



ПОВТОРЕНИЕ

- Какие существуют основные формы мышления?
- Что изучает алгебра логики?
- Может ли быть высказывание выражено в форме вопросительного предложения?
- Какие значения могут принимать логические переменные?
- Назовите логические операции. Как они обозначаются?

- Записать логическую функцию для высказывания: ***Не верно, что в окно светит солнце и идет дождь.***
- Записать логическую функцию, соответствующую высказыванию: ***Светит солнце, или идет дождь, и нет ветра.***
- Найти значение логического выражения:
 - $F = \neg 1 \wedge (1 \vee 1) \vee (\neg 0 \wedge 1)$
 - $F = \neg 1 \wedge (1 \vee 1) \vee (\neg 0 \wedge 1)$
- Даны два высказывания: **A={Прямой угол равен 90°}** и **V={Земля – это планета солнечной системы}**.
 Определить, чему равно логическое выражение: $F = A \vee V$
- Придумать высказывание, соответствующее логической функции: $F = A \vee \neg V$

ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

На основании простых высказываний могут быть построены **составные высказывания**.

Например, высказывание « Процессор является устройством обработки информации и принтер является устройством печати» является **составным высказыванием**, состоящим из двух простых, соединенных союзом «и».

Каждое составное высказывание можно выразить в виде **формулы** (логического выражения), состоящей из **логических переменных** (высказываний) и **знаков логических операций** (логические функции)

A=«Процессор является устройством обработки информации»

B=«Принтер является устройством печати»

$$F = A \wedge B$$

Истинность или ложность составных высказываний можно определять чисто формально, не вникая в их содержание, с помощью **Алгебры высказываний**

$$F = A \wedge B = 1 \wedge 1 = 1$$

Запишем в форме логического выражения составное высказывание:

$$\langle\langle 2 \cdot 2 = 5 \text{ или } 2 \cdot 2 = 4 \rangle \text{ и } (2 \cdot 2 \neq 5 \text{ или } 2 \cdot 2 \neq 4)\rangle$$

$A = \langle 2 \cdot 2 = 5 \rangle$ - ложно (0)

$B = \langle 2 \cdot 2 = 4 \rangle$ - истинно (1)

Составное высказывание можно записать в форме:

$$(A \text{ или } B) \text{ и } (\neg A \text{ или } \neg B)$$

Теперь запишем высказывание логическим выражением учитывая **порядок выполнения логических операций** (инверсия, конъюнкция, дизъюнкция)

$$F = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$$

Подставим в логическое выражение значение логических переменных

$$F = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) = (0 \vee 1) \wedge (1 \vee 0) = 1 \wedge 1 = 1$$

Построение таблицы:

1. Определить количество строк

Кол-во строк = 2^n (n – кол-во переменных)

2. Определить количество столбцов

Кол-во столбцов = n + кол логических операций

3. Построить таблицу и обозначить столбцы, внести возможные значения переменных

4. Заполнить таблицу по столбцам, выполняя базовые логические операции

A	B	$A \vee B$	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} \vee \bar{B}$	$(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Равносильные логические выражения

Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются **равносильными**.

Для обозначения равносильных логических выражений используется знак “ = “,

Докажем, что логические выражения $\neg A \& \neg B$ и $\neg(A \vee B)$ равносильны

Построим сначала таблицу истинности логического выражения $\neg A \vee \neg B$)

Сколько строк будет в таблице?

Сколько столбцов будет в таблице?

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

-
- Теперь построим таблицу истинности логического выражения $\neg(A \vee B)$
 - Сколько строк будет в таблице?
 - Сколько столбцов будет в таблице?

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

-
- Теперь давайте, сравним значения в последних столбцах таблиц истинности, т.к. именно последние столбцы являются результирующими. Они совпадают, следовательно, логические выражения равносильны и мы можем поставить между ними знак “=”
 - $\neg A \& \neg B = \neg(A \vee B)$

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

В обыденной речи кроме базовых логических связок «и», «или», «не» используются и другие:

«если... ,то...»

«тогда и только тогда, когда...»

Некоторые из них имеют свое название и свой символ

Логическое следование (импликация)

«если... ,то...»

«если A , то B » обозначается $A \rightarrow B$

Таблица истинности логической функции «импликация»

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью *операции логического следования (импликации)*, ложно тогда и только тогда, когда из истинной предпосылки (первого высказывания) следует ложный вывод (второе высказывание)

В алгебре высказываний все логические функции могут быть сведены путем логических преобразований к трем базовым: **конъюнкции, дизъюнкции и отрицанию**

Докажем методом сравнения таблиц истинности, что $A \rightarrow B$ равносильно $\bar{A} \vee B$

A	B	\bar{A}	$F = \bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Запишем $A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$

Логическое равенство (эквивалентность)

«тогда и только тогда, когда...»

«А тогда и только тогда, когда В» обозначается $A \equiv B$

Таблица истинности логической функции «эквивалентность»

A	B	$A \equiv B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью *логической операции эквивалентности*, истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

УПРАЖНЕНИЕ 1

- Записать в виде логической формулы высказывания:
- Если Иванов здоров и богат, то он здоров
- Анализируем высказывание. Выявляем простые высказывания
- **A – Иванов здоров**
- **B – Иванов богат**

$$(A \& B) \rightarrow A$$

УПРАЖНЕНИЕ 2

- Записать в виде логической формулы высказывания:
- Спортсмен подлежит дисквалификации, если он некорректно ведет себя по отношению к сопернику или судье, и если он принимал «ДОПИНГ».

A - спортсмен подлежит дисквалификации

B - некорректно ведет себя по отношению к сопернику

C - некорректно ведет себя по отношению к судье

D - принимал «допинг».

$$(B \vee D) \vee C \rightarrow A$$

Упражнение 3

Составить таблицы истинности для формул:

а) $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg B \rightarrow C)$;

б) $A \wedge B \vee C \rightarrow (\neg A \leftrightarrow C)$;

в) $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \rightarrow (B \leftrightarrow C)$.

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

A

Таблица истинности:

A	B	C	$A \equiv B$	\bar{B}	$\bar{B} \rightarrow C$	$(A \equiv B) \wedge (\bar{B} \rightarrow C)$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1

Б

A	B	C	$A \wedge B$	$A \wedge B \vee C$	\bar{A}	$\bar{A} \equiv C$	$A \wedge B \vee C \rightarrow (\bar{A} \equiv C)$
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0	0

B

A	B	C	$A \vee B$	\bar{A}	$\bar{A} \vee C$	$(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee C)$	$B \equiv C$	$(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee C) \rightarrow (B \equiv C)$
0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1

Определить истинность следующего высказывания: «За окном светит солнце, и нет дождя».

Решение:

Нам дано сложное составное высказывание. Выделим из него простые высказывания:

A = «За окном светит солнце»

B = «За окном дождь»

Составим логическую функцию, соответствующую данному высказыванию.

$$F(A, B) = A \wedge \neg B$$

построим таблицу истинности для данной логической функции.

A	B	$\neg B$	$A \wedge \neg B$
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Определить истинность следующего высказывания: «Гости смеялись, шутили и не расходились по домам».

Определить истинность следующего высказывания: «Гости смеялись, шутили и не расходились по домам».

Решение:

Выделим из данного сложного высказывания простые высказывания:

A = «Гости смеялись»

B = «Гости шутили»

C = «Гости расходились по домам»

Составим логическую функцию, соответствующую данному высказыванию.

$$F(A, B, C) = A \wedge B \wedge \neg C$$

Построим таблицу истинности для данной логической функции.

A	B	C	¬C	A ∧ B ∧ ¬C
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

Записать составное высказывание “(2*2=4 и 3*3 = 9) или (2*2≠4 и 3*3≠9)” в форме логического выражения.

Построить таблицу истинности.

$$A = \text{«}2 \cdot 2 = 4\text{»}$$

$$B = \text{«}3 \cdot 3 = 9\text{»}$$

$$(A \& B) \vee (\neg A \& \neg B)$$

A	B	A & B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \& \neg B$	$(A \& B) \vee (\neg A \& \neg B)$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

- Определить истинность следующего высказывания: «Ни сна, ни отдыха измученной душе»
- Составить таблицу истинности для выражения
$$F = A \wedge (B \vee \neg C)$$