ПРОИЗВОДНАЯ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ, ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ И СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

УМ ЗАКЛЮЧАЕТСЯ НЕ ТОЛЬКО В ЗНАНИИ, НО И В УМЕНИИ ПРИМЕНЯТЬ ЗНАНИЯ НА ПРАКТИКЕ

Аристотель

Цель урока

Повторить и закрепить производную показательной, логарифмической и степенной функций ;

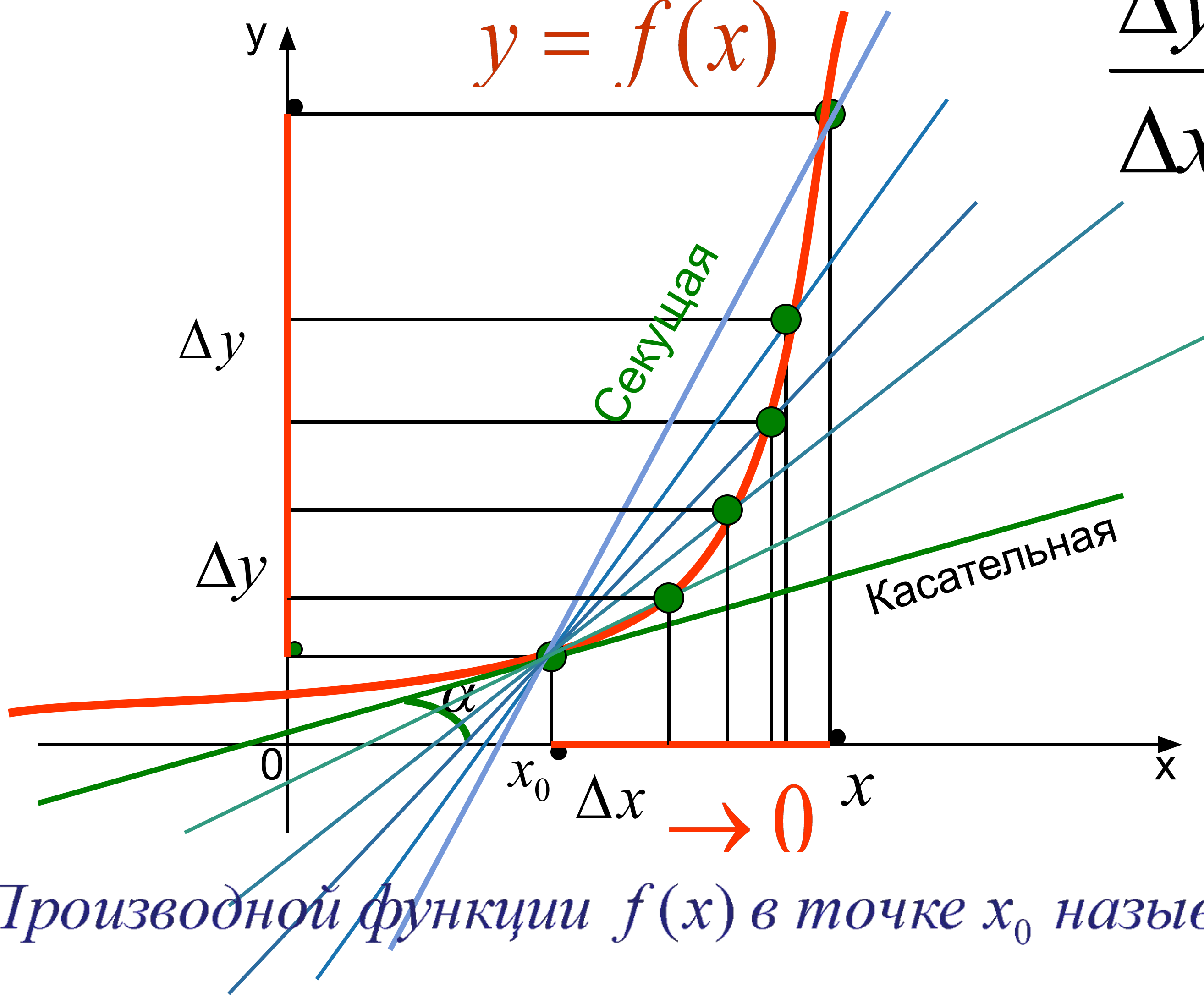
закрепить методы решения наибольшего и наименьшего значения функции ; совершенствовать применение полученных знаний при решении заданий 7 и 12;

развитие познавательного интереса и внимания при решении задач по готовым чертежам

Задача урока

- отработка навыка работы с производной при подготовке к ЕГЭ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ И ЕЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

Обозначение:

$$f'(x)$$

Производной функции $f(x)$ *в точке* x_0 *называется число, к которому стремится отношение* $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ *при* $\Delta x \to 0$.

1. КАКАЯ ФУНКЦИЯ НАЗЫВАЕТСЯ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ?

2. КАКАЯ ФУНКЦИЯ НАЗЫВАЕТСЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ?

3. КАКАЯ ФУНКЦИЯ НАЗЫВАЕТСЯ СТЕПЕННОЙ?

4. ЧЕМУ РАВНА ПРОИЗВОДНАЯ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ, ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ , СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИЙ?

5. ЧТО ТАКОЕ НАТУРАЛЬНЫЙ ЛОГАРИФМ?

Математический диктант.

1. Верно ли, что $\left(x^{\alpha}\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

2. Верно ли, что $(x-2)' = -2x-1$

3. Верно ли, что $(u+v)' = u' + v'$

4. Верно ли, что $(C \cdot u)' = C' \cdot u'$

5. Верно ли, что $C' = 0$.

6. Верно ли, что $\left(e^{x}\right)' = e^{x}$.

7. Верно ли, что $\left(a^{x}\right)' = \dfrac{a^{x}}{\ln a}$.

8. Верно ли, что $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^{2}}$.

9. Верно ли, что уравнение касательной записывается так $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Запомни

$$\left(a^x\right)' = a^x \ln a$$

$$\left(x^\alpha\right)' = \alpha \cdot x^{\alpha - 1}$$

$$\left(\ln(ax + в)\right)' = \frac{a}{ax + в},\ a \neq 0$$

$$\ln' x = \frac{1}{x}$$

$$\left(e^x\right)' = e^x$$

$$\left(\log_a (kx + в)\right)' = \frac{k}{(kx + в)\ln a}$$

$$\left(\log_a x\right)' = \frac{1}{x \ln a},\quad \mathrm{x} > 0,\ a > 0.$$

НАЙТИ ПРОИЗВОДНУЮ ФУНКЦИИ

$$y = e^x - 2x$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 - x + 5$$

$$f(x) = \frac{2}{x} - 4\sqrt{x}$$

$$f(x) = 7e^x + \ln 2x$$

$$f(x) = \sin 3x$$

ВЫЧИСЛИТЬ ПРОИЗВОДНУЮ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

$$y = (7)^x + \log_5(x+4)$$

$$y = x^3 \cdot \ln x + \ln 4$$

$$y = \frac{1}{x} - xe^x$$

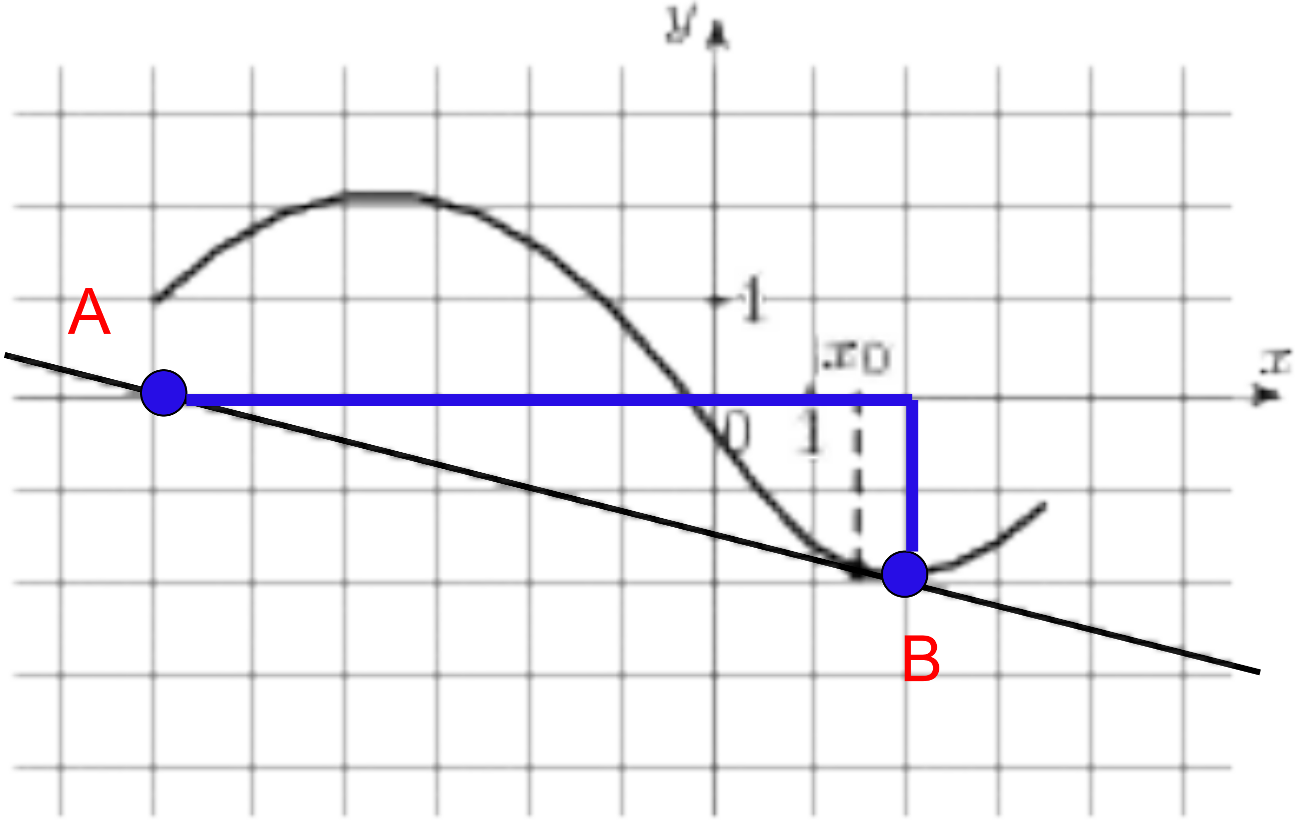
ОБЩИЙ ВИД УРАВНЕНИЯ КАСАТЕЛЬНОЙ

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Чему равен угловой коэффициент касательной?

$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$
и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

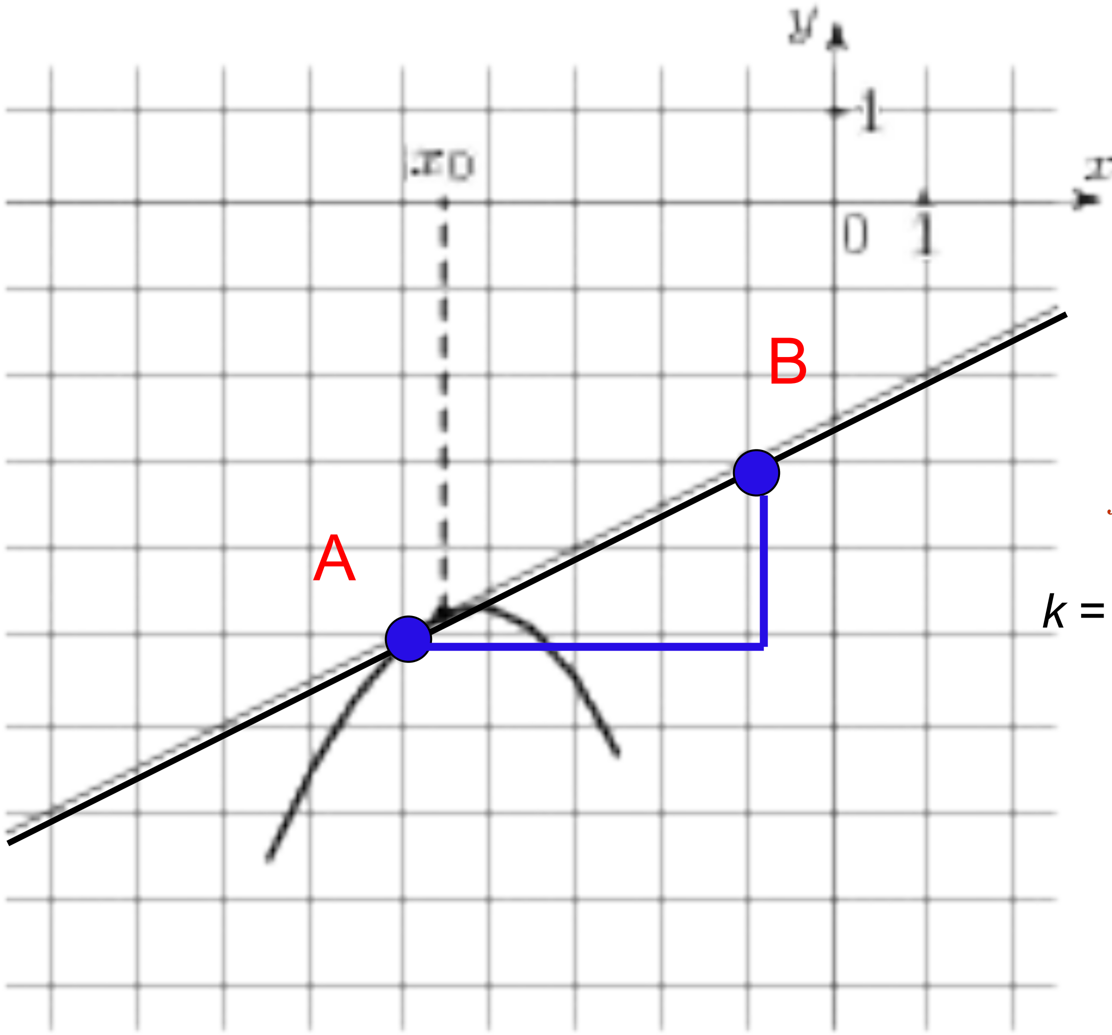


$f'(x) = tg\alpha = k;$ $-\dfrac{\text{вертикаль}}{\text{горизонталь}} = \dfrac{2}{8}$ = - 0,25

Если А выше В ставим знак «-»

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0.

Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



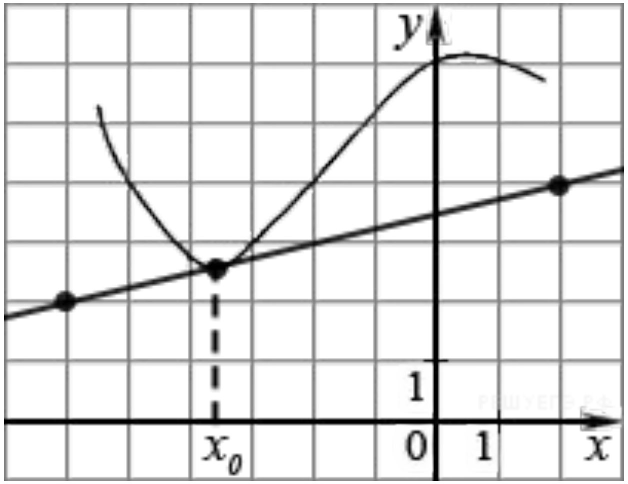
Если A ниже B знак «+»

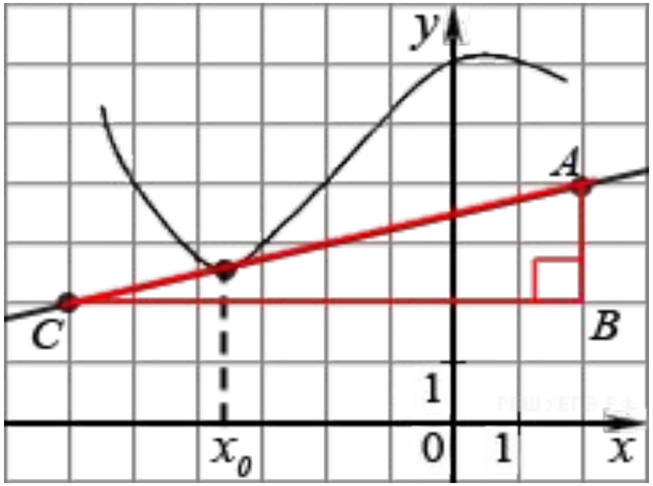
$f'(x) = tg\alpha = k$

$k = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$

Прототип B9 № 27504

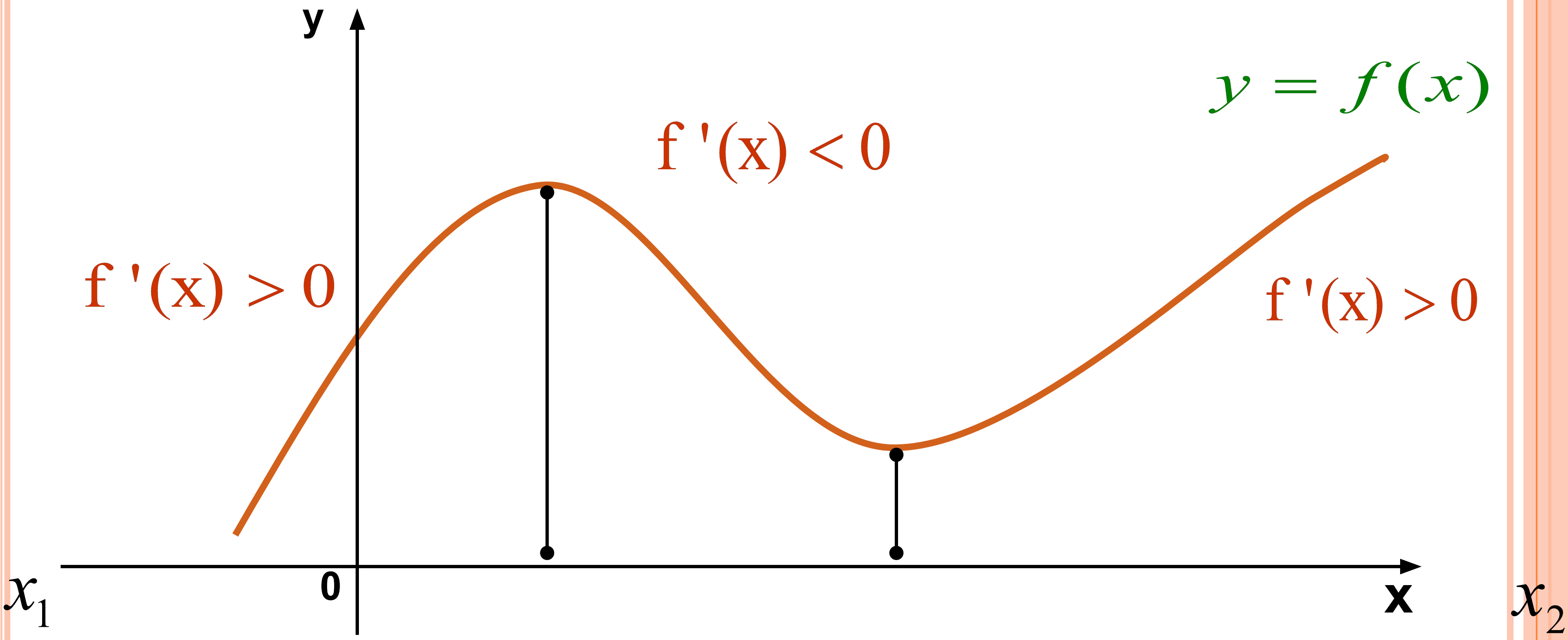
На рисунке изображён график функции *y=f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x_0.





Ответ: 0,25.

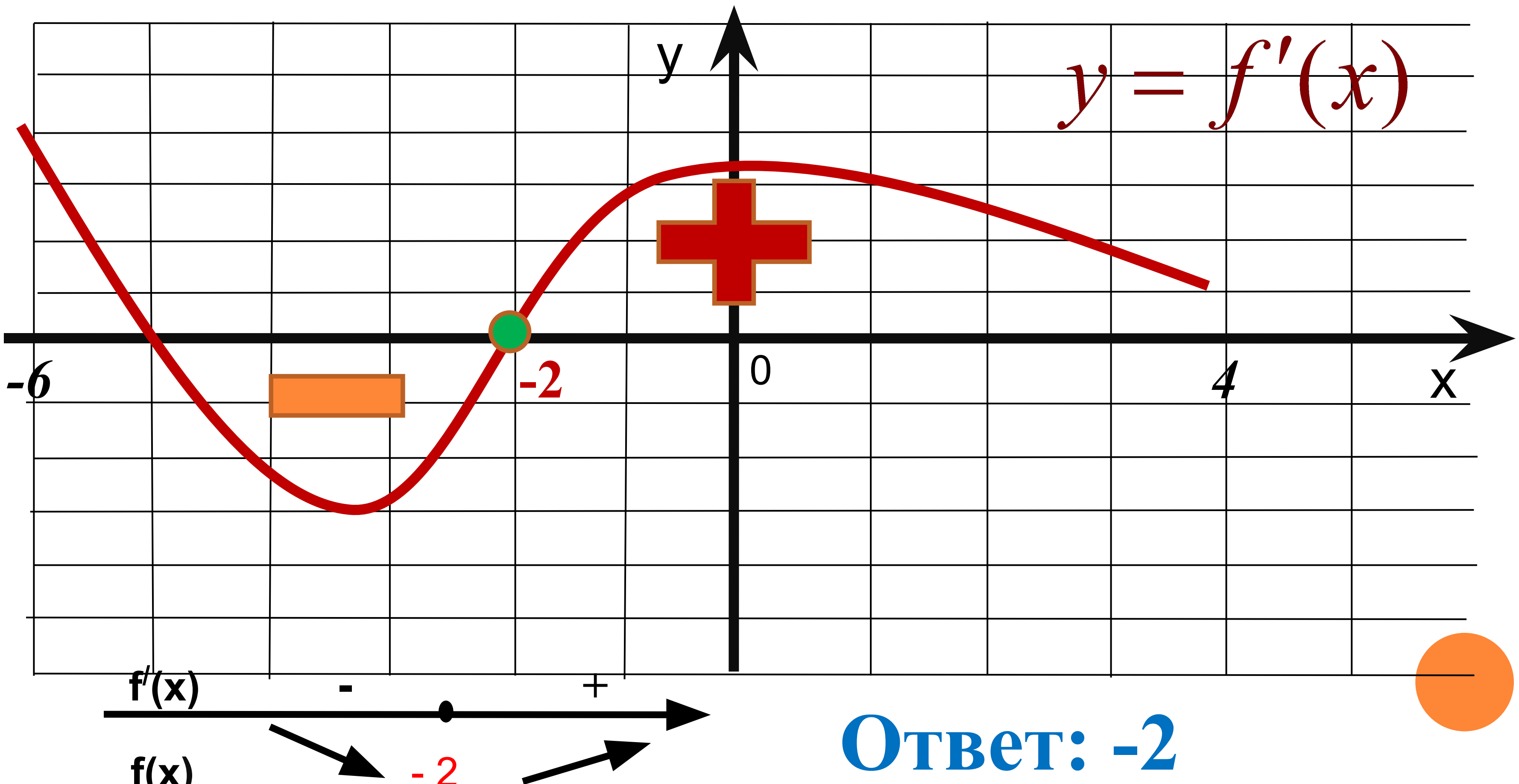
ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИИ



X $_1$ - точка максимума

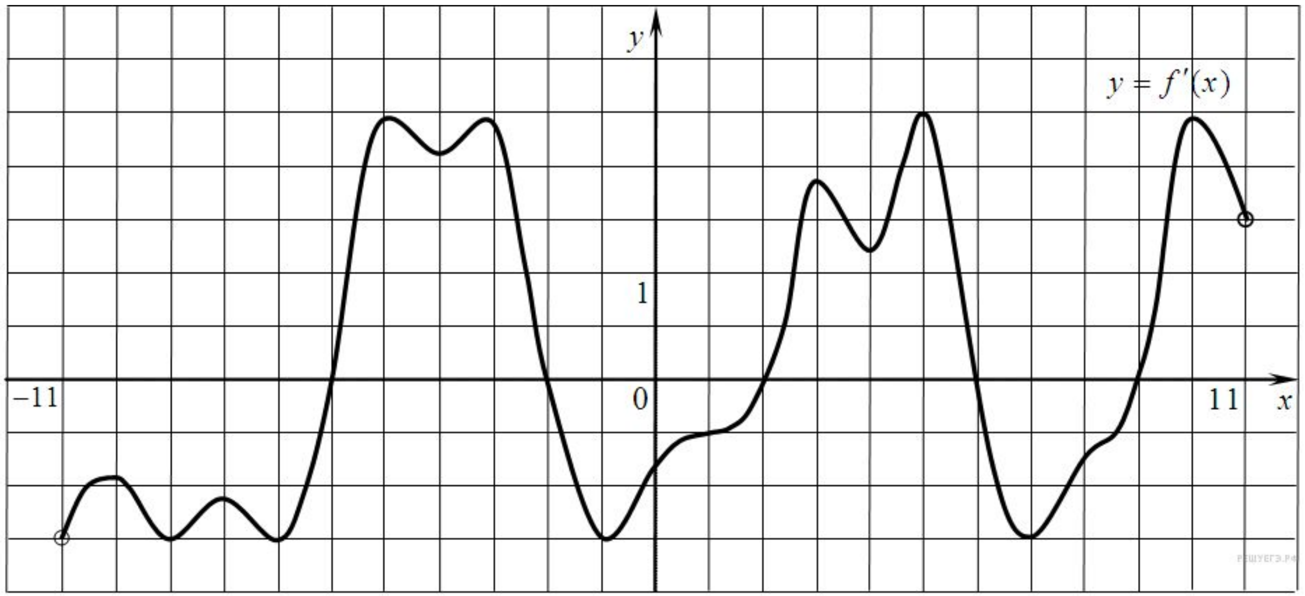
X $_2$ - точка минимума

Укажите точку минимума функции y = f (x), заданной на отрезке [-6;4], если на рисунке изображён график её производной.



Ответ: -2

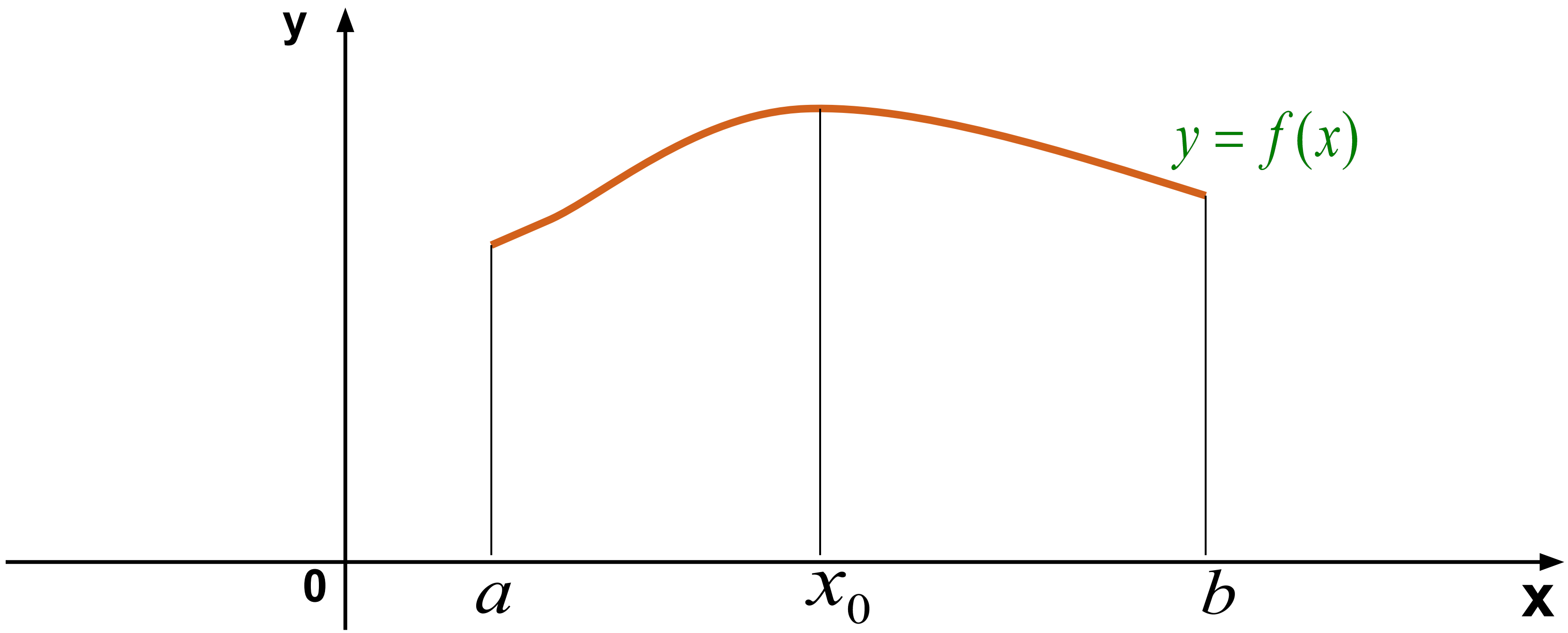
На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−11; 11). Найдите количество точек экстремума функции *f(x)* на отрезке [−10; 10].



Решение:
Точки экстремума соответствуют точкам смены знака производной — изображенным на графике нулем производной. Производная обращается в нуль в точках −6, −2, 2, 6, 9. На отрезке [−10; 10] функция имеет 5 точек экстремума.

Ответ: 5.

НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ



1. Находим критические точки
2. Вычислить значение функций во всех критических точках, f(a) и f(b)
3. Сравнивая значения f(a), f(b), f(x_0), определяем наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ

Найти производную функции

Найти критические точки функции

Если критических точек на отрезке нет, значит функция на этом отрезке монотонна, и своего наибольшего и наименьшего значения функция достигает на концах отрезка

Если критические точки на отрезке есть, значит нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, и выбрать из полученных чисел наибольшее и наименьшее

Найдите наибольшее значение функции

$y = x^3 - 3x + 4$ на отрезке $[-2;0]$

Решение.

$1) y'(x) = 3x^2 - 3$

$2) y'(x) = 0$

$3x^2 - 3 = 0$

$3(x^2 - 1) = 0$

$x = 1 \notin [-2;0]$

$x = -1$

$y(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 4 =$

$-8 + 6 + 4 = 2$

$y(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 =$

$= -1 + 3 + 4 = 6$

$y(0) = 4$

Ответ: 6

Найдите точку максимума (минимума) функции

Решение.

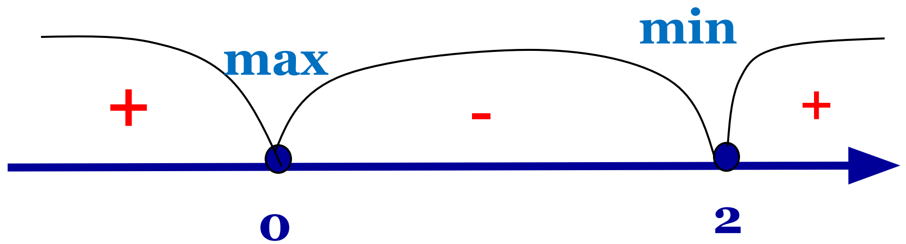
$$y = x^3 - 3x^2 + 2$$

$$1)\; y'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$2)\; 3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$



Найдите наименьшее значение функции

$y=x^3-x^2-8x+4$

на отрезке

$[1;7]$

Найдите наибольшее значение функции

$y=11\cdot\ln(x+4)-11x-5$

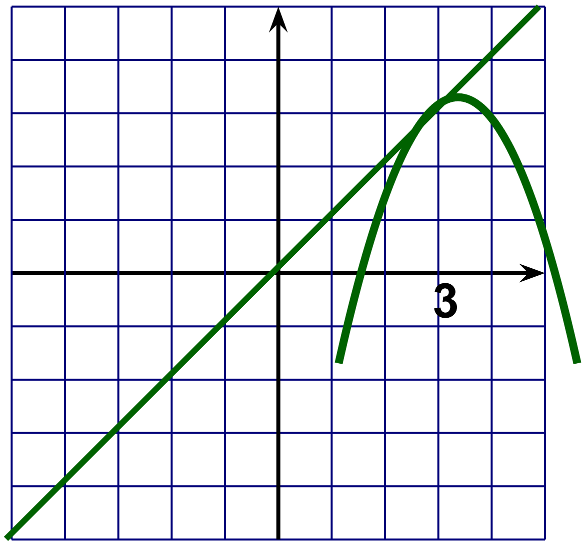
на отрезке

$[-3,5;0]$

1 вариант

Найдите

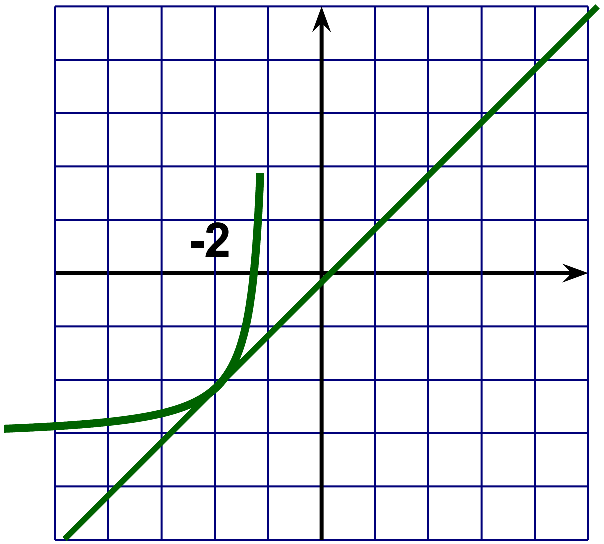
$$f'(3)$$



2 вариант

Найдите

$$f'(-2)$$



1 вариант

Найдите наименьшее значение функции на отрезке [4;11] по алгоритму

$$y = x^3 - 10x^2 + 25x + 7$$

2 вариант

Найдите наибольшее значение функции на отрезке [-1/4;1] по алгоритму

$$y = 3x - 4x^3$$