8 листопада.
Класна робота.

Системи лінійних нерівностей з однією змінною.

Приклади, що приводять до систем нерівностей

До систем лінійних нерівностей з однією змінною може привести розв'язування деяких нерівностей, які не є лінійними. До них належать, зокрема, нерівності виду: $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ $\frac{ax+b}{cx+d} < 0$

(ax + b)(cx + d) > 0, *(ax + b)(cx + d) < 0,*

Для їх розв'язання використовують твердження:

- *добуток або частка двох виразів додатні тоді і лише тоді, якщо обидва ці вирази мають однакові знаки;*
- *добуток або частка двох виразів від'ємні тоді і лише тоді, якщо ці вирази мають протилежні знаки.*

Отже, *(ax + b)(cx + d)> 0* ($\frac{ax+b}{cx+d} > 0$) , якщо $\begin{cases} ax+b>0, \\ cx+d>0; \end{cases}$ або $\begin{cases} ax+b<0, \\ cx+d<0; \end{cases}$

Розв'язавши кожну з цих систем, отримаємо розв'язки даних нерівностей.

Приклади, що приводять до систем нерівностей

Розв'язати нерівність: $\frac{3x-5}{4x+8} > 0$

Розв'язання. Ця нерівність рівносильна сукупності таких двох систем: $\begin{cases} 3x-5>0, \\ 4x+8>0; \end{cases}$ *і* $\begin{cases} 3x-5<0, \\ 4x+8<0. \end{cases}$

Розв'яжемо кожну з них: $\begin{cases} 3x>5, \\ 4x>-8; \end{cases} \begin{cases} x>\frac{5}{3}, \\ x>-2; \end{cases}$ $x>\frac{5}{3}$, тобто $x \in \left(\frac{5}{3};\ \infty\right)$.

$\begin{cases} 3x<5, \\ 4x<-8; \end{cases} \begin{cases} x<\frac{5}{3}, \\ x<-2; \end{cases}$ $x<-2$, тобто $x \in (-\infty;\ -2)$.

Розв'язком даної нерівності є числова множина, яка складається з чисел першого і другого отриманих числових проміжків. Така множина називається *об'єднанням цих проміжків і позначається за допомогою знака ∪*

Отже, $x \in (-\infty;-2) \cup \left(\frac{5}{3};\ \infty\right)$.

Числові проміжки в їх об'єднанні розташовують, як правило, в порядку зростання чисел

Розв’язати нерівність : $\frac{5x-2}{x-11} \leq 0$

$$(3x - 6)(x + 5) \geq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3x - 6 \geq 0 \\ X + 5 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x - 6 \leq 0 \\ X + 5 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3x \geq 6 \\ x \geq -5 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x \leq 6 \\ x \leq -5 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq -5 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 2 \\ x \leq -5 \end{cases} \end{array}\right.$$

$X \in [2; +\infty)$

$X \in (-\infty; -5]$

Відповідь: $x \in (-\infty : -5] \cup [2; +\infty)$

Як розв'язати подвійну нерівність

Оскільки подвійна нерівність **a<x<b** означає, що значення змінної x одночасно більші від *a і менші від b, то цю умову можна записати і у вигляді с* $\begin{cases} x > a, \\ x < b. \end{cases}$

Враховуючи це, з'ясуємо, як розв'язати подвійну нерівність.

Зробимо це на прикладі нерівності 6 *< 2x + 10 < 20.*

Запишемо дану нерівність у вигляді системи $\begin{cases} 2x + 10 > 6, \\ 2x + 10 < 20; \end{cases}$

і будемо розв язувати її, ілюструючи кожен крок відповідною подвійною нерівністю.

Маємо: $\begin{cases} 2x + 10 > 6, \\ 2x + 10 < 20; \end{cases}$ $\quad 6 < 2x + 10 < 20;$

$\begin{cases} 2x > 6 - 10, \\ 2x < 20 - 10; \end{cases}$ $\quad 6 - 10 < 2x < 20 - 10;$

$\begin{cases} 2x > 6 - 10, \\ 2x < 20 - 10; \end{cases}$ $\quad 6 - 10 < 2x < 20 - 10;$

$\begin{cases} x > -2, \\ x < 5; \end{cases}$ $\quad -2 < x < 5.$

Відповідь. -2 < x < 5 або x є (-2; 5).

Як розв'язати подвійну нерівність

$$6 < 2x + 10 < 20;$$

1). До усіх частин нерівності додаємо число -10:

$$6 - 10 < 2x + 10 - 10 < 20 - 10;$$

2). Виконуємо обчислення : $-4 < 2x < 10;$

3). Усі частини нерівності множимо на число : $\frac{1}{2}$

$$-4 \cdot \frac{1}{2} < 2x \cdot \frac{1}{2} < 10 \cdot \frac{1}{2};$$

$$-2 < x < 5.$$

Відповідь. -2 < x < 5   або   x є (-2; 5).

Як розв'язати подвійну нерівність

Розв'яжемо нерівність: $5 \le 4 - x \le 8$.

Маємо:

$$5 - 4 \le 4 - x - 4 \le 8 - 4$$

$$1 \le -x \le 4$$

$$1 \cdot (-1) \ge -x \cdot (-1) \ge 4 \cdot (-1)$$

$$-1 \ge x \ge -4$$

$$-4 \le x \le -1$$

Відповідь. $-4 \le x \le -1$ *або x є (-4;-1).*

Домашнє завдання:

Повторити §7

1) розв'язати нерівності:

а) $(x-6)(x-12) < 0$; б) $\frac{9x+6}{x-14} \le 0$.

2) розв'язати подвійну нерівність:

а) $-1 < x-3 < 7$; б) $-2{,}4 \le 4x + 0{,}8 \le 4$;

в) $0{,}2 \le 7 - 4x \le 1{,}4$.