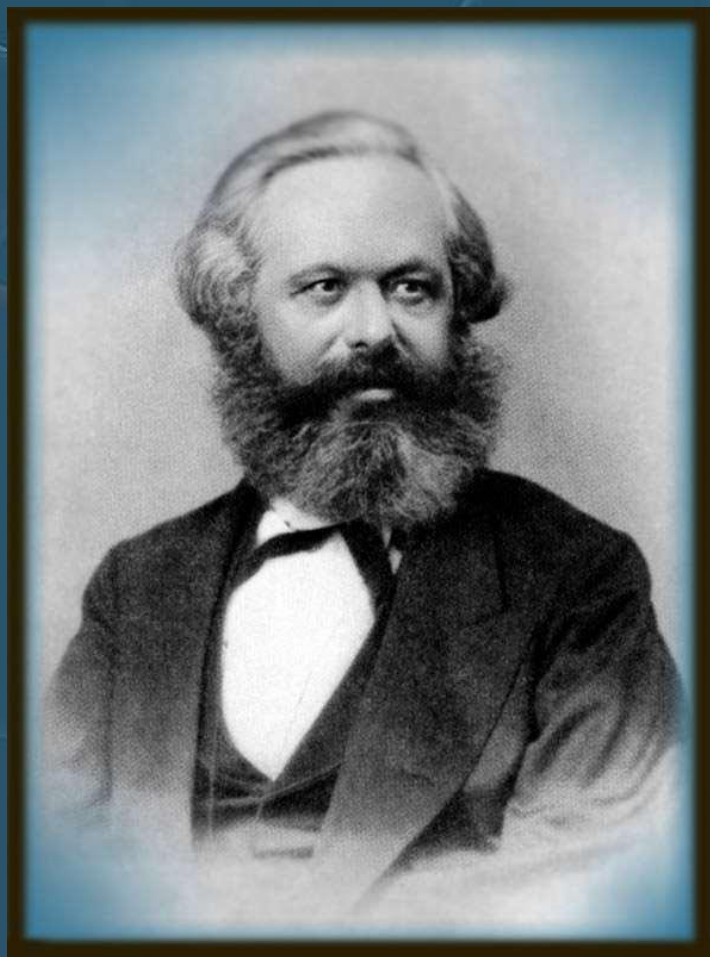
A hand holding a puzzle piece against a blue background with a puzzle pattern. The text is overlaid on the image.

Тема: Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.



*Наука только
тогда
достигает
совершенства
, когда ей
удается
пользоваться
математикой.*

К.

Маркс



Цель

осознать практическую значимость математических знаний для решения задач из различных областей практики;

организовать деятельность по применению математических методов при решении практических задач в процессе деятельности.

рассмотреть различные методы к решению практических задач, применяемых в различных областях науки, а также выработка навыков математического моделирования реальных процессов.

«Значение математики сейчас непрерывно возрастает. В математике рождаются новые идеи и методы. Всё это расширяет сферу её приложения. Сейчас уже нельзя назвать такой области деятельности людей, где математика не играла бы существенной роли. Она стала незаменимым орудием во всех науках о природе, в технике, в обществоведении. Даже юристы и историки берут на своё вооружение математические методы»


Александров А. Д.





*«В нашу современную
жизнь вторгается математика
с ее особым стилем
мышления, становящимся
сейчас обязательным и для
инженера, и для биолога»*

Гнеденко Б.В



Сфера приложения математики:



Показательная функция в физике:

Барометрическая
формула:
 $p = p_0 e^{-h/H}$

Радиоактивный
распад:
 $m(t) = C e^{-kt} = m_0 2^{-t/T}$

Движение тела
в
сопротивляющейся
среде:
 $V = v_0 e^{-kt/m}$

Охлаждение тел:
 $T = T_1 - C e^{-kt}$

Как быстро остынет только что вскипяченный при нормальной атмосферном давлении чайник полный воды до температуры 92 градуса Цельсия?

Решение:

Скорость остывания пропорциональна разности между температурой чайника и температурой окружающей среды. Чем меньше становится эта разность, тем медленнее остывает чайник. Если сначала температура чайника равнялась T_0 , а температура воздуха T_1 , то через t секунд температура T чайника выразится формулой:

$$T = (T_1 - T_0)e^{-kt} + T_1$$


Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-t/T}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен $T = 15$ ч. В течении скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

Решение:

Подставим в данную формулу известные данные, получим:

$$12 * 2^{-t/15} > 3$$

$$2^{-t/15} > 1/4$$

$$2^{-t/15} > 2^{-2}$$

$$-t/15 > -2$$

$$t < 30$$

Ответ: В течении 30 часов.



Математика и химия.



*И
естествоиспытателем
нельзя быть, не
получивши
начальных знаний в
математике.*

Менделеев Д.И.

Логарифмы в ХИМИИ.

Равновесные
процессы

Гидролиз
растворов солей

Расчет скорости
химической
реакции

Расчет pH



На сколько градусов надо повысить температуру для ускорения химической реакции в 59000 раз, если скорость реакции растет в геометрической прогрессии со знаменателем, равным 3 при повышении температуры на каждые 10° ?

• **Решение:**

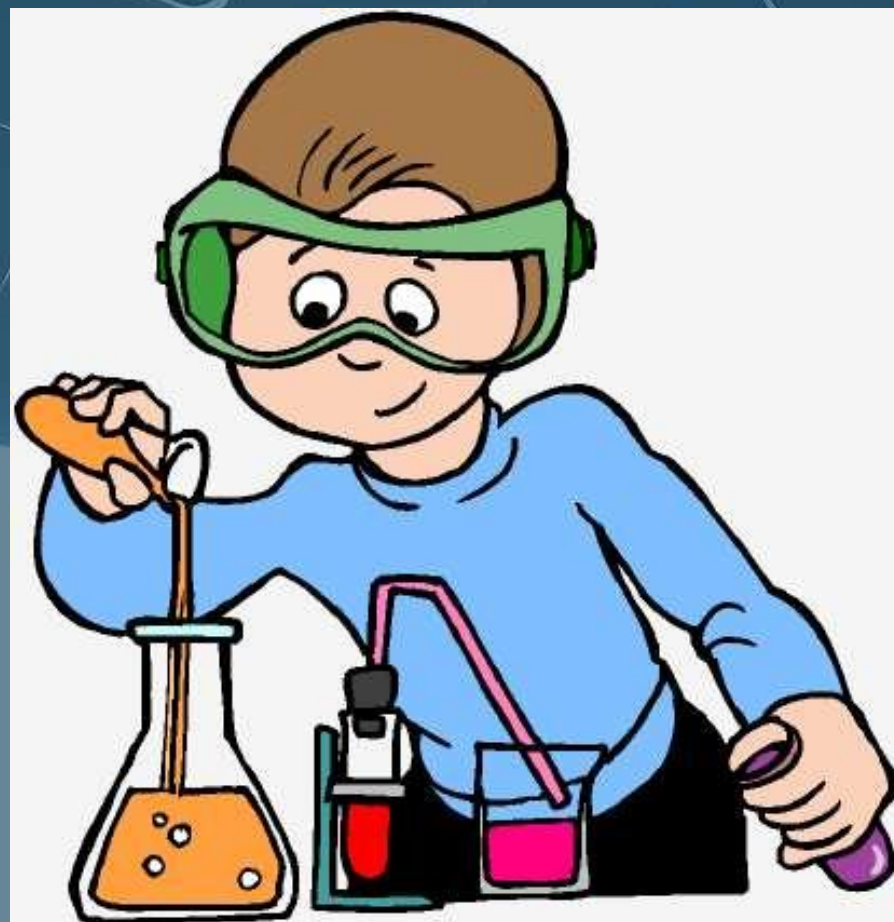
$$3^x = 59000;$$

$$\lg 3^x = \lg 59000;$$

$$x \lg 3 = \lg 59000;$$

$$10^\circ \cdot x = 10^\circ \cdot 10^\circ = 100^\circ$$

Ответ: Надо повысить температуру на 100° для ускорения химической реакции.





Реакция при температуре 50°C протекает за 2 мин. 15 сек. За сколько времени закончится эта реакция при температуре 70°C , если в данном температурном интервале температурный коэффициент скорости равен 3?

Решение.

При увеличении t с 50° до 70° С скорость реакции в соответствии с правилом Ван-Гоффа возрастает:

$$\frac{v_{t_2}}{v_{t_1}} = \gamma^{(t_2-t_1)/10}$$

Где $t_2 = 70^\circ$ С, $t_1 = 50^\circ$ С, а v_{t_2} и v_{t_1} – скорости реакции при данных температурах.

Получаем:

$$\frac{v_{t_2}}{v_{t_1}} = 3^{(70-50)/10} = 3^2 = 9, \text{ т.е. скорость реакции увеличится в 9 раз.}$$

В соответствии с определением, v реакция обратно пропорциональна t реакции, следовательно:

$$\frac{v_{t_1}}{v_{t_2}} = \frac{\tau_{t_1}}{\tau_{t_2}}$$

, где τ – время реакции при температуре t_1 и t_2 , следовательно

$$\tau_{t_2} = \tau_{t_1} * v_{t_1} / v_{t_2}$$

Учитывая, что $\tau_{t_1} = 135$ сек., определяем t при 70° С: $\tau_{t_2} = 135 * 1/9 = 15$ сек

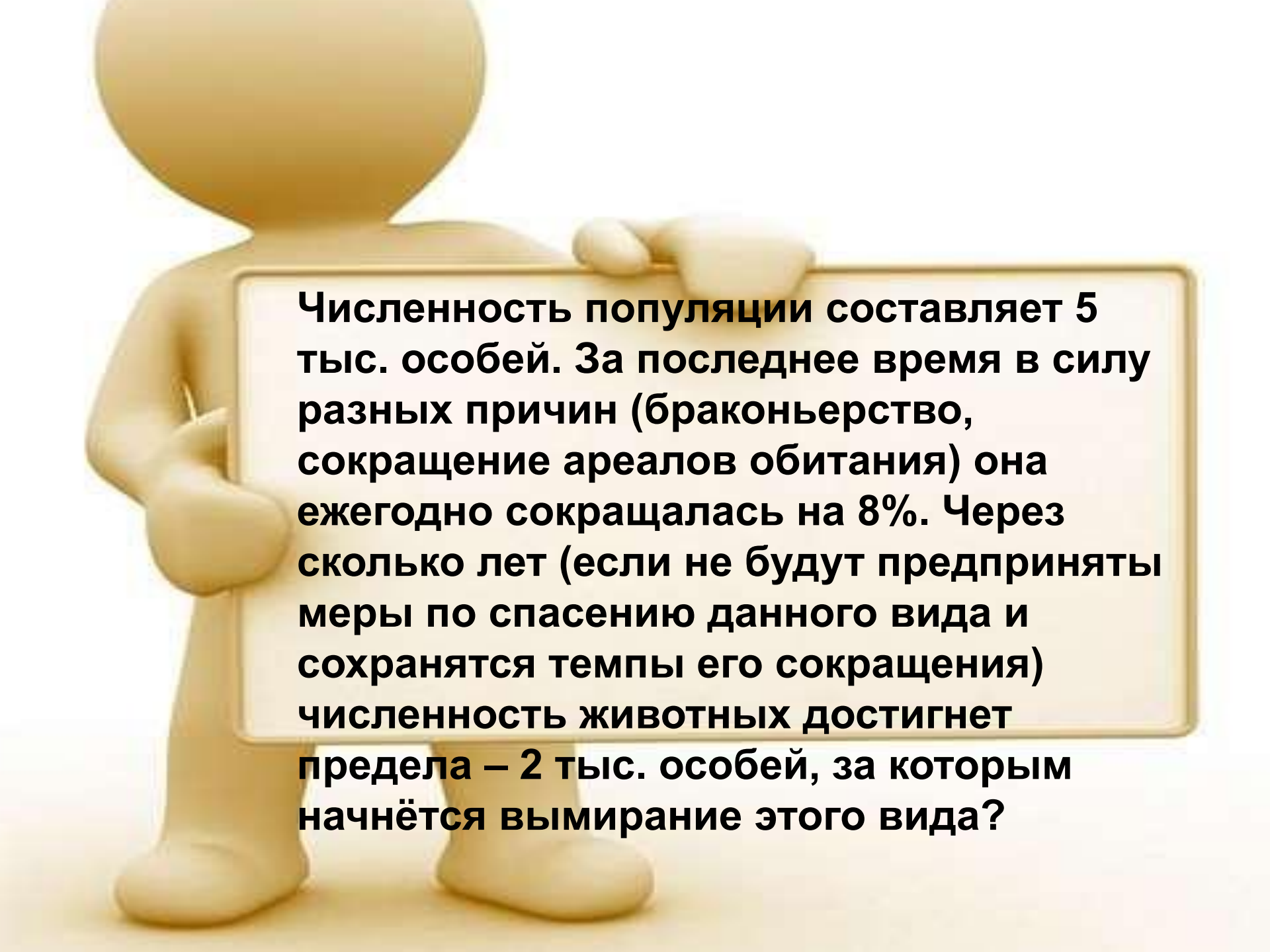
Ответ: $\tau_{t_2} = 15$ сек.

Математика и биология.

- В биологии так же широко используется показательная функция. Рост различных видов микроорганизмов и бактерий, дрожжей и ферментов подчиняются одному закону: $N=N_0 e^{kt}$.

По этому закону возрастает количество клеток гемоглобина в организме человека, который потерял много крови.



A 3D rendered character, resembling a stylized human figure, is holding a large rectangular sign. The character is light-colored and has a simple, rounded design. The sign is white with a thin border and contains text in Russian. The background is a plain, light color.

Численность популяции составляет 5 тыс. особей. За последнее время в силу разных причин (браконьерство, сокращение ареалов обитания) она ежегодно сокращалась на 8%. Через сколько лет (если не будут предприняты меры по спасению данного вида и сохранятся темпы его сокращения) численность животных достигнет предела – 2 тыс. особей, за которым начнётся вымирание этого вида?

Решение:

Применим для вычисления времени формулу сложных процентов:

$$S_{\text{кон}} = S_{\text{нач}} \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$$

$S_{\text{кон}} = 2$ тыс. – численность животных по истечению искомого времени;

$S_{\text{нач}} = 5$ тыс. – численность животных в начальный момент времени;

$p = 8$ - % сокращения численности животных.

Предварительно разделив обе части уравнения на 1000, получим:

$$2 = 5 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^x$$

$$\frac{2}{5} = \left(1 + \frac{8}{100}\right)^x, \quad \frac{2}{5} = 1,08^x$$

$$x \approx \frac{\ln \frac{2}{5}}{\ln 1,08} \approx 11$$

Ответ: Приблизительно через 11 лет.

Математика и экономика.

Заглянем в кабинет экономиста одного из торговых предприятий. Перед которым возникла проблема – в каком соотношении закупить товары А и В. Можно закупить 8 единиц товара А и 5 единиц товара В. Торговое предприятие остановилось на первом варианте, т.к. при этом экономится сумма, достаточная для закупки 2-х единиц товара А. Какова цена товара А и товара В?



Пусть стоимость единиц товара А – x рублей, единиц товара В – y рублей. Тогда мы получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x+8y=92; \\ 8x+5y=92+2x; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x+8y=92 \quad |*(-1,2); \\ 6x+5y=92; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x-9,6=-110,4; \\ 6x+5y=92; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4,6y=18,4; \\ y=4. \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Тогда, } 5x+32=92; \\ \phantom{\text{Тогда, }} 5x=60; \\ \phantom{\text{Тогда, }} x=12. \end{array}$$

Ответ: Стоимость одной единицы товара А-12 тысяч рублей, а цена одной единицы товара В-4 тысячи рублей.



Рассмотрим еще одну задачу:



- Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли, которых в минувшем году составила 13 млн. рублей. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 75%, а второго - на 140%. В результате, суммарная прибыль фирмы должна вырасти в 2 раза. Какова величина прибыли каждого из отделений:
 - 1) в минувшем году?
 - 2) в текущем году?

Решение:

Обозначим через x млн.рублей прибыль первого отдела и через y млн.рублей прибыль второго отдела в минувшем году. Тогда по условию задачи составим и решим систему уравнений с двумя переменными:

$$\begin{cases} x+y=13; & x=13-y; \\ 1,75x+2,4y=26; & 1,75((13-y)+2,4)=26; \end{cases}$$

$$22,75-1,75y+2,4y=26;$$

$$0,65y=3,25;$$


$$y=5.$$

$$\text{Тогда } x=13-5=8.$$

Значит: 1) Прибыль в минувшем году у первого отделения 8 млн.рублей, у второго-5 млн.рублей.

2) Прибыль в этом году у первого отделения 14 млн. рублей, у второго-12 млн.рублей.





А теперь заглянем в кабинет экономиста некоторой фирмы, которая производит детские велосипеды. Экономисты рассчитывают, сколько велосипедов в день надо производить по цене x рублей, чтобы прибыль была максимальной. И в этот раз нам не обойтись без математики...



Изначально надо установить зависимость между ценой x руб. одного велосипеда и количеством y единиц товара, приобретаемого за один день.

- Математическими методами было определено, что данная зависимость задана формулой $y=570-3x$. (1) Выясним, какую цену на товар установит фирма для того, чтобы прибыль от его реализации была наибольшей. Прибыль p находится по формуле $p=xy$. Согласно (1), $p=x(570-3x)$, или $p=-3x^2+570x$.



- Таким образом получается, что функция $p = -3x^2 + 570x$ является квадратичной. Функция будет достигать своего наибольшего значения при $x = -570 / (-3) * 2 = 95$.

Это наибольшее значение равно $p = 27075$.

Получается, что наибольшая выручка в 27075 рублей будет достигаться в том случае, если фирма реализует по цене 95 р.

$y = 570 - 3 * 95 = 285$ единиц товара.



Математика в практических задачах

Решено комнату (включая потолок) оклеить обоями. Обои покупаются с запасом 20 % от оклеиваемой площади. Стоимость обоев указана в таблице. Потолок решено оклеить белыми обоями, стены – зелеными. Ширина двери комнаты равна 0,8 м, высота – 2 м. Ширина окна – 1,5 м, высота – 1 м. Сколько рублей надо



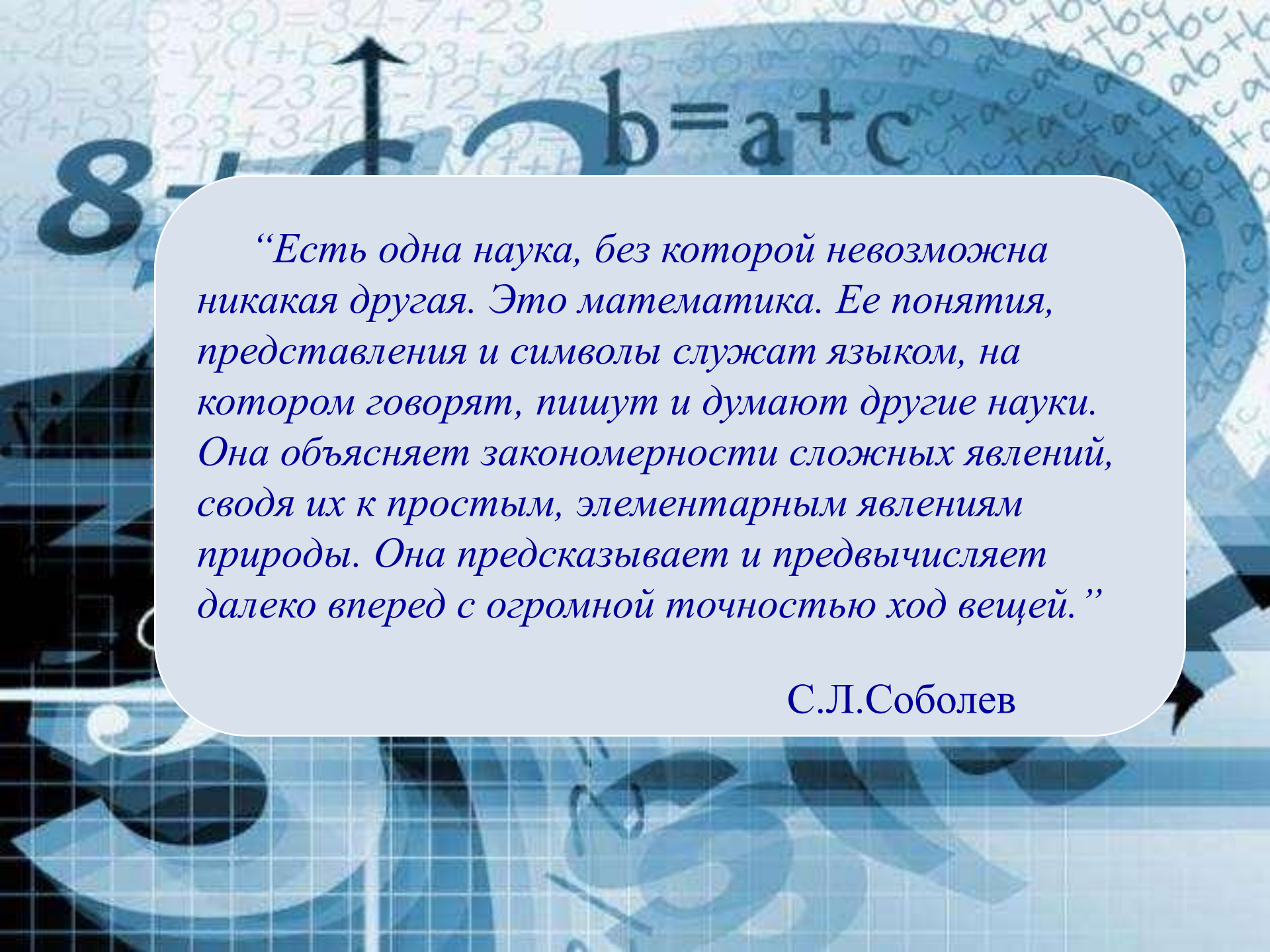
Цена обоев за 1 м^3 (в руб.) в зависимости от покупки:

	до 30 м^2	от 30 до 100 м^2	Свыше 100 м^2
Белые	14	13	12
Зеленые	12	11	10

Решение задачи:

		Площадь с учетом 20% запаса	Стоимость обоев
Площадь передней и задней стен	$2,5 \times 6 = 15$ $0,8 \times 2 = 1,6$ -дверь $30 - 1,6 = 28,4$		
Площадь боковых стен	$4,5 \times 2,5 = 11,25$ $1,5 \times 1 = 1,5$ -окно $22,5 - 1,5 = 21$		
Площадь всех стен	$28,4 + 21 = 49,4$	20%- $4,94 \times 2 = 9,88$ $49,4 + 9,88 = 59,28$	$59,28 \times 11 = 652,08$
Площадь потолка	$4,5 \times 6 = 27$	20%- $2,7 \times 2 = 5,4$ $27 + 5,4 = 32,4$	$32,4 \times 13 = 421,2$

Ответ: Стоимость всей покупки 1073,28 рублей.



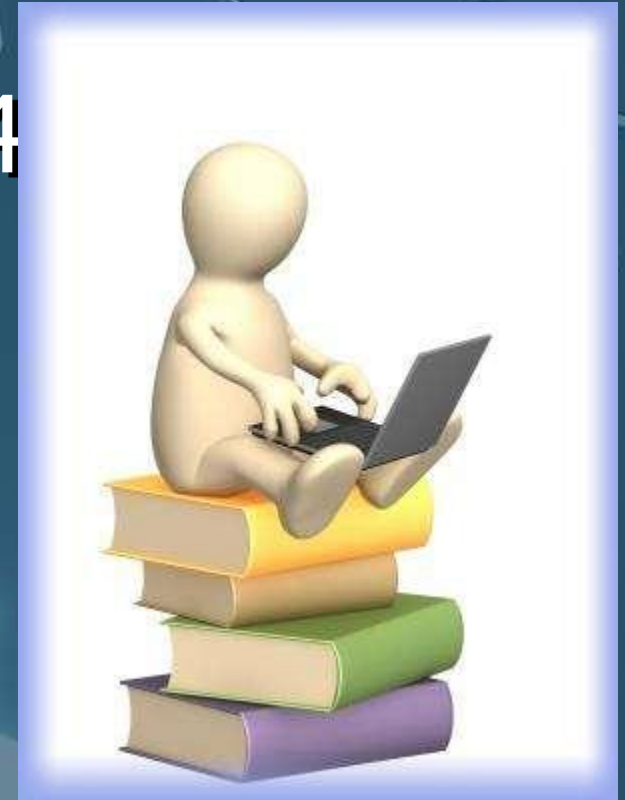
“Есть одна наука, без которой невозможна никакая другая. Это математика. Ее понятия, представления и символы служат языком, на котором говорят, пишут и думают другие науки. Она объясняет закономерности сложных явлений, сводя их к простым, элементарным явлениям природы. Она предсказывает и предвычисляет далеко вперед с огромной точностью ход вещей.”

С.Л.Соболев



Задача 1

Розничная цена сборника для ЕГЭ 354 руб., она на 18% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких сборников можно купить по оптовой цене на 7000 рублей?



Задача 2

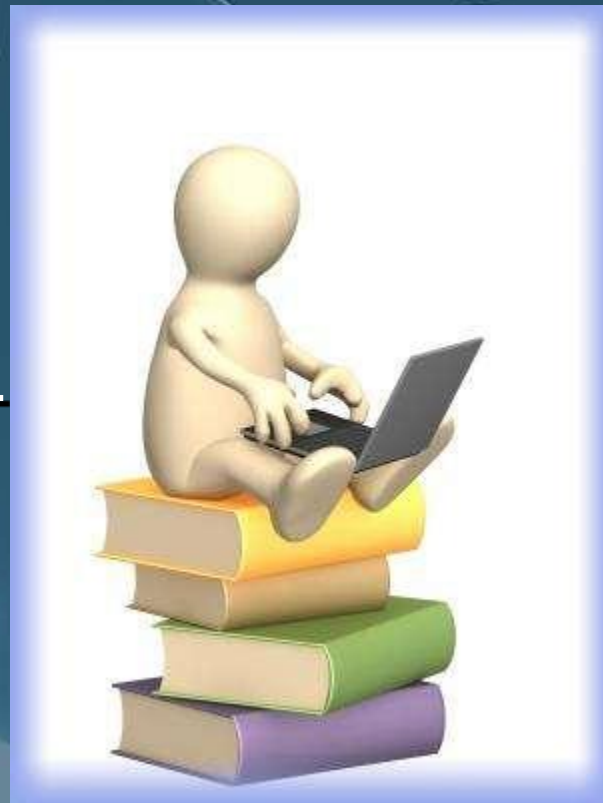
Студенты собрались в путешествие по Волге. Они заказали теплоход, рассчитанный на 650 мест и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех студентов и всех членов команды?





Задача 3

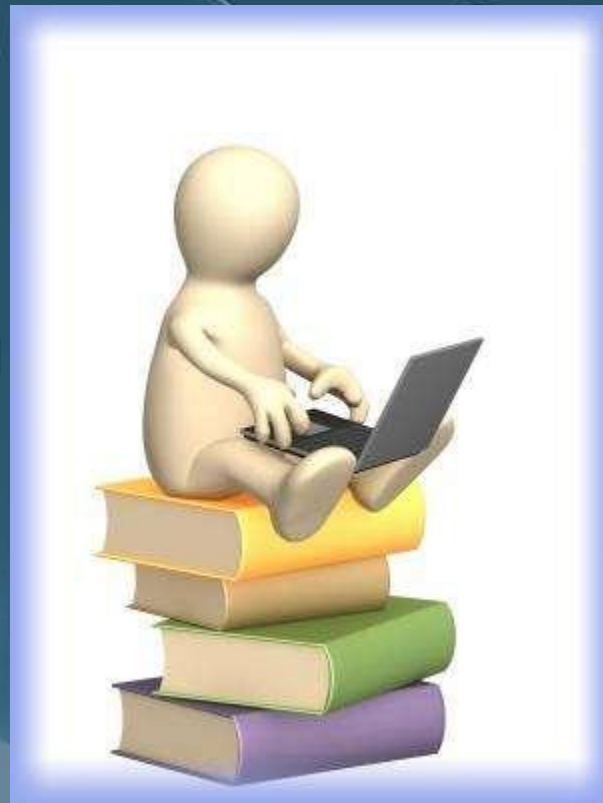
Семья из трех человек едет из Москвы в Чебоксары. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд стоит 940 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19 руб. за литр. Сколько придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих? Ответ выразите в рублях.





Задача 4

Из пункта A в пункт D ведут три дороги. Через пункт B едет грузовик со средней скоростью 42 км/ч, через пункт C едет автобус со средней скоростью 32 км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 64 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из A . Какой автомобиль добрался до D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



Домашнее задание

Составить и решить по две задачи:

1. с экономическим содержанием
2. на нахождение наибольшего и наименьшего значения
3. связанных с химией

