ОСНОВНІ СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ОДНОГО АРГУМЕНТУ.

Дуже часто при розв'язуванні задач виникає проблема: знайти значення тригонометричних функцій, якщо задано лише значення однієї з них. Отже, на даному уроці ми згадаємо вже відому вам формулу – основну тригонометричну тотожність - і виведемо ще декілька формул, які пов'язують тригонометричні функції одного і того самого аргументу.

1. Співвідношення між синусом і косинусом.

З основної тригонометричної тотожності

$$\boxed{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}$$

можна виразити sin α через cos α і навпаки :

$$\boxed{\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$$

$$\boxed{\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$$

2. Співвідношення між тангенсом і котангенсом.

Згідно з визначенням тангенса і котангенса:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} \qquad \boxed{ctg\alpha = \frac{cos\alpha}{\sin\alpha}}$$

Перемноживши ці рівності, одержимо:

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1$$

Отже, $\boxed{tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1}$

Із одержаної рівності можна виразити tg α через ctg α і навпаки:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha}} \qquad \boxed{ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}}$$

3. Співвідношення між тангенсом і косинусом, котангенсом і синусом.

1) Розділимо ліву і праву частину рівності $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ на $\cos^2\alpha$, вважаючи, що $\cos^2\alpha \neq 0$, одержимо:

$$\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}, \qquad \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

звідси: $$\boxed{1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}}$$, де $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$.

2) Розділимо ліву і праву частину рівності $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ на $\sin^2\alpha$, вважаючи, що $\sin\alpha \neq 0$, одержимо:

$$\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}, \qquad \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

звідси: $$\boxed{1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}}$$, де $\alpha \neq \pi k, k \in Z$.

Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу

(записати в зошит)

1. Співвідношення між синусом і косинусом.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

2. Співвідношення між тангенсом і котангенсом.

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

$$tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha}$$

$$ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$$

3. Співвідношення між тангенсом і косинусом, котангенсом і синусом.

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$