

Законы Сохранения в Механике



Содержание:

1. Закон Сохранения Импульса
2. Закон Сохранения Механической Энергии
3. Работа и Энергия





1. Закон Сохранения Импульса

Импульсом называют векторную величину, равную произведению массы тела на ее скорость:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$



1. Закон Сохранения Импульса

При взаимодействии тел замкнутой системы полный импульс системы остается неизменным:

$$\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const}$$



1. Закон Сохранения Импульса

Закон сохранения импульса есть следствие второго и третьего законов Ньютона.

Рассмотрим пример использования закона сохранения импульса.



1. Закон Сохранения Импульса

Рассмотрим неупругое столкновение, при котором выполняется закон сохранения импульса. Пусть при абсолютно неупругом столкновении двух тел их скорость будет общей после удара.

Ее нужно определить. Напишем векторное уравнение, соответствующее закону сохранения импульса системы:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$



1. Закон Сохранения Импульса

После проецирования векторов на выбранную ось получим скалярное уравнение, которое позволит определить искомую величину $v_{i\hat{a}i}$.



1. Закон Сохранения Импульса

Еще один пример - реактивное движение.

Рассмотрим простейший случай этого движения, при котором происходит одномоментное взаимодействие - выстрел из винтовки. До выстрела скорости винтовки и пули были равны нулю. После выстрела они имели различные скорости. Если известна скорость пули, ее масса и масса ружья, можно определить скорость, которую приобрело ружье после выстрела:

$$0 = m \vec{v}_1 + M \vec{v}_2$$

Отсюда после проецирования векторов на выбранную ось получим:

$$0 = m_1 v_1 - M v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 v_1}{M}$$



2. Закон Сохранения Механической Энергии

Если в замкнутой системе не действуют силы, трения и силы сопротивления, то сумма кинетической и потенциальной энергии всех тел системы остается величиной постоянной.

Рассмотрим пример проявления этого закона. Пусть тело, поднятое над Землей, обладает потенциальной энергией $E_1 = mgh_1$ и скоростью v_1 направленной вниз. В результате свободного падения тело переместилось в точку с высотой h_2 ($E_2 = mgh_2$), при этом скорость его возросла от v_1 до v_2 . Следовательно, его кинетическая энергия возросла от

$$\frac{mv_1^2}{2}$$

ДО

$$\frac{mv_2^2}{2}$$



2. Закон Сохранения Механической Энергии

Запишем уравнение кинематики:

$$h_1 - h_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$



2. Закон Сохранения Механической Энергии

Умножим обе части равенства на mg , получим:

$$mgh_1 - mgh_2 = A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

После преобразования получим:

$$mgh_1 + \frac{m_1 v_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$



2. Закон Сохранения Механической Энергии

Рассмотрим ограничения, которые были сформулированы в законе сохранения полной механической энергии. Что же происходит с механической энергией, если в системе действует сила трения? В реальных процессах, где действуют силы трения, наблюдается отклонение от закона сохранения механической энергии.





2. Закон Сохранения Механической Энергии

Например, при падении тела на Землю сначала кинетическая энергия тела возрастает, поскольку увеличивается скорость. Возрастает и сила сопротивления, которая увеличивается с возрастанием скорости. Со временем она будет компенсировать силу тяжести, и в дальнейшем при уменьшении потенциальной энергии относительно Земли кинетическая энергия не возрастает. Это явление выходит за рамки механики, поскольку работа сил сопротивления приводит к изменению температуры тела. Нагревание тел при действии трения легко обнаружить, потерев ладони друг о друга.



2. Закон Сохранения Механической Энергии

Таким образом, в механике закон сохранения энергии имеет довольно жесткие границы. Изменение тепловой (или внутренней) энергии возникает в результате работы сил трения или сопротивления. Оно равно изменению механической энергии. Таким образом, сумма полной энергии тел при взаимодействии есть величина постоянная (с учетом преобразования механической энергии во внутреннюю). Энергия измеряется в тех же единицах, что и работа. В итоге отметим, что изменить механическую энергию можно только одним способом - совершить работу.



3. Работа и Энергия

Термин "работа" в механике имеет два смысла: работа как процесс, при котором сила перемещает тело, действуя под углом, отличным от 90° ; работа - физическая величина, равная произведению силы, перемещения и косинуса угла между направлением действия силы и перемещением:

$$A = Fs \cos \alpha.$$

3. Работа и Энергия

Работа равна нулю, когда тело движется по инерции ($F = 0$), когда нет перемещения ($s = 0$) или когда угол между перемещением и силой равен 90° ($\cos \alpha = 0$). Единицей работы в СИ служит джоуль (Дж). 1 джоуль - это такая работа, которая совершается силой 1 Н при перемещении тела на 1 м по линии действия силы. Для определения быстроты совершения работы вводят величину "мощность". Мощность равняется отношению совершенной работы ко времени, за которое она выполнена:

$$N = \frac{A}{t}$$

Единицей мощности в СИ служит 1 ватт (Вт). 1 Вт - мощность, при которой совершается работа в 1 Дж за 1 секунду.

3. Работа и Энергия

Рассмотрим действие на тело некоторой постоянной силы F .
На участке пути s будет произведена работа A . В результате у тела изменится скорость:

$$F = ma; s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a};$$

$$A = ma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}; A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Величину $\frac{mv_2}{2}$ для материальной точки называют кинетической энергией тела.



3. Работа и Энергия

$$A = E_{K2} - E_{K1}$$

Кинетическая энергия - энергия движения, ею обладают все движущиеся тела. Эта величина является относительной, то есть она изменяется в зависимости от выбранной системы отсчета. Кроме этого вида механической энергии, существует и другой ее вид - потенциальная энергия. Рассмотрим систему двух взаимодействующих тел. Например, тела, поднятого над Землей, и саму Землю.

3. Работа и Энергия

Работа силы тяжести при перемещении тела на отрезке $|h_1 - h_2|$ будет равна:

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

Величину mgh в соответствующей точке, которая расположена на высоте h , называют потенциальной энергией тела, находящегося в поле тяжести.

3. Работа и Энергия

Из предыдущего уравнения вытекает, что работа не зависит от траектории движения в поле силы тяжести, а определяется лишь изменением высоты. Потенциальная энергия характеризует и другие взаимодействующие тела. Так, потенциальной энергией обладает сжатая пружина:

$$E_n = \frac{kx^2}{2}$$

где k - модуль упругости, x - смещение от положения равновесия. Потенциальная энергия, как и кинетическая, является величиной относительной, поскольку и высота, и смещение зависят от выбора точки отсчета.