

# «Механические колебания»

## План урока:

- 1) Колебательное движение. Виды колебаний.
- 2) Графическое представление колебательного движения.
- 3) Уравнение гармонических колебаний.
- 4) Колебательные системы.
- 5) Динамика и энергия колебательного движения.
- 6) Период и частота свободных колебаний пружинного и математического маятников.
- 7) Сила и энергия при свободных колебаниях пружинного и математического маятников.
- 8) Резонанс, резонансная кривая.

*Механические колебания (колебательный процесс)* – это движения, которые точно или приблизительно повторяются через определенные интервалы времени (процесс, характеризующийся повторяемостью во времени).



Колебания называются *периодическими*, если значения изменяющихся физических величин повторяются через равные промежутки времени.

# Параметры колебательного процесса

Наименьший промежуток времени  $T$ , через который значение изменяющейся физической величины повторяется (по величине и направлению, если эта величина векторная, по величине и знаку, если она скалярная), называется **периодом колебаний**.

$$T = \frac{t}{N}$$

$t$  – время колебаний;

$N$  – число колебаний.

В СИ единица измерения периода:  $[T]=1 \text{ с}$

Число полных колебаний  $\nu$ , совершаемых за единицу времени, называется **частотой колебаний** этой величины и обозначается через  $\nu$ .

$$\nu = \frac{N}{t}$$

В СИ единица измерения частоты колебаний  $[\nu]=1 \text{ Гц}$

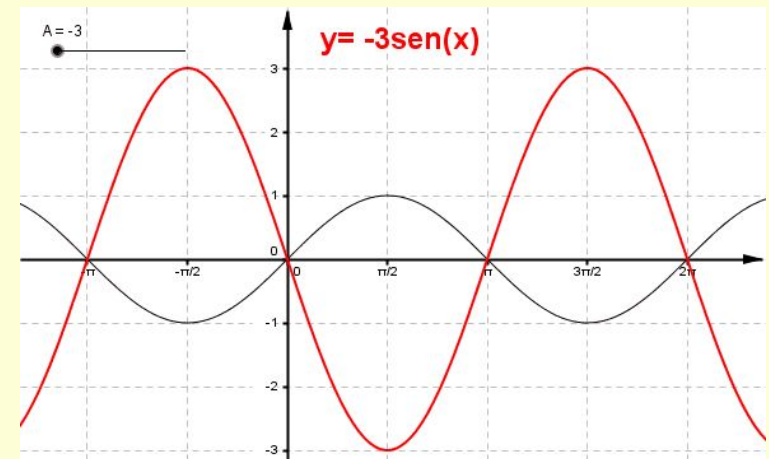
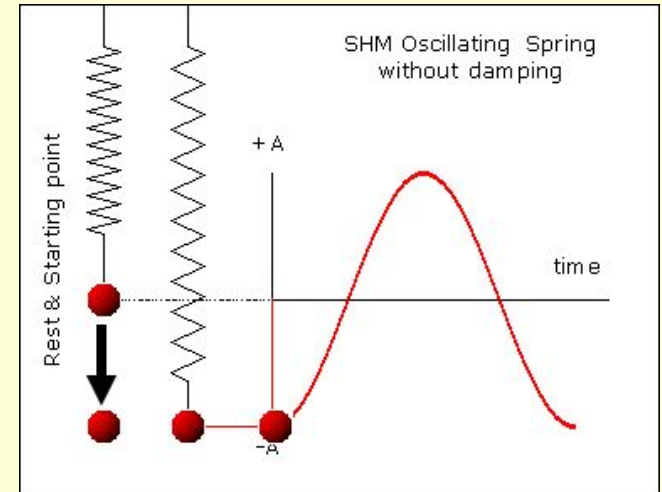
Период и частота колебаний связаны соотношением:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

# Параметры колебательного движения

Смещение ( $x$ ) – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в данный момент времени.

Амплитуда ( $x_{\max}$  или  $A$ ) – наибольшее смещение от положения равновесия.

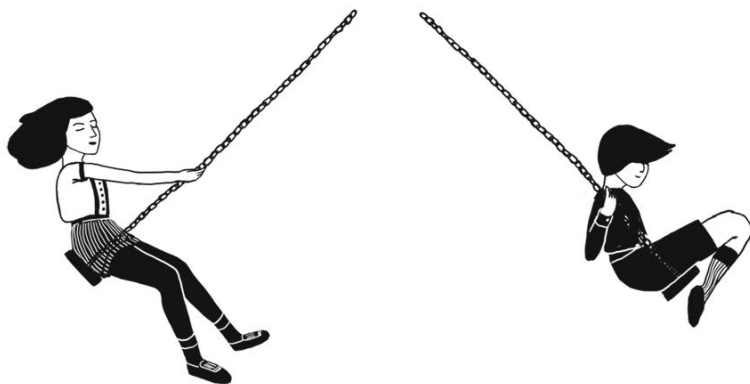


Колебания различной природы  
(механические, электрические и т.д.)  
описываются одинаковыми законами.

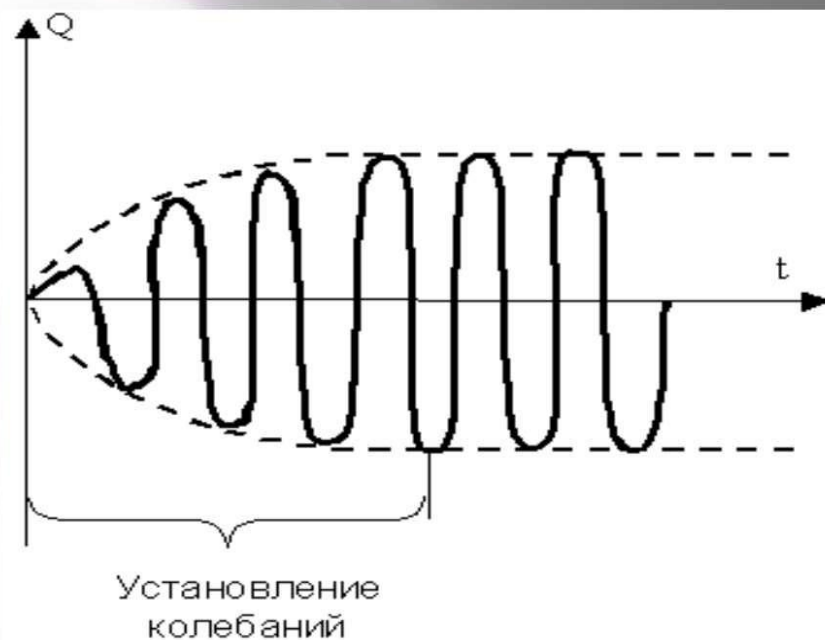
Различают несколько видов колебаний



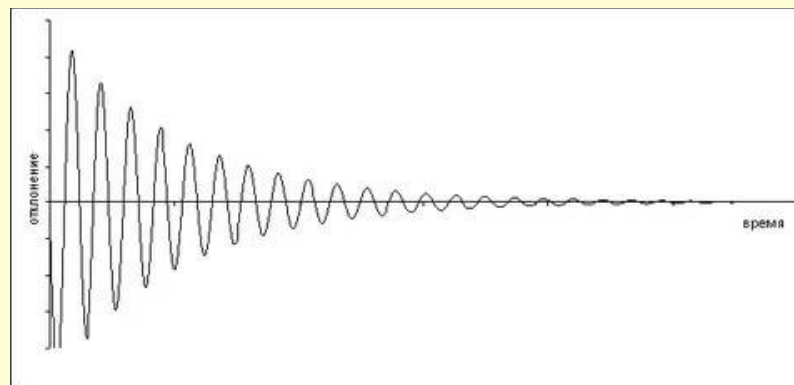
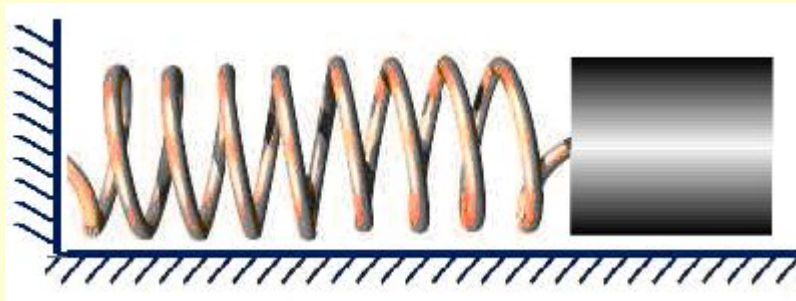
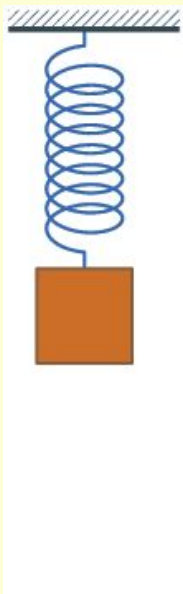
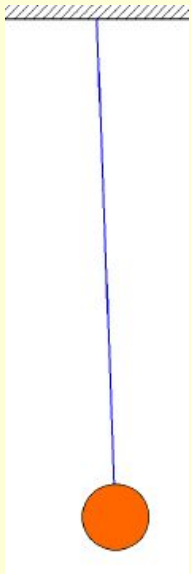
*Вынужденные колебания* – это колебания, которые происходят под действием внешней, периодически изменяющейся силы.



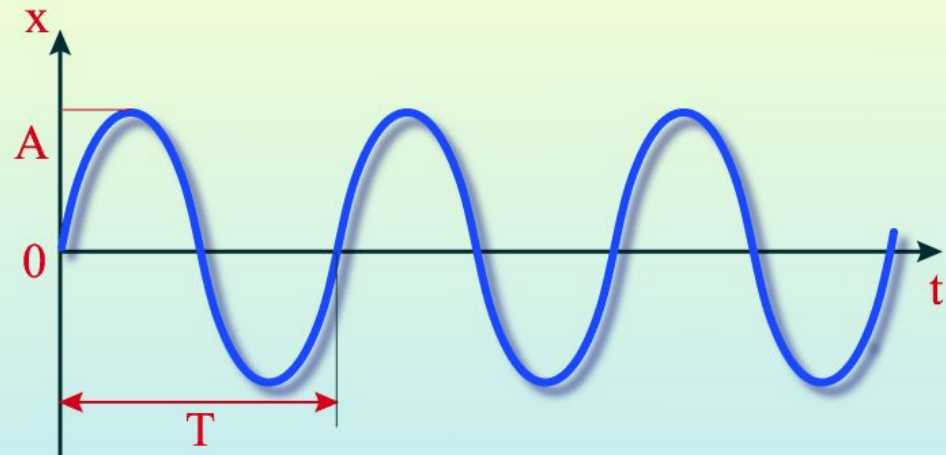
**График вынужденных колебаний**



*Свободные колебания (затухающие)* – это колебания, которые возникли в системе под действием внутренних сил, после того, как система была выведена из положения устойчивого равновесия.



*Автоколебаниями* называются незатухающие колебания, которые могут существовать в системе без воздействия на неё внешних периодических сил.



A – амплитуда колебаний  
T – период колебаний



# Гармонические колебания

– это колебания, в процессе совершения которых, значения физических величин изменяются с течением времени по закону синуса или косинуса.

Уравнение гармонического колебания устанавливает зависимость координаты тела от времени. График устанавливает зависимость смещения тела со временем.

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

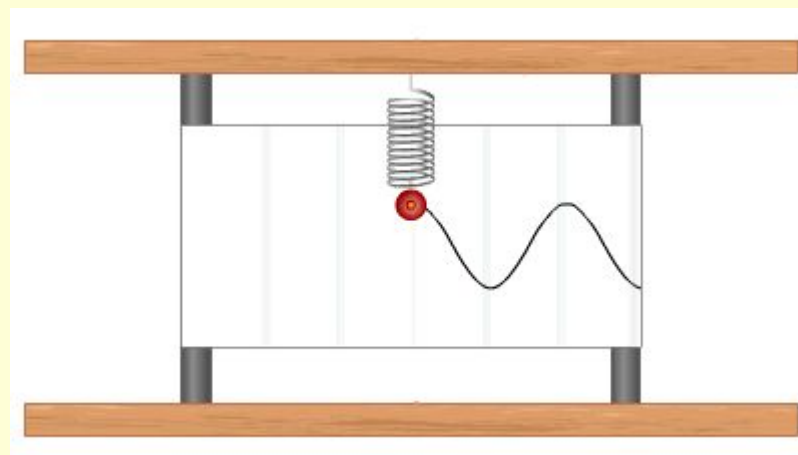
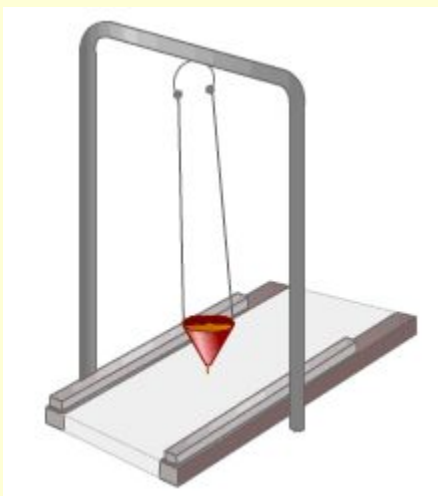
$x$  – координата колеблющегося тела

$A$  ( $x_0$ ) – амплитуда колебания

$\omega$  – циклическая частота

$t$  – время

$\varphi_0$  – начальная фаза



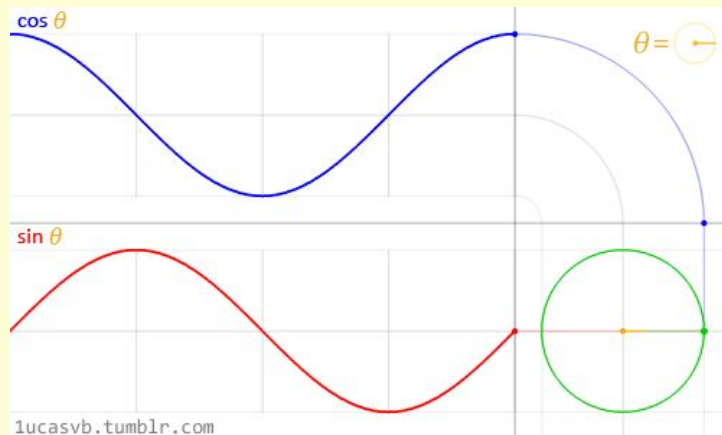
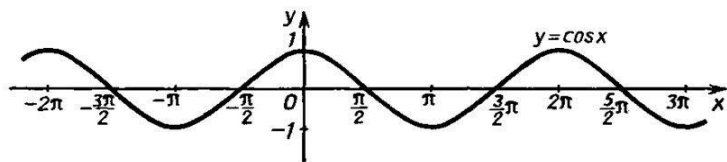
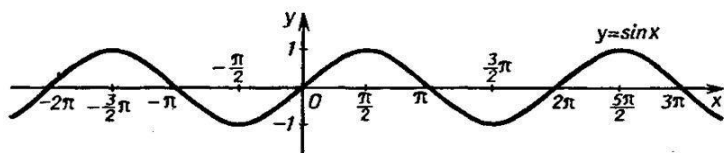
# Графическое представление гармонических колебаний

Графиком гармонического колебания является *синусоида* или *косинусоида*.



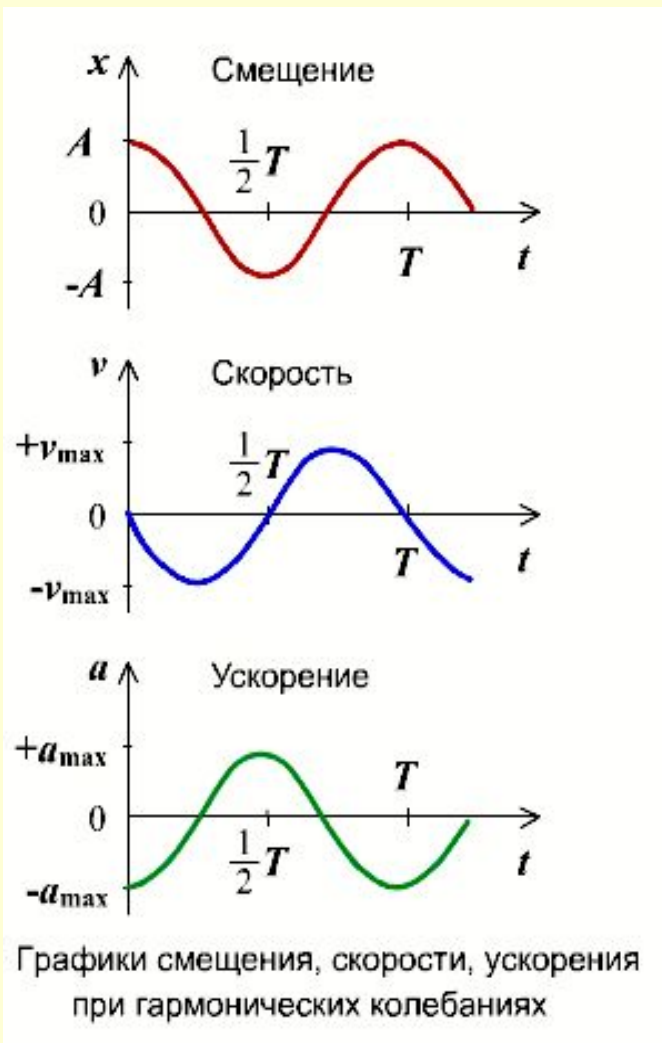
Период и частота колебаний связаны соотношением:

$$T = \frac{1}{\nu}$$



# Изменение скорости и ускорения при гармоническом колебании

Если колебание описывать по закону косинуса



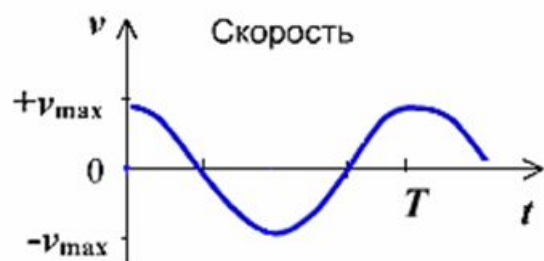
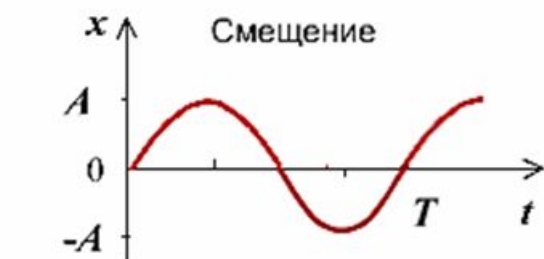
$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left[(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos\left[(\omega t + \varphi_0) + \pi\right]$$

# Изменение скорости и ускорения при гармоническом колебании

Если колебание описывать по закону синуса



Графики смещения, скорости, ускорения при гармонических колебаниях

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega \sin\left[(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \sin\left[(\omega t + \varphi_0) + \pi\right]$$

# Максимальные значения скорости и ускорения

$$v_{\max} = A\omega$$

$$a_{\max} = A\omega^2$$

$\vec{v}$  – мгновенная скорость колеблющегося тела

$\vec{a}$  – ускорение тела

$A$  – амплитуда колебаний

$\omega$  – циклическая частота колебаний

$$[v] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$[a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$[A] = 1 \text{ м}$$

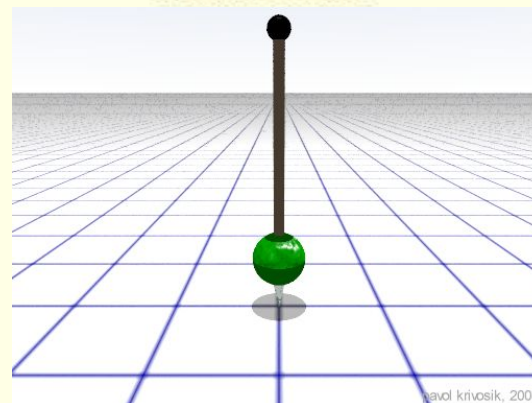
$$[\omega] = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

# Механические колебательные системы

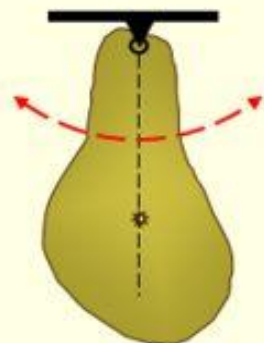
Пружинный маятник



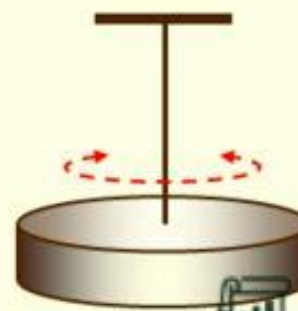
Математический маятник



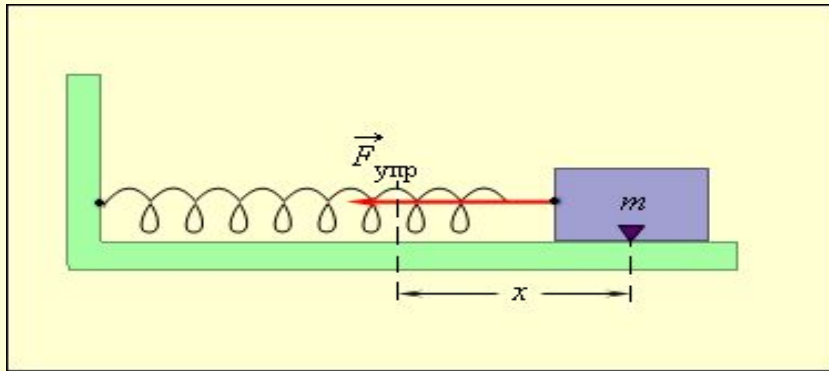
Физический маятник



Крутильный маятник



**Пружинный маятник** – груз некоторой массы  $m$ , прикрепленный к пружине жесткости  $k$ , второй конец которой закреплен неподвижно, составляют систему, способную в отсутствие трения совершать свободные гармонические колебания.

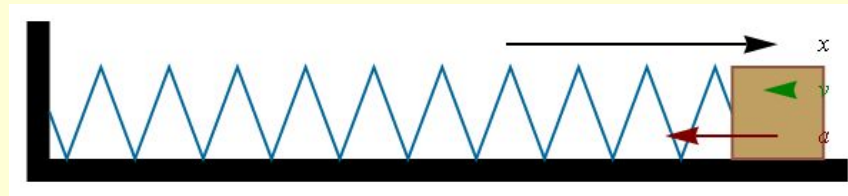


$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- круговая (собственная) частота

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

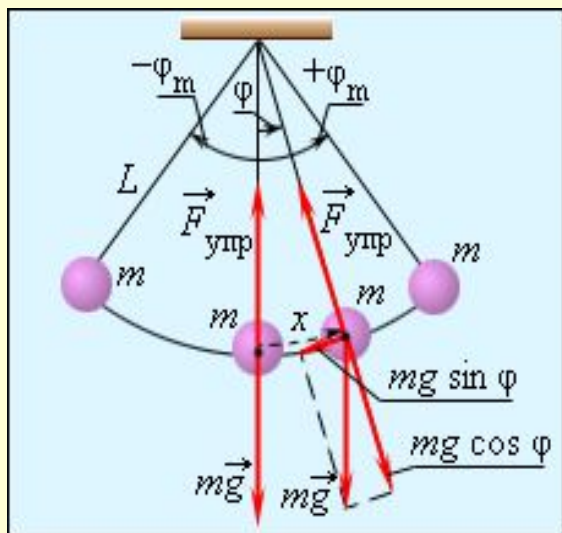
- период колебаний груза на пружине



Период и частота колебаний связаны соотношением:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

**Математическим маятником** называют тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела.



$\varphi$  – угловое отклонение маятника от положения равновесия,  
 $x = l\varphi$  – смещение маятника по дуге

**Колебания маятника при больших амплитудах не являются гармоническими.**

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

- собственная частота малых колебаний математического маятника.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

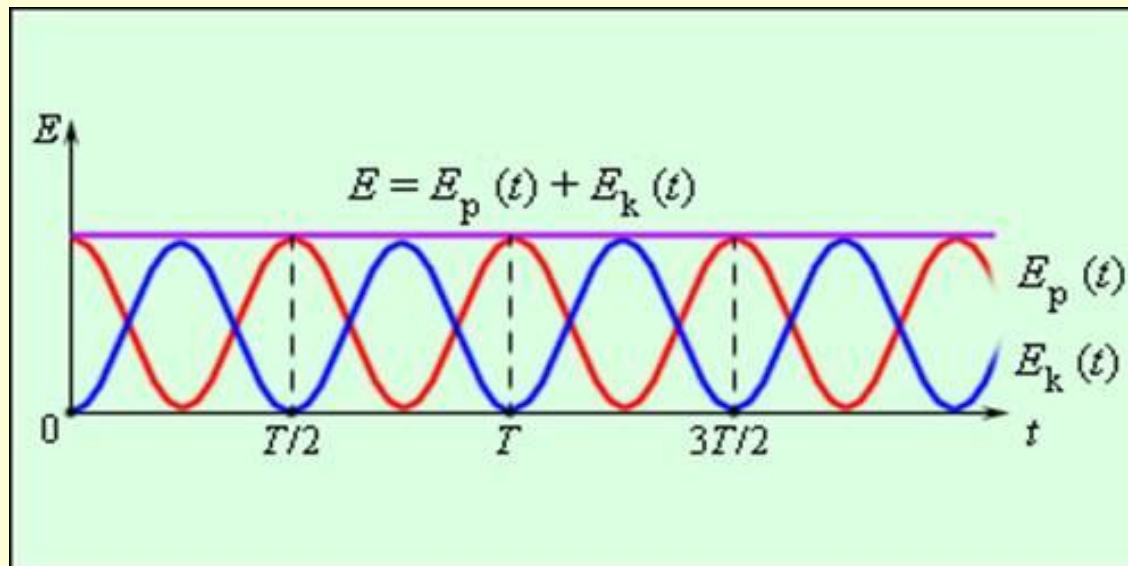
- период колебаний математического (нитяного) маятника.



Если колебания свободные, то трение отсутствует, следовательно выполняется закон сохранения энергии.

$$E_p(t) + E_k(t) = \text{const}$$

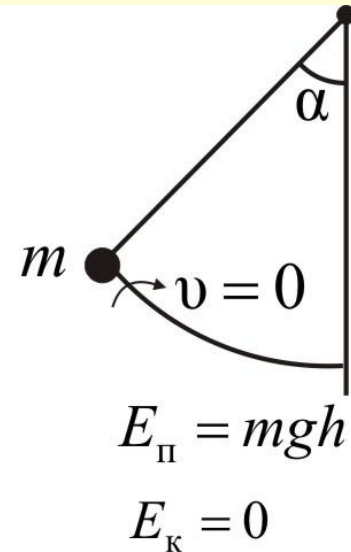
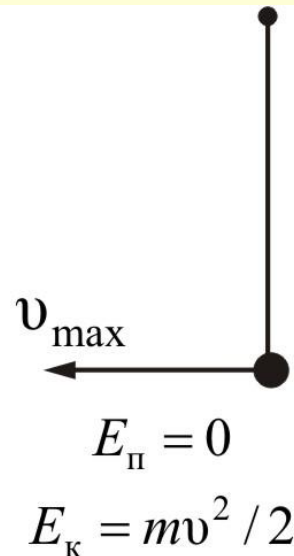
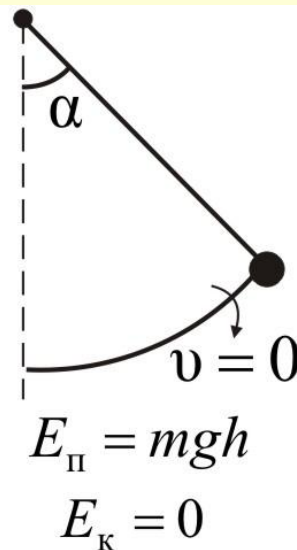
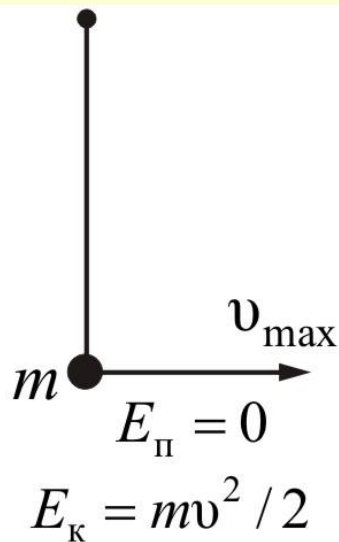
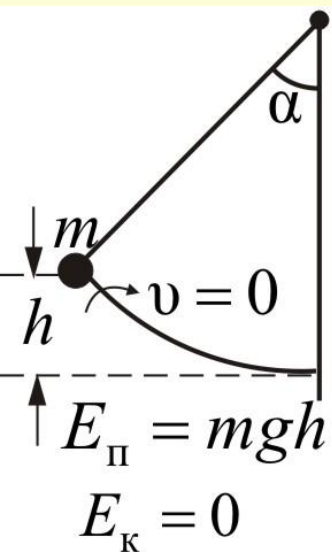
За полное колебание (колебательное движение, которое вновь повторяется, называют полным колебанием) происходит превращение механической энергии.



# Преобразование энергии при свободных механических колебаниях (колебания на пружине)

положение маятника	время	смещение	скорость	потенциальная энергия	кинетическая энергия
<p>рис 1</p>	$t = 0$	$x_{max}$	$v = 0$	$E_{pmax} = \frac{kx_{max}^2}{2}$	$E_k = 0$
<p>рис 2</p>		$x$	$v$	$E_p = \frac{kx^2}{2}$	$E_k = \frac{mv^2}{2}$
<p>рис 3</p>	$t = \frac{T}{4}$	$x = 0$	$v_{max}$	$E_p = 0$	$E_{kmax} = \frac{mv_{max}^2}{2}$
<p>рис 4</p>		$x < 0$	$v$	$E_p = \frac{kx^2}{2}$	$E_k = \frac{mv^2}{2}$
<p>рис 5</p>	$t = \frac{T}{2}$	$x_{max} < 0$	$v = 0$	$E_{pmax} = \frac{kx_{max}^2}{2}$	$E_k = 0$

# Превращение энергии при свободных механических колебаниях (колебания нитяного маятника)



$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{mgx^2}{2l}; \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l};$$

$$(E_{\text{п}})_{\text{max}} = mgh_m = \frac{mgx_m^2}{2l};$$

$$(E_{\text{к}})_{\text{max}} = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_m^2}{2} = (E_{\text{п}})_{\text{max}}$$

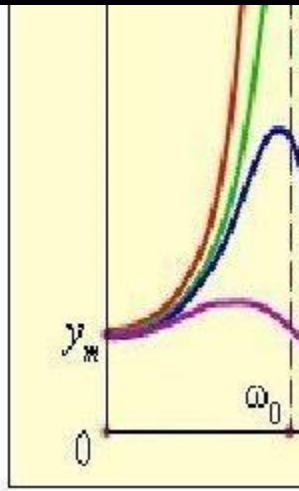


...ение резкого возрастания  
... колебаний тела при  
...денной периодической  
...стотой колебаний.

...актеристика или




MAKE GIFS AT GIFSOUP.



Резонанс



# Условия возникновения колебаний

- Наличие в колеблющейся материальной точке избыточной энергии;
  - Если вывести тело из положения равновесия, то равнодействующая не равна нулю.
  - Действие на материальную точку возвращающей силы;
  - Наличие положения устойчивого равновесия, при котором равнодействующая сила равна нулю.
  - Силы трения в системе малы.
- 

то  $11/м$ .

496. Математический маятник имеет длину подвеса 10 м. Амплитуда колебания 20 см. Постройте график зависимости  $x(t)$ .

497. На пружине жесткостью 40 Н/м подвешен груз массой 500 г. Постройте график колебаний этого груза, если амплитуда равна 1 см.

498. Демонстрационная пружина имеет постоянную жесткость, равную 10 Н/м. Какой груз следует прикрепить к этой пружине, чтобы период колебаний составлял 5 с?

499. Автомобильные рессоры могут иметь жесткость порядка  $2 \cdot 10^4$  Н/м. Каков будет период колебаний, если на рессоры упадет груз массой 500 кг?

500. Какую длину имеет математический маятник с периодом колебаний 2 с?

501. Ускорение свободного падения на Луне равно  $1,7 \text{ м/с}^2$ . Каким будет период колебаний математического маятника на Луне, если на Земле он равен 1 с? Зависит ли ответ от массы груза?

502. Найдите массу груза, который на пружине жесткостью 250 Н/м делает 20 колебаний за 16 с.

503. Какое значение получил для ускорения свободного падения учащийся при выполнении лабораторной работы, если маятник длиной 80 см совершил за 3 мин 100 колебаний?