Лекция 8

Классический метод расчета переходных процессов.

Переходные процессы в цепях с *r* и *L*, *r* и *C* при постоянных напряжениях и токах

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА переходных процессов в линейных электрических цепях

Основой данного метода является решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами во временной области.

Токи, напряжения представляются в этом случае как суммы **принужденных** и **свободных** составляющих:

$$x = x_{\text{пр}} + x_{\text{св}}.$$

Принужденная составляющая $x_{пр}$ представляет собой установившееся значение, которое ток (напряжение) принимает по окончании переходного процесса.

Свободная составляющая $x_{св}$ определяется особенностями рассеяния энергии электромагнитного поля в рассматриваемой электрической цепи.

Принужденные составляющие **по форме совпадают с ЭДС** (напряжением) источника на входе рассматриваемой цепи.

Свободные составляющие со временем **стремятся к нулевым значениям**, поскольку в реальных цепях имеет место необратимый процесс рассеяния (потерь) энергии в сопротивлениях элементов этих цепей.

Структура свободных составляющих зависит от порядка дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы.

Порядок дифференциальных уравнений определяется количеством реактивных элементов (индуктивностей и емкостей) в ней.

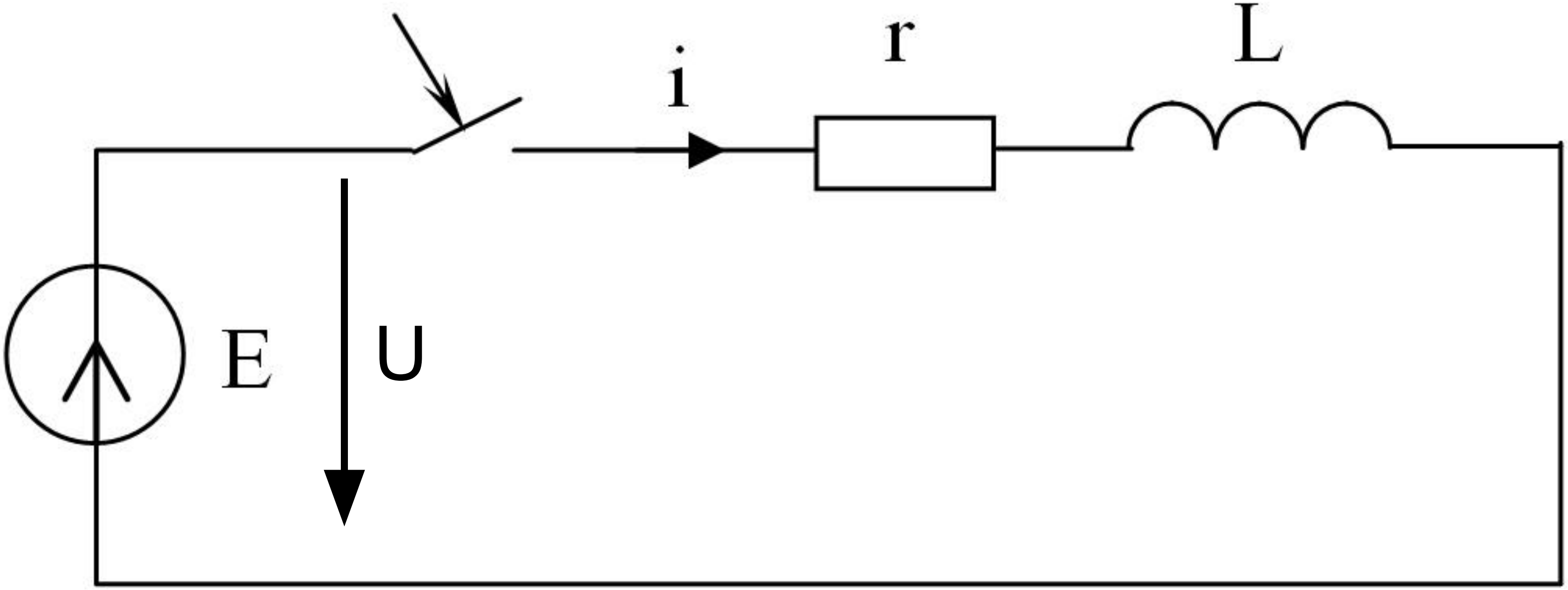
Порядок дифференциального уравнения определяет степень характеристического уравнения и, соответственно, количество и тип корней этого уравнения.

Последнее обстоятельство определяет форму записи свободных составляющих.

Общий алгоритм применения классического метода не зависит от характера и сложности электрической цепи.

Включение цепи r,L на постоянное напряжение

В момент времени $t = 0$ цепь, состоящая из сопротивления r и индуктивности L, включается на постоянное напряжение $U = E$.



После коммутации (замыкания ключа) для рассматриваемой схемы можно записать уравнение **по второму закону Кирхгофа:**

$$u_r + u_L = E$$

или

$$r\,i + L\frac{di}{dt} = E. \qquad \textbf{\textit{(10)}}$$

Уравнению (10) соответствует характеристическое уравнение

$$r + pL = 0,$$

корень которого

$$p = -\frac{r}{L}.$$

Переходный ток в цепи состоит из суммы принужденной и свободной составляющих:

$$i = i_{np} + i_{cв}. \qquad \textbf{(13)}$$

Свободная составляющая

$$i_{св} = Ae^{pt}.$$

Принужденная составляющая (ток нового установившегося режима)

$$i_{пр} = \frac{E}{r}.$$

После подстановки приходим к выражению

$$i = \frac{E}{r} + Ae^{pt},$$

в котором неизвестная постоянная А определяется из уравнения (13) при t = 0+:

$$i(0+) = i_{np}(0+) + i_{cв}(0+) = \frac{E}{r} + A.$$

Величина i(0+) находится на основании первого закона (правила) коммутации

$$i(0+) = i(0-) = 0,$$

так как до коммутации ток в цепи отсутствовал.

Следовательно,

$$0 = \frac{E}{r} + A,$$

откуда

$$A = -\frac{E}{r}.$$

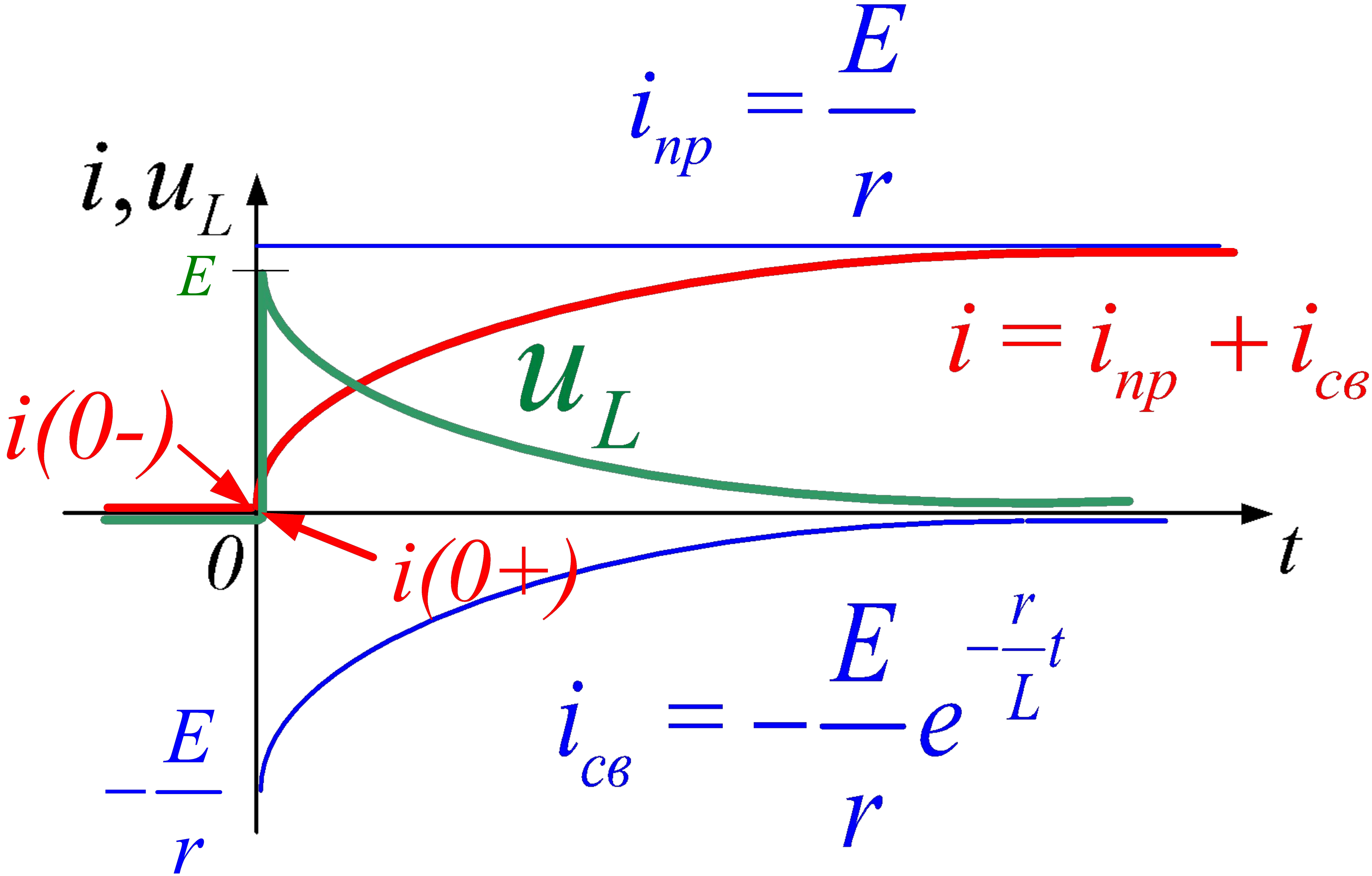
Ток в цепи

$$i = \frac{E}{r} - \frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{E}{r}\left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right).$$

Напряжение на индуктивности

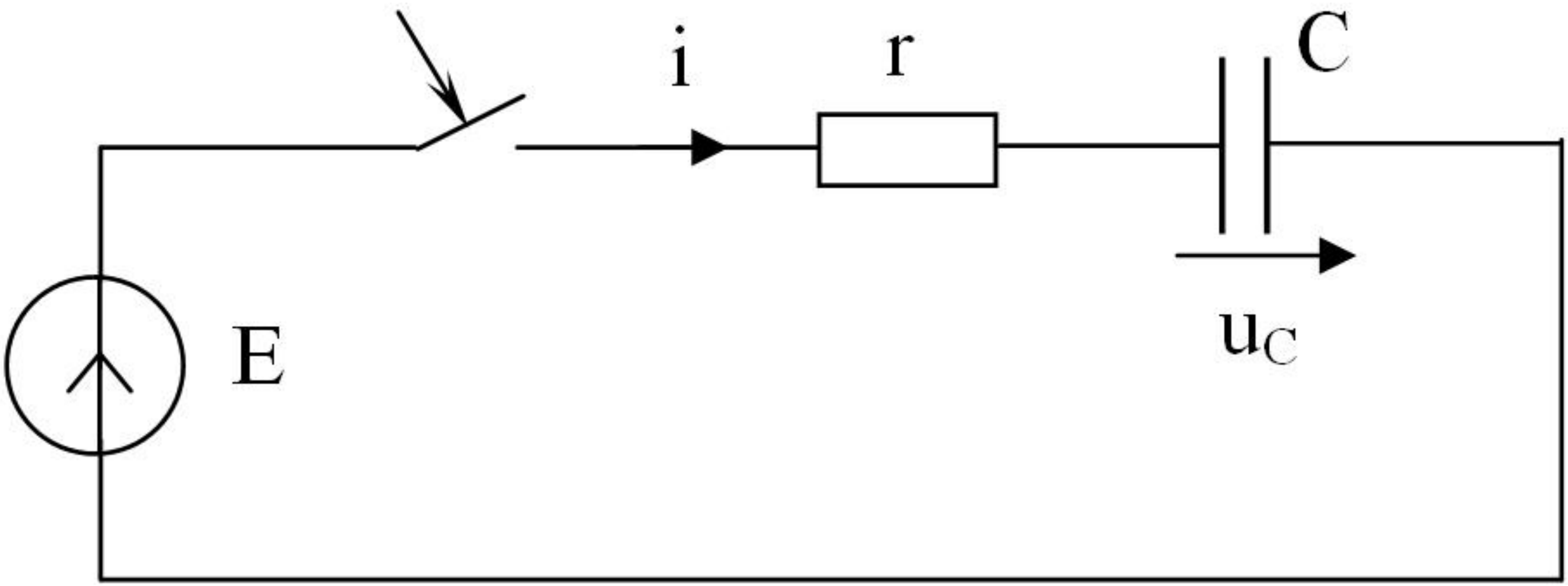
$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left(\frac{E}{r} - \frac{E}{r}e^{-\frac{r}{L}t}\right) =$$

$$= L\left(-\frac{E}{r}\right)\left(-\frac{r}{L}\right)e^{-\frac{r}{L}t} = E\,e^{-\frac{r}{L}t}.$$


$i_{пр} = \frac{E}{r}$
i, u_L
E
$i = i_{пр} + i_{св}$
u_L
$i(0-)$
0
$i(0+)$
t
$i_{св} = -\frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t}$
$-\frac{E}{r}$

Включение цепи r,C на постоянное напряжение

В момент времени $t = 0$ цепь, состоящая из сопротивления r и емкости C, включается на постоянное напряжение $U = E$.



После коммутации для рассматриваемой схемы можно записать уравнение **по второму закону Кирхгофа:**

$$r\,i + u_C = E,$$

где $i = C\dfrac{du_C}{dt}$, или

$$r\,C\frac{du_C}{dt} + u_C = E.$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$rCp + 1 = 0$$

и, соответственно, корень уравнения

$$p = -\frac{1}{rC}.$$

Переходное напряжение в цепи состоит из суммы принужденной и свободной составляющих:

$$u_C = u_{C\,пр} + u_{C\,св}. \qquad \textbf{(27)}$$

Свободная составляющая

$$u_{C\,c} = Be^{pt}$$

Принужденная составляющая (напряжение на емкости в установившемся режиме после коммутации)

$$u_{C\,пр} = E.$$

Решение для u_C:

$$u_C = E + Be^{-\frac{1}{rC}t}.$$

Постоянная В определяется из уравнения (27) при t = 0+:

$$u_{C\,пр}(0+) = u_{C\,св}(0+) + u \qquad (0+) = E + B$$

Величина $u_C(0+)$ находится на основании второго закона (правила) коммутации:

$$u_C(0+) = u_C(0–) = 0.$$

Следовательно, $0 = E + B,$

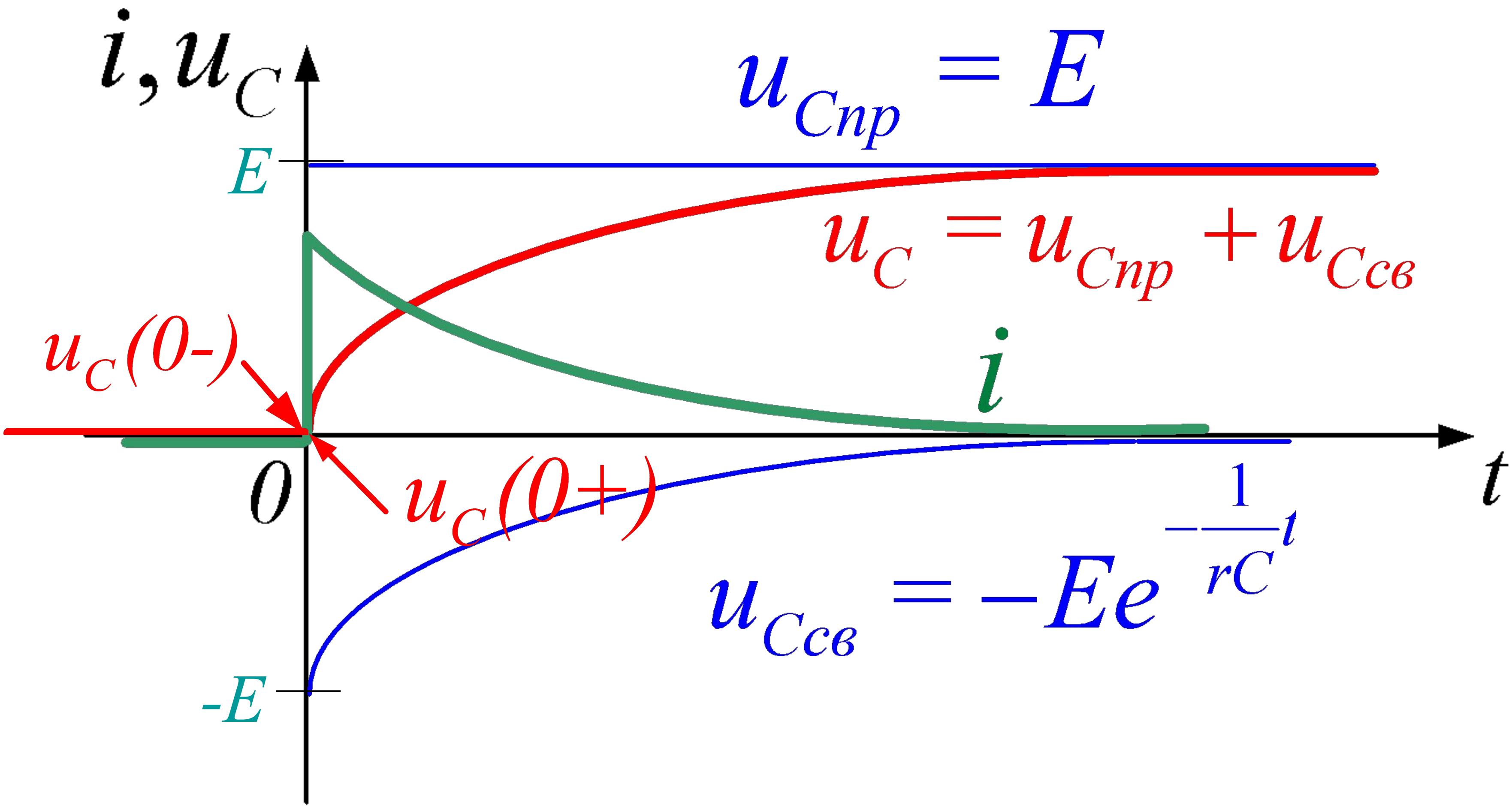
откуда $B = -E$

и напряжение на емкости

$$u_C = E - E\, e^{-\frac{1}{rC}t} = E\left(1 - e^{-\frac{1}{rC}t}\right).$$

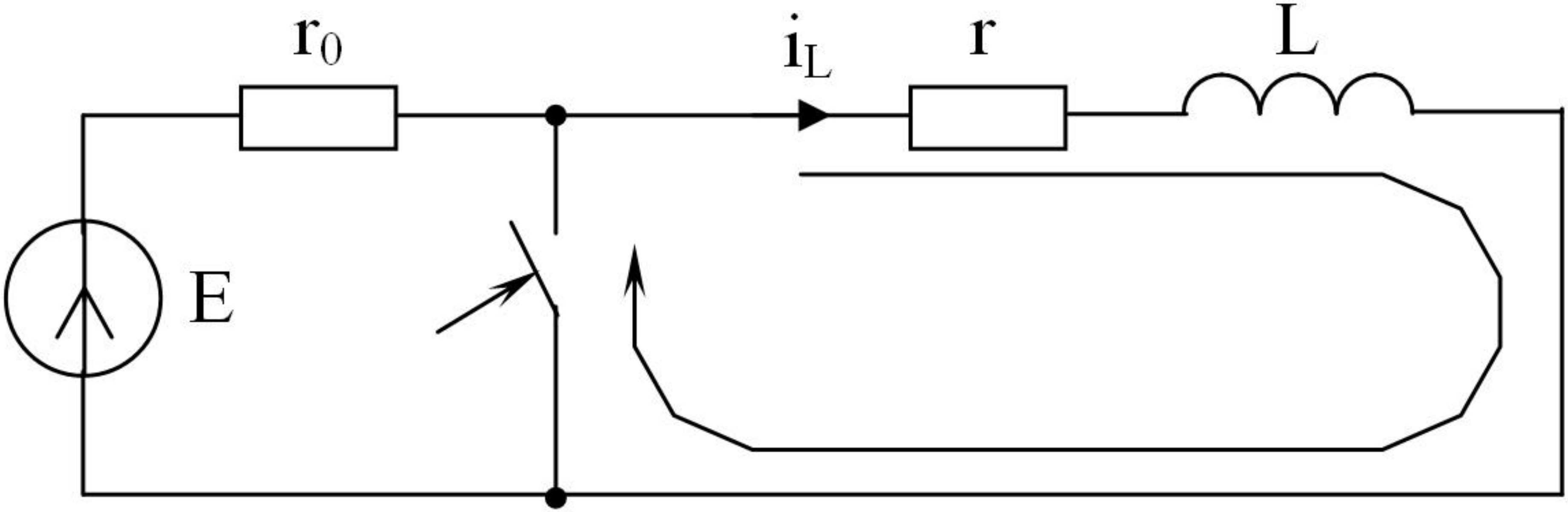
Ток в цепи

$$i = C\frac{du_C}{dt} = C\left(-\frac{1}{rC}\right)(-E)\; e^{-\frac{1}{rC}t} = \frac{E}{r}e^{-\frac{1}{rC}t}.$$


i, u_C
$u_{Cпр} = E$
E
$u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв}$
$u_C(0-)$
i
0
$u_C(0+)$
t
$u_{Cсв} = -Ee^{-\frac{1}{rC}t}$
$-E$

Короткое замыкание ветви r,L

В момент t = 0 в цепи происходит коммутация, в результате которой образуется контур для тока i_L, не содержащий источника.



В **установившемся** режиме **до коммутации**

$$i = i(0-) = \frac{E}{r_0 + r},$$

так как индуктивность не оказывает сопротивления постоянному току.

После коммутации для правого контура:

$$u_r + u_L = 0$$

или

$$ri + L\frac{di}{dt} = 0.$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$r + pL = 0$$

и, соответственно, корень уравнения

$$p = -\frac{r}{L}.$$

Переходный ток *i* состоит из суммы принужденного и свободного токов:

$$i = i_{np} + i_{cв}. \qquad \textbf{(41)}$$

Свободная составляющая

$$i_{св} = Ae^{pt}.$$

Принужденная составляющая (ток нового установившегося режима)

$$i_{пр} = 0.$$

Поэтому в данном случае

$$i = i_{св} = Ae^{-\frac{r}{L}t}.$$

Постоянная A определяется из соотношения (41) при t = 0+:

$$i(0+) = 0 + A.$$

Величина i(0+) находится по первому закону (правилу) коммутации:

$$i(0+) = i(0-) = \frac{E}{r_0 + r}.$$

Следовательно,

$$A = \frac{E}{r_0 + r}.$$

Ток в индуктивности

$$i = \frac{E}{r_0 + r} e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Напряжение на индуктивности

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\left(\frac{E}{r_0 + r}\right)\left(-\frac{r}{L}\right) e^{-\frac{r}{L}t} = -E\frac{r}{r_0 + r} e^{-\frac{r}{L}t}.$$

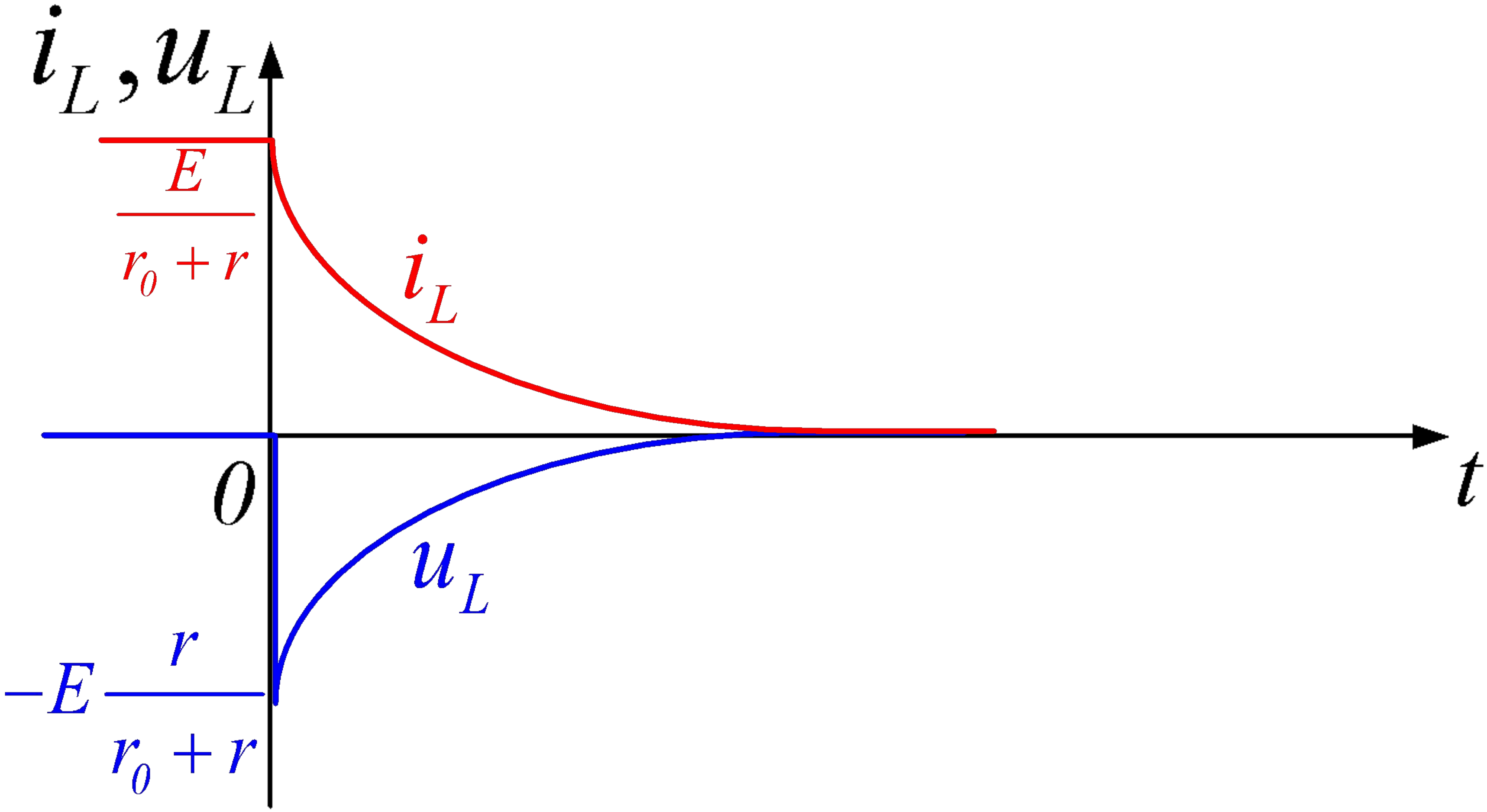


Рис. 9

Ток i_L и напряжение u_L на *рис. 9* наглядно иллюстрируют процесс рассеяния энергии магнитного поля, накопленной к моменту t = 0 в индуктивности.

По мере того как энергия магнитного поля постепенно рассеивается в сопротивлении r, ток в контуре приближается к нулю.