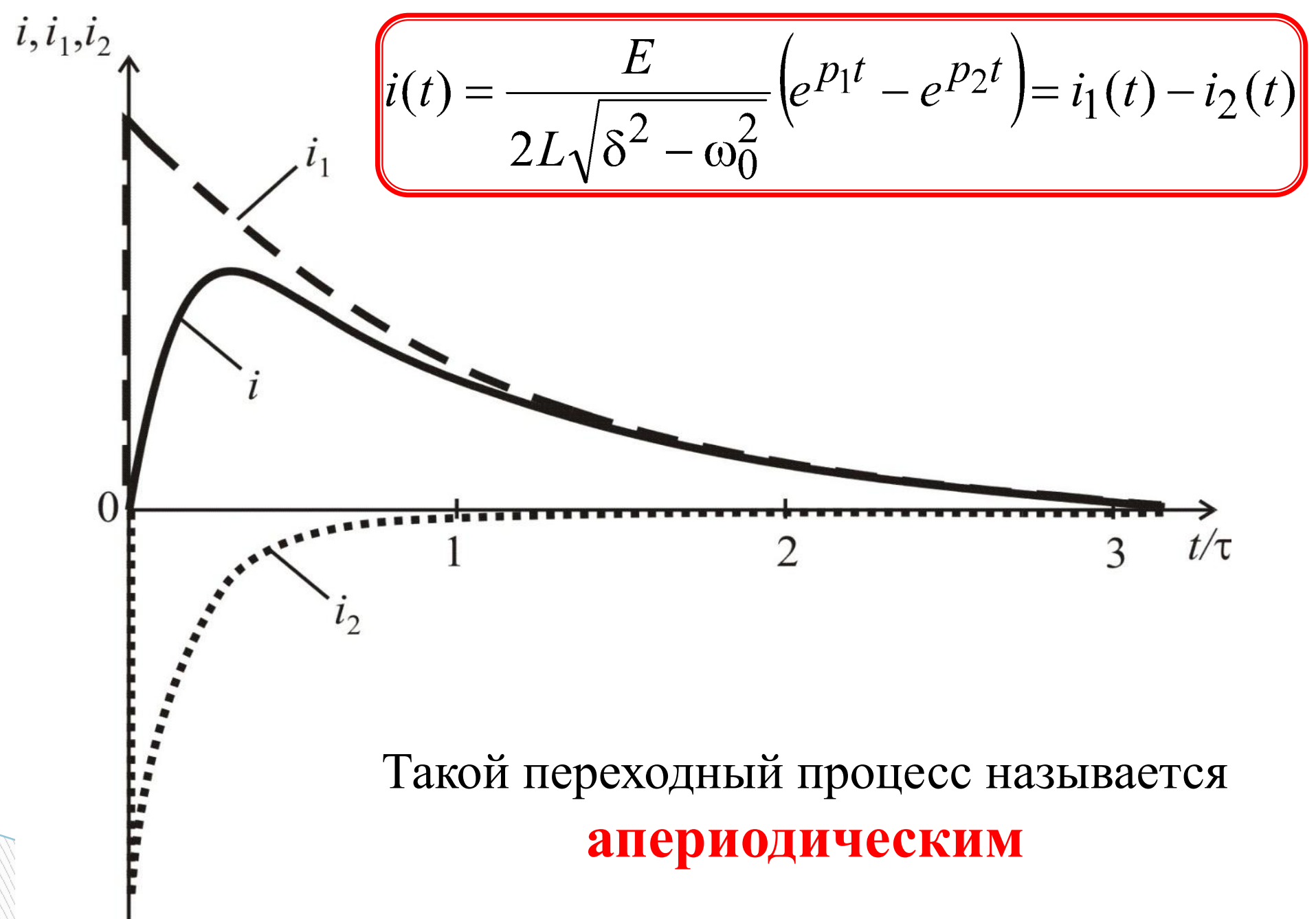
при $t = 0_+$

$$i(0_+) = A_1 + A_2 = 0$$

$$\frac{di}{dt}(0_+) = A_1 p_1 + A_2 p_2 = \frac{E}{L}$$

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{L(p_1 - p_2)} = \frac{E}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}$$



6) Найдем A_i для $R=R_{кр}$

$$i = e^{pt} (A_1 + A_2 t)$$

$$\frac{di}{dt} = A_1 p e^{pt} + A_2 e^{pt} + A_2 t p e^{pt}$$

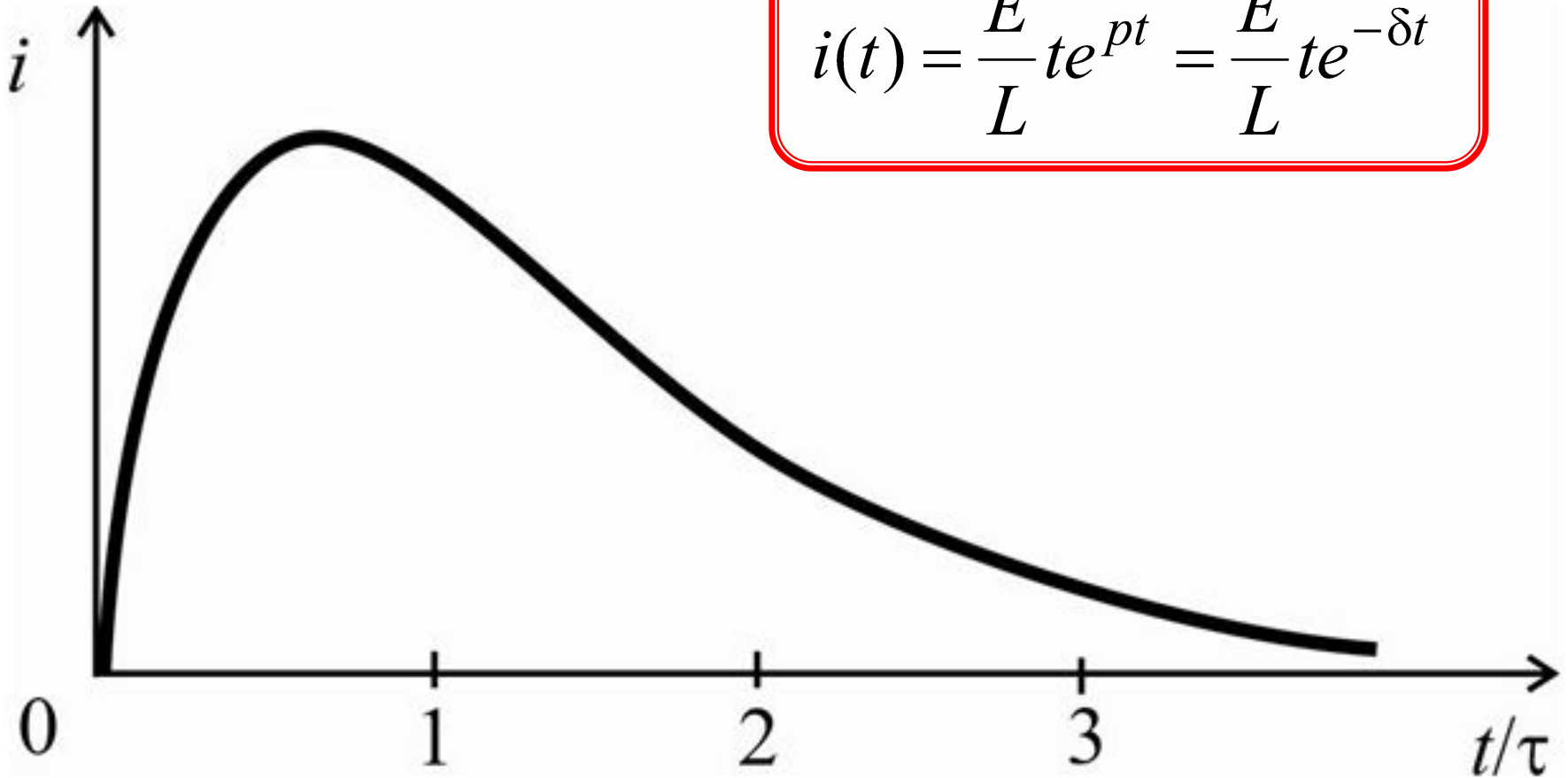
при $t = 0_+$

$$i(0_+) = e^0 (A_1 + A_2 \cdot 0) = A_1 = 0$$

$$\frac{di}{dt}(0_+) = A_2 = \frac{E}{L}$$

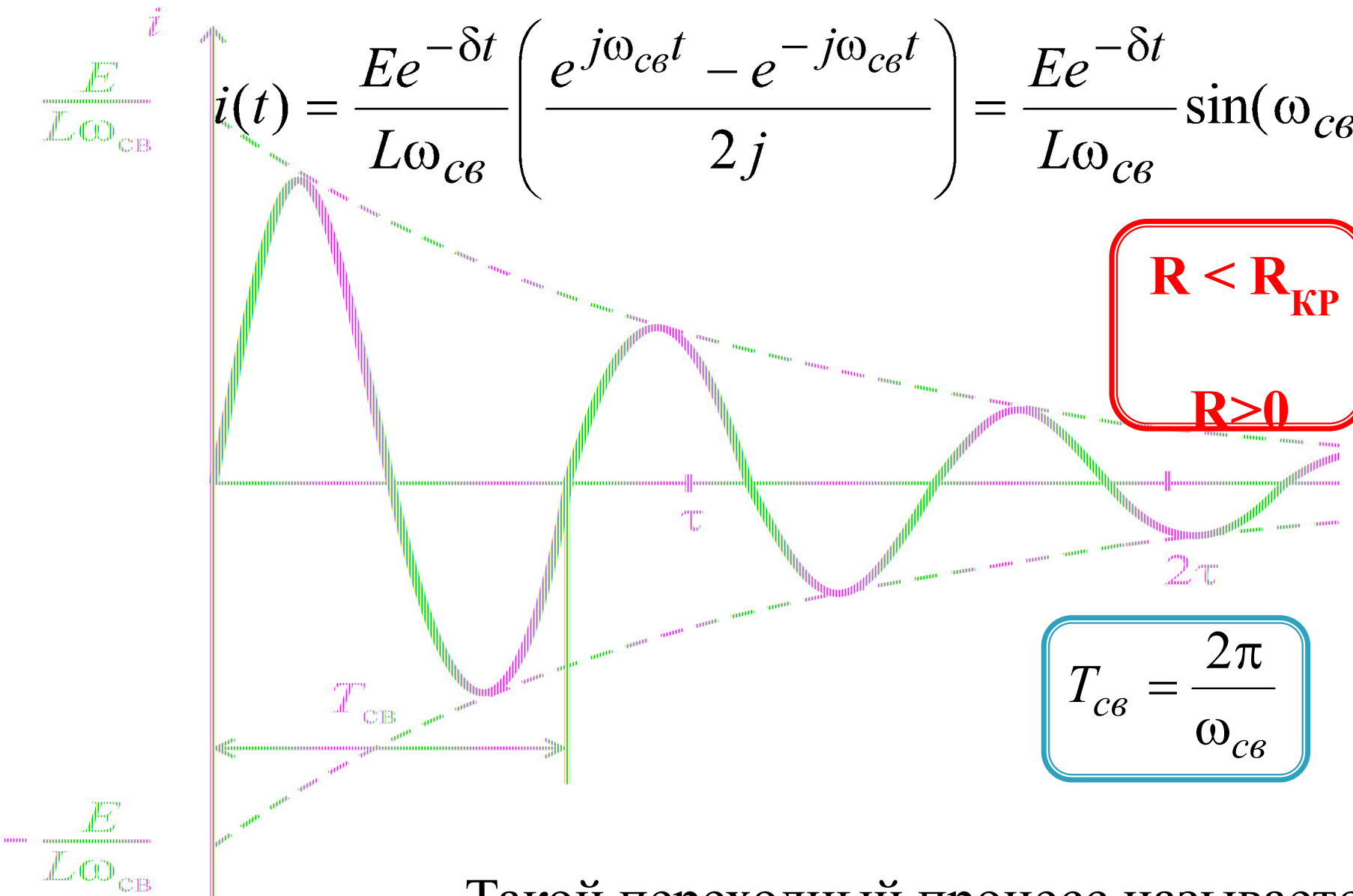
$$i(t) = \frac{E}{L} t e^{pt} = \frac{E}{L} t e^{-\delta t}$$

$$i(t) = \frac{E}{L} t e^{pt} = \frac{E}{L} t e^{-\delta t}$$



Такой переходный процесс называется
апериодическим критическим

$$i(t) = \frac{Ee^{-\delta t}}{L\omega_{св}} \left(\frac{e^{j\omega_{св}t} - e^{-j\omega_{св}t}}{2j} \right) = \frac{Ee^{-\delta t}}{L\omega_{св}} \sin(\omega_{св}t)$$

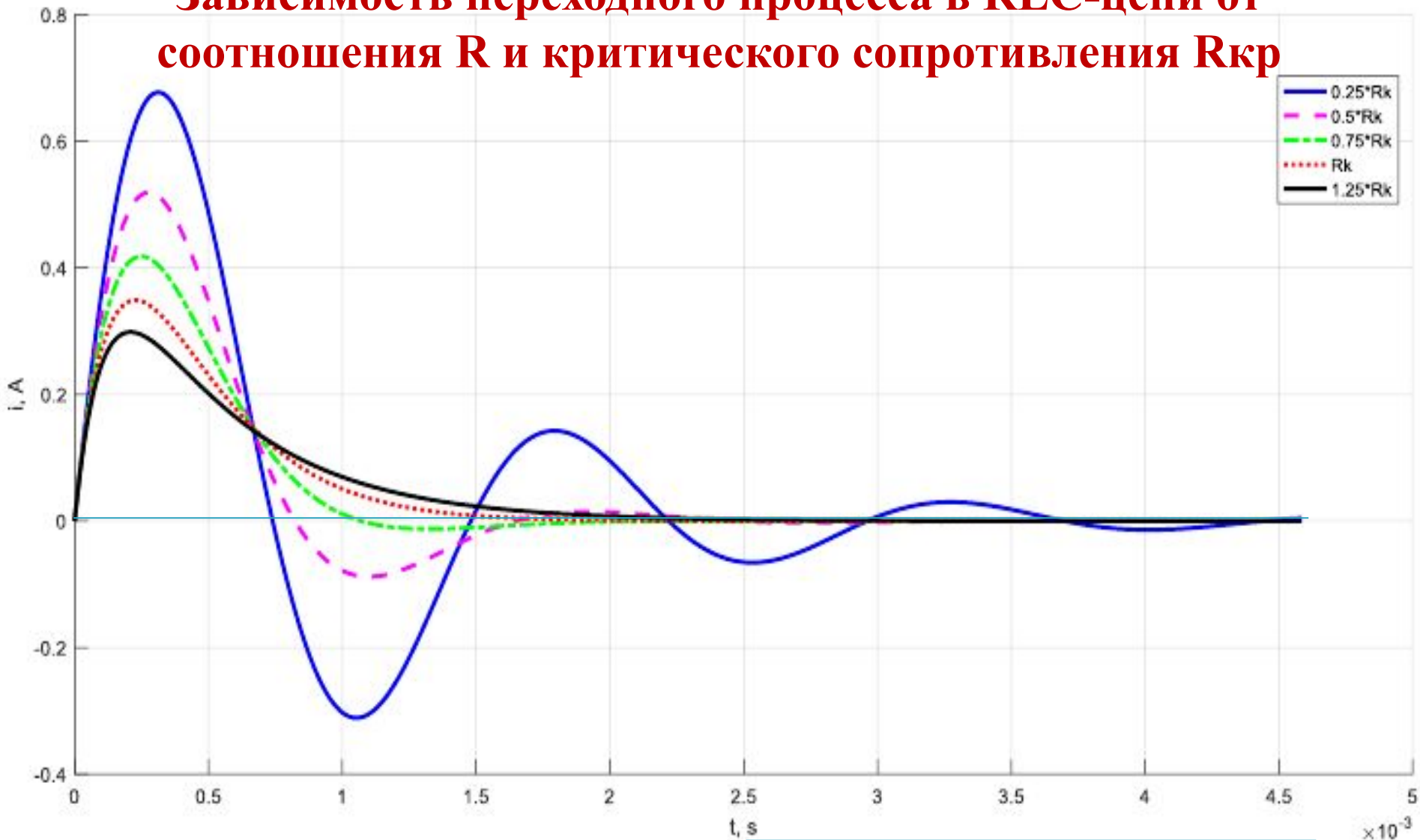


$R < R_{KP}$
 $R \geq 0$

$$T_{св} = \frac{2\pi}{\omega_{св}}$$

Такой переходный процесс называется
колебательным затухающим

Зависимость переходного процесса в RLC-цепи от соотношения R и критического сопротивления R_{кр}



$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Переходный процесс в разветвленной цепи

$$R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}, R_3 = 5 \text{ Ом}, \\ E = 1 \text{ В}, L = 2 \text{ мГн.}$$

1) ННУ

$$i(0_+) = i(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{1}{15} \approx 0,067 \text{ А}$$

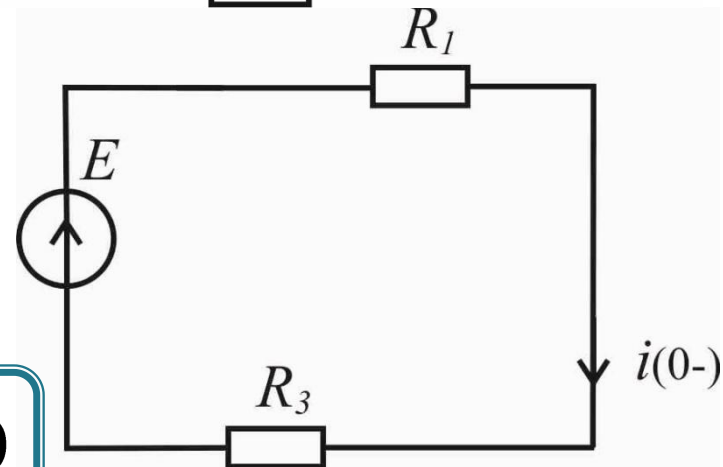
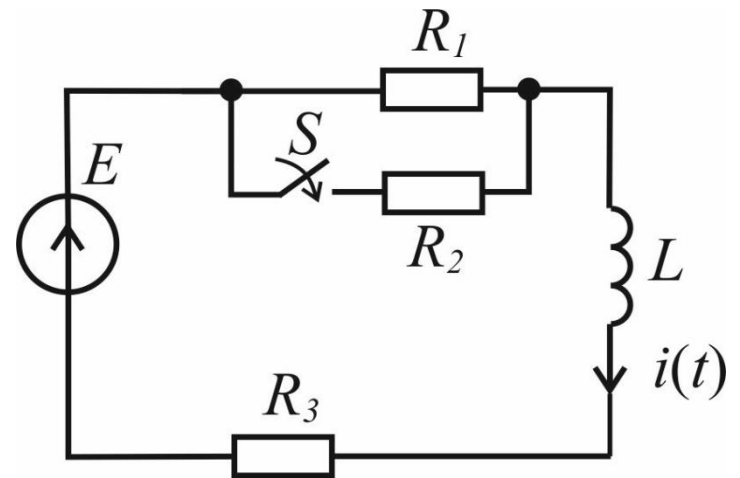
2) Операторное сопротивление

$$Z(p) = R_{12} + R_3 + pL = 10 + 0,002p = 0$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ Ом}$$

$$p = -\frac{10}{0,002} = -5000 \text{ (1/с)}$$

$$\tau = -\frac{1}{p} = \frac{1}{5000} = 0,2 \text{ (мс)}$$



$$3) i_{\text{св}} = Ae^{pt} = Ae^{-t/\tau}$$

4) Принужденная составляющая

$$i_{\text{пр}} = \frac{E}{R_{12} + R_3} = \frac{1}{10} \approx 0,1 \text{ (A)}$$

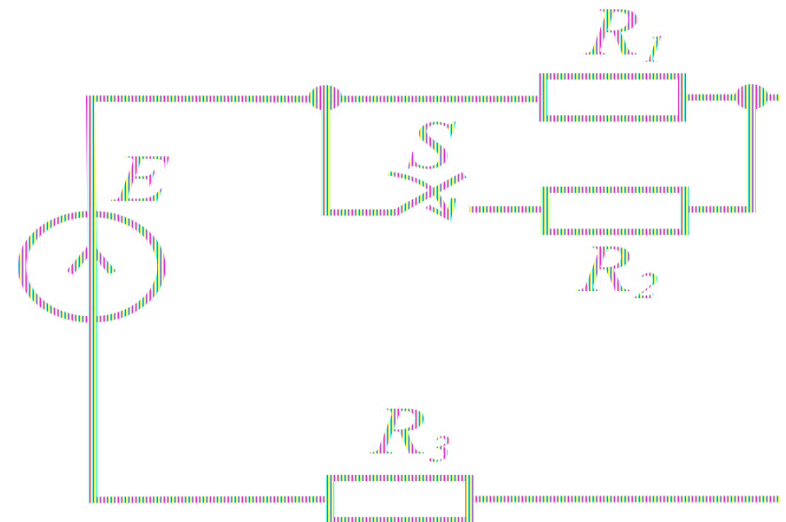
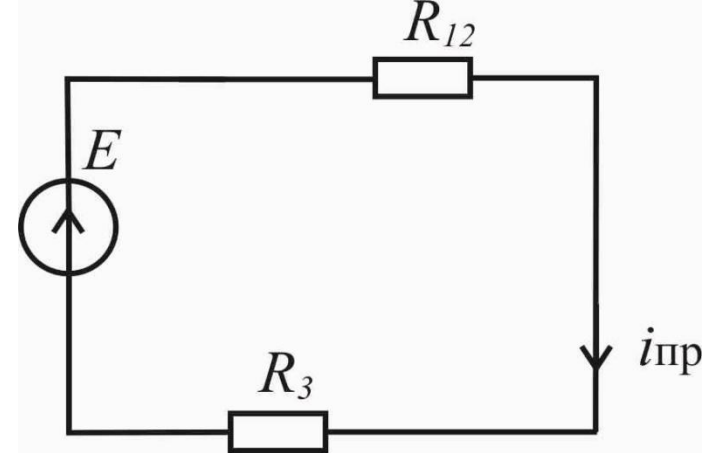
5) Общее решение

$$i = Ae^{pt} + 0,1 \text{ (A)}$$

6) При $t = 0$

$$i(0_+) = A + 0,1 = 0,067 \text{ (A)}$$

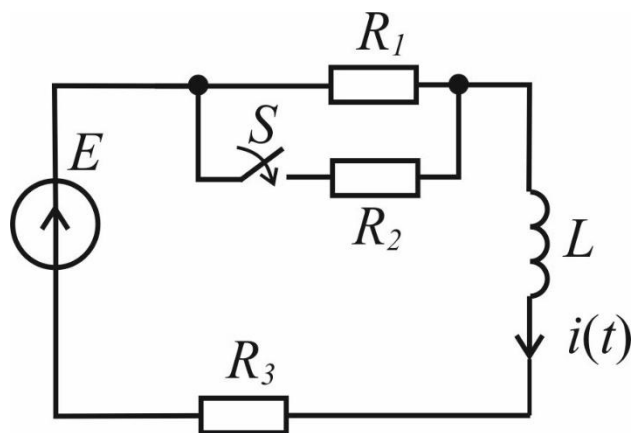
$$A = -0,033 \text{ A}$$



$$i(t) = \left(0,100 - 0,033e^{-5000t} \right) \text{ A}$$

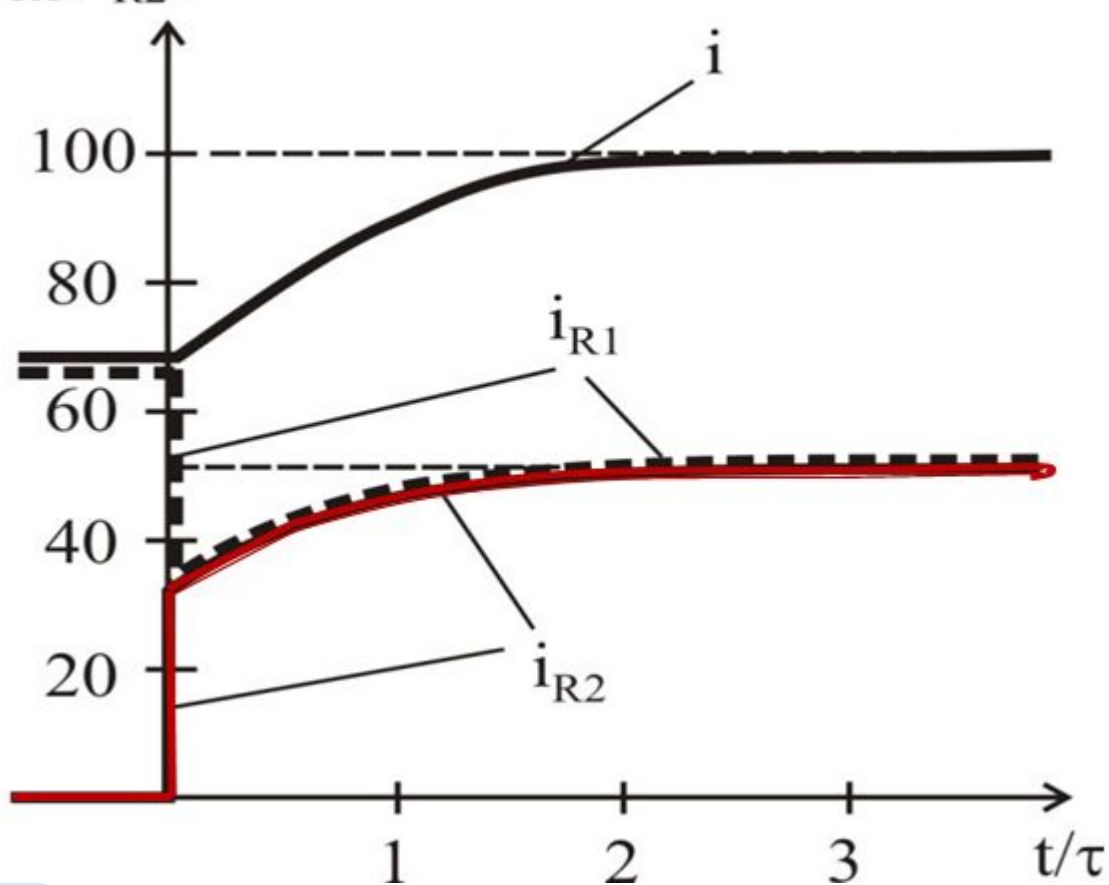
$$i(t) = \left(0,100 - 0,033e^{-5000t} \right) A$$

$$i_{R_1}(t) = i_{R_2}(t) = \frac{u_{R_{12}}(t)}{R_1} = \frac{u_{R_{12}}(t)}{R_2} = \left(0,0500 - 0,0165e^{-5000t} \right) A$$



$$i_{R_1}(t) + i_{R_2}(t) = i(t).$$

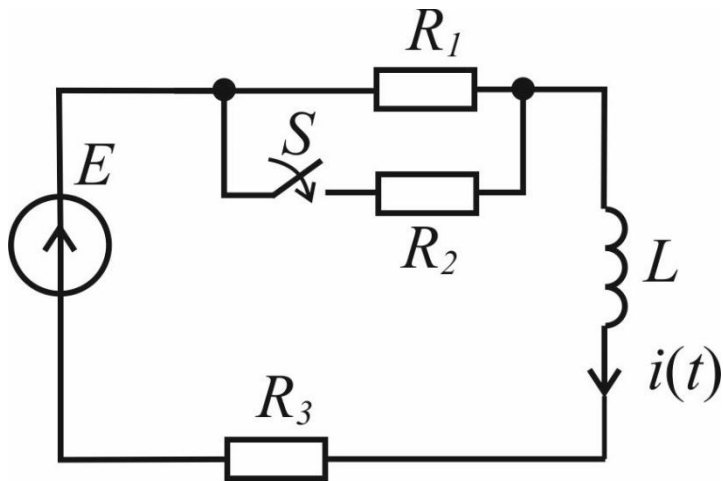
$i, i_{R_1}, i_{R_2}, \text{ mA}$



$$i(t) = \left(0,100 - 0,033e^{-5000t}\right) A$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = 0,002 \cdot (-0,033) \cdot (-5000) \cdot e^{-5000t} =$$

$$= 0,330e^{-5000t} B$$



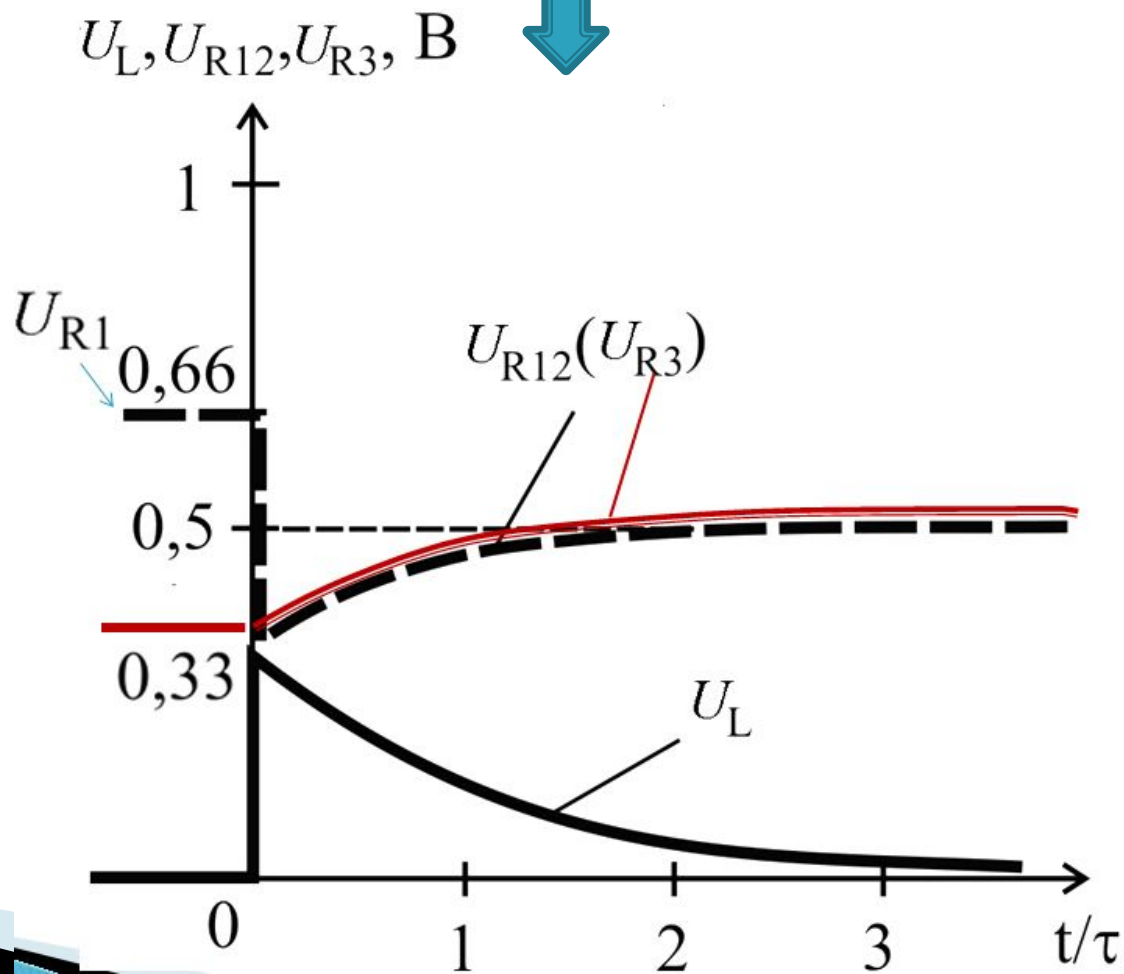
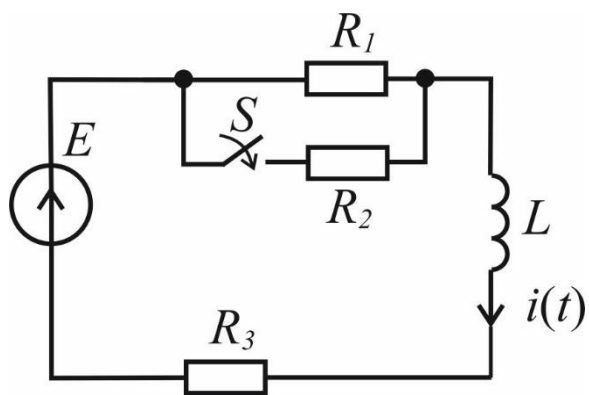
$$u_{R_{12}}(t) = u_{R_3}(t) = R_{12}i(t) =$$

$$= 5 \cdot \left(0,100 - 0,033 \cdot e^{-5000t}\right) =$$

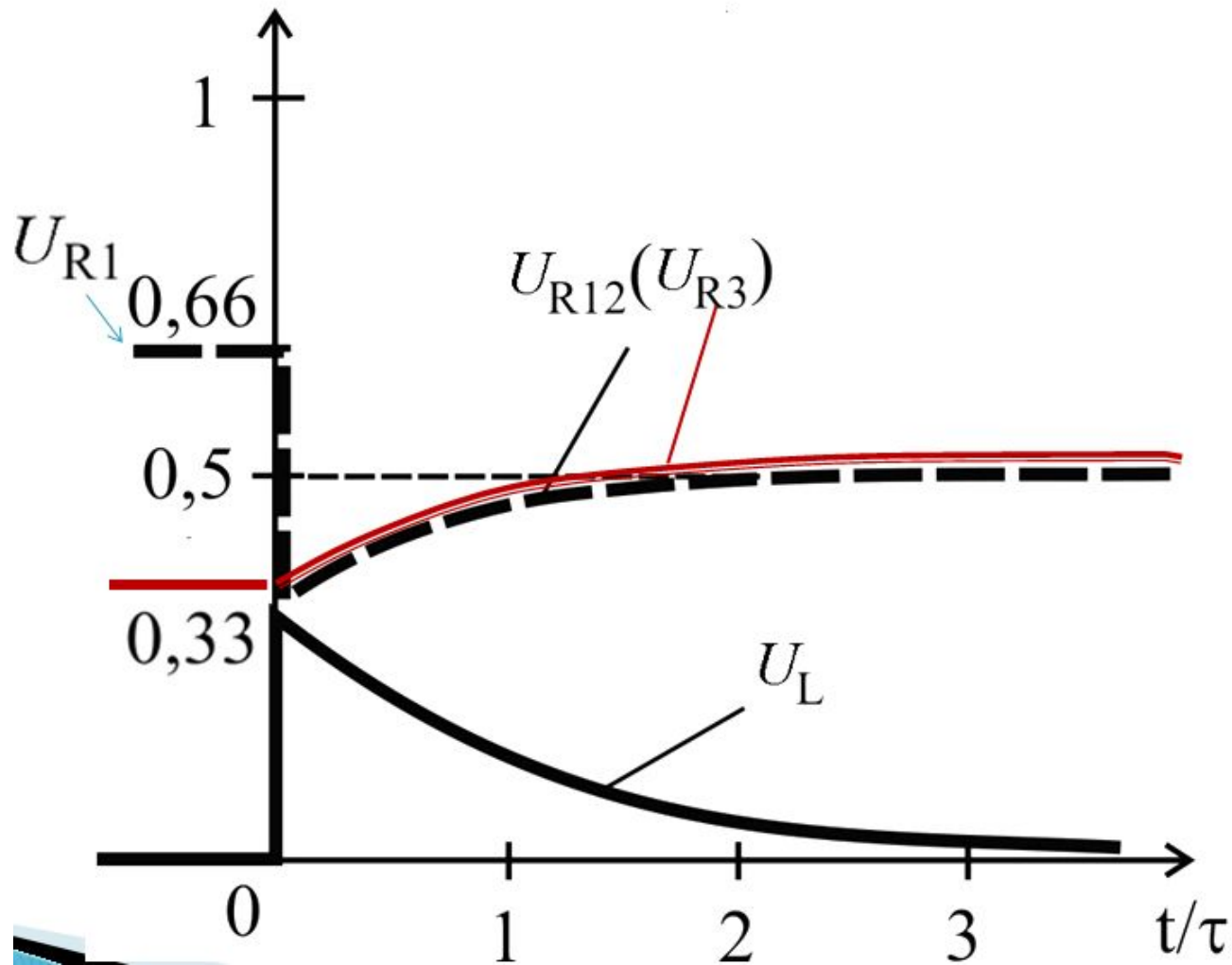
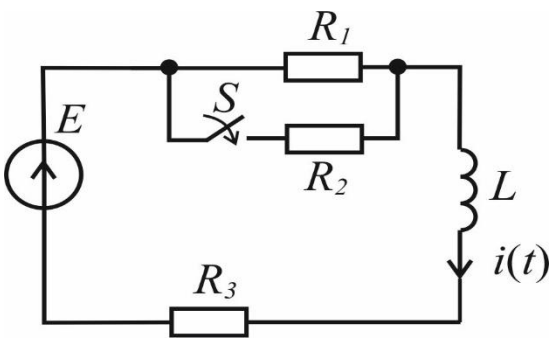
$$= \left(0,500 - 0,165 \cdot e^{-5000t}\right) B$$

$$E = u_{R_{12}}(t) + u_L(t) + u_{R_3}(t) =$$

$$= 2 \cdot (0,500 - 0,165 \cdot e^{-5000 t}) + 0,33 \cdot e^{-5000 t} = 1 \text{ B}$$



U_L, U_{R12}, U_{R3}, B



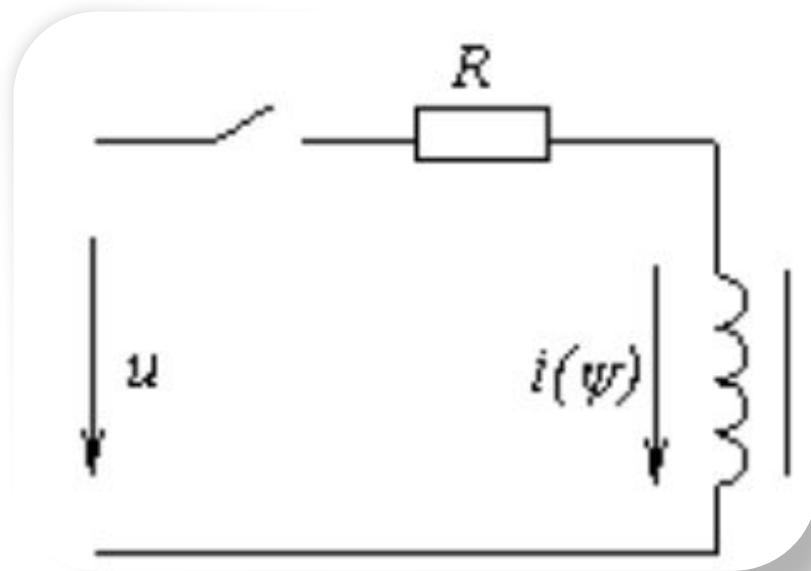
$$E = u_{R12}(t) + u_{R3}(t) = 0,66 + 0,33 \approx 1 B$$

Особенности расчета переходных процессов в нелинейных цепях

Для расчета переходных процессов в нелинейных цепях:

- нельзя применять классический метод расчета;
- нельзя применять операторный метод расчета;
- требуется определять динамических характеристик нелинейных элементов, зависящих от происходящих в них динамических процессов.

В различные интервалы времени переходный процесс в нелинейной цепи может протекать с различной скоростью.



**Методы расчета переходных процессов
нелинейных электрических цепей
можно разделить на три группы:**

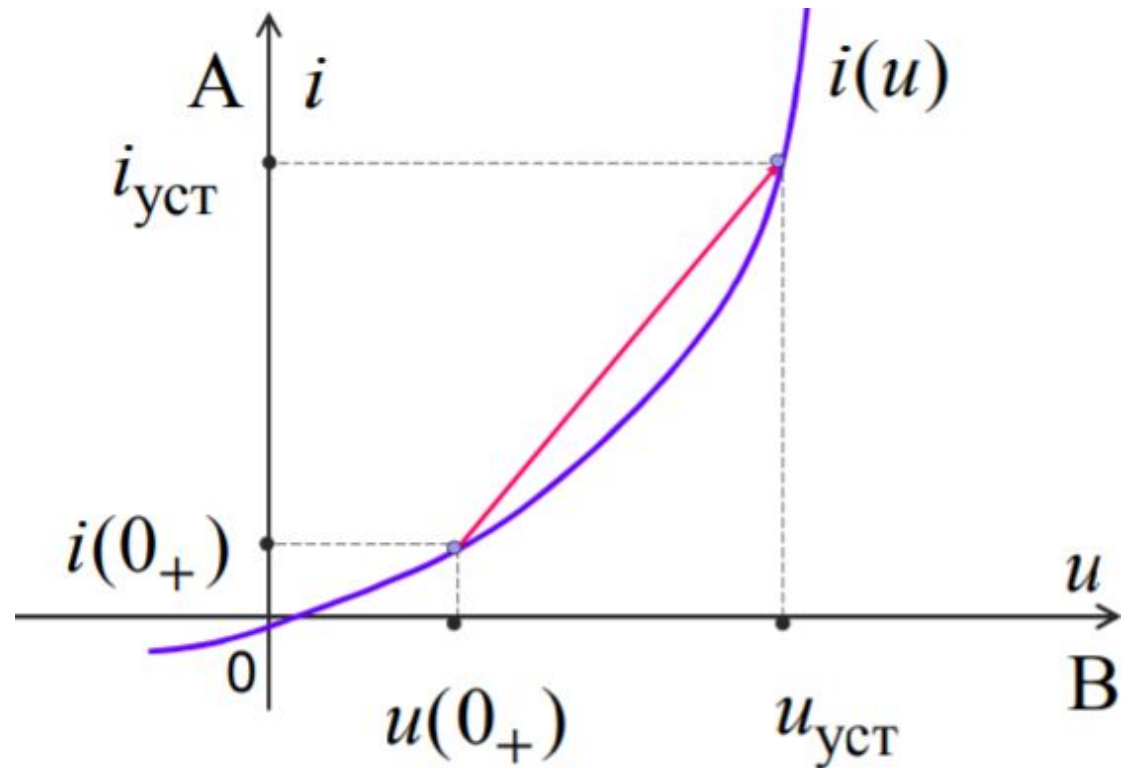
1) аналитические методы:

- **метод условной линеаризации**
- **метод аналитической аппроксимации**
- **метод кусочно-линейной аппроксимации**

2) графические методы

3) численные методы

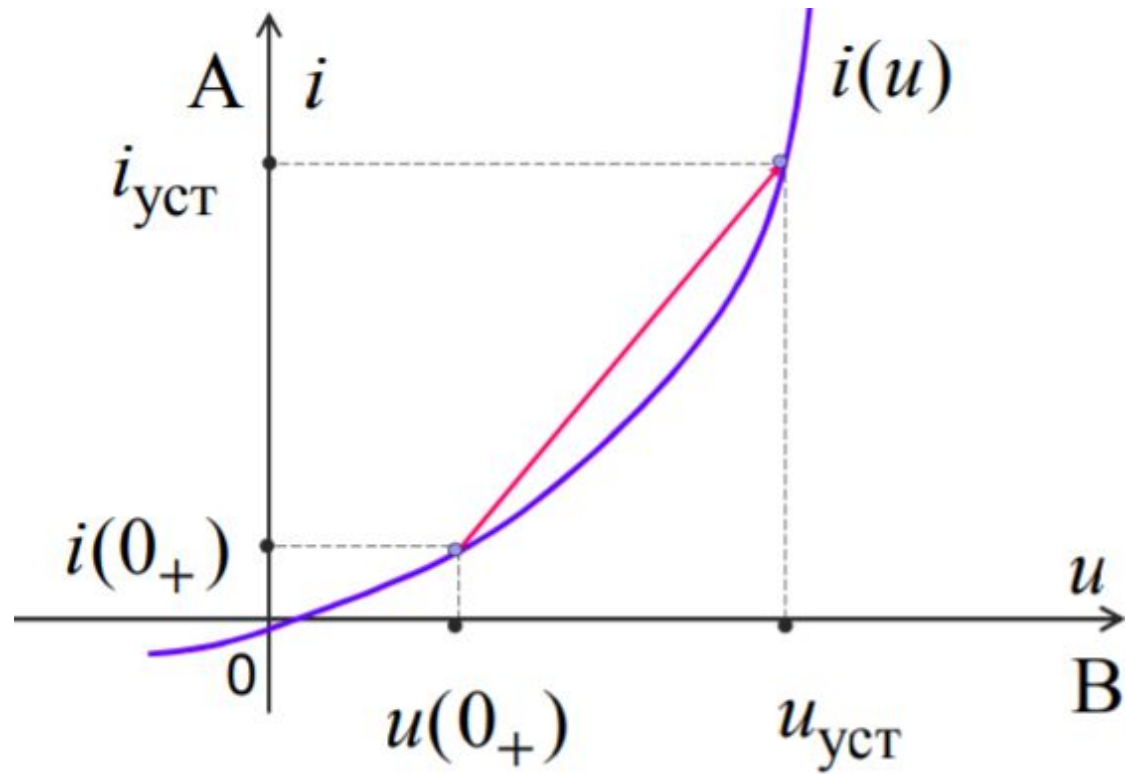
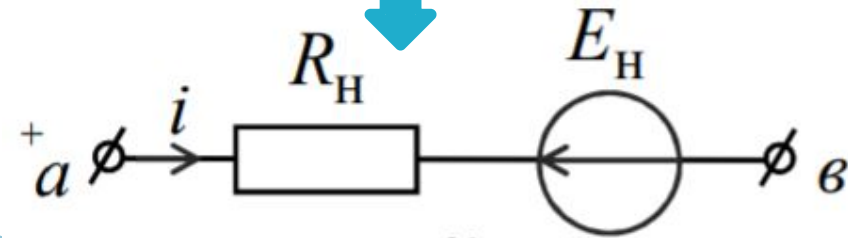
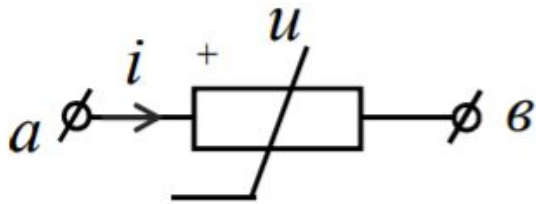
Метод условной линеаризации



- 1) **ННУ**. Определяем независимые начальные условия в цепи до коммутации : $iL(0_-)$ или $uC(0_-)$.
- 2) **ЗНУ**. Определяем искомую величину при $t(0_+)$: $-i(0_+)$ или $u(0_+)$.
- 3) Из расчета установившегося режима после коммутации находим установившиеся значения при $t = \infty$: $i_{уст}$ или $u_{уст}$

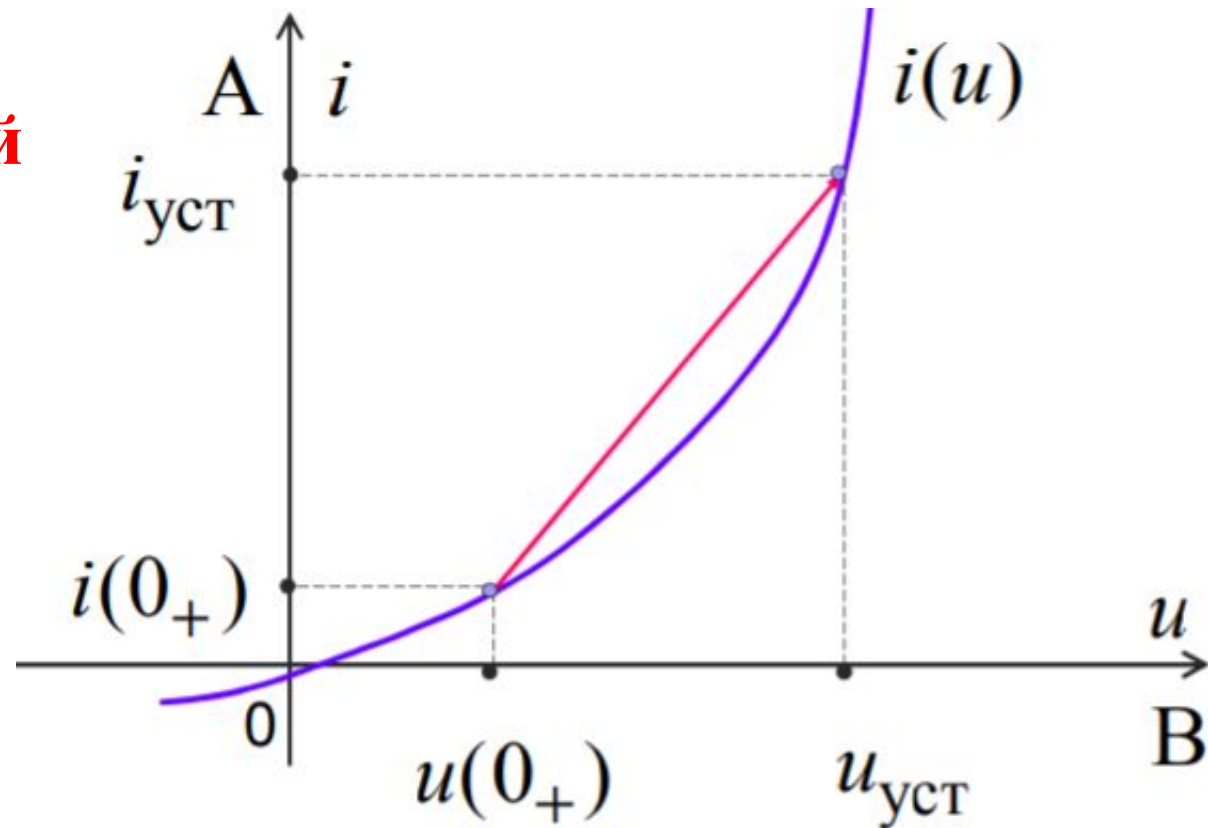
Метод условной линеаризации

4) Линеаризуем участок
характеристики НЭ



$$R_H = \frac{u_{уст} - u(0_+)}{i_{уст} - i(0_+)} \text{ Ом,}$$
$$E_H = u(0_+) - R_H \cdot i(0_+) \text{ В.}$$

Метод условной линеаризации



5) Определим корень характеристического уравнения p через операторное сопротивление : $Z(p)$, в схеме после коммутации.

6) Определим постоянную интегрирования из начальных условий $A = i(0_+) - i_{уст}(0)$ или $B = u(0_+) - u_{уст}(0)$

7) Запишем окончательное решение

$$i(t) = i_{уст} + A e^{pt} \quad \text{или} \quad u(t) = u_{уст} + B e^{pt}$$