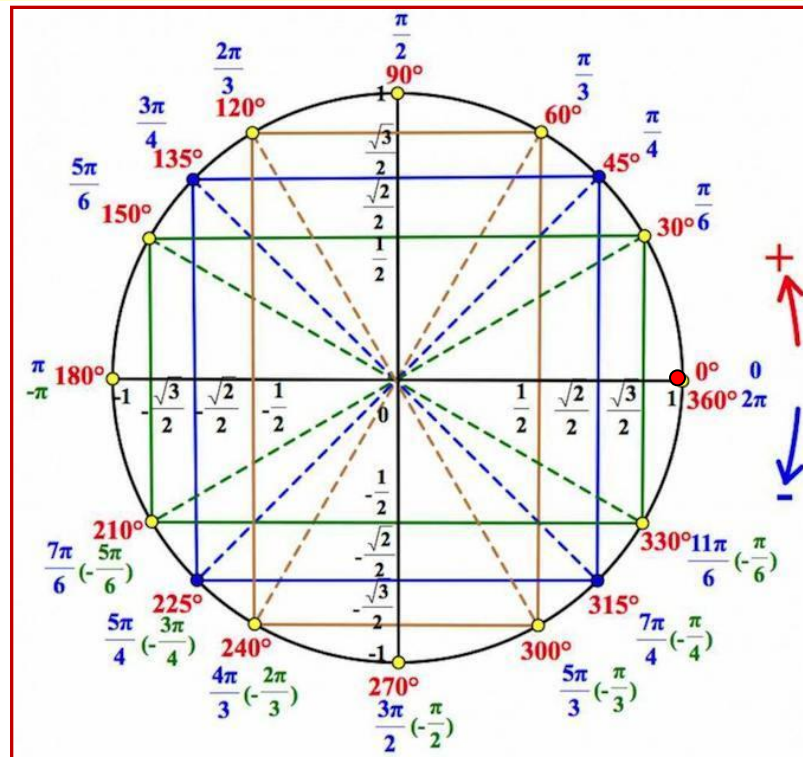


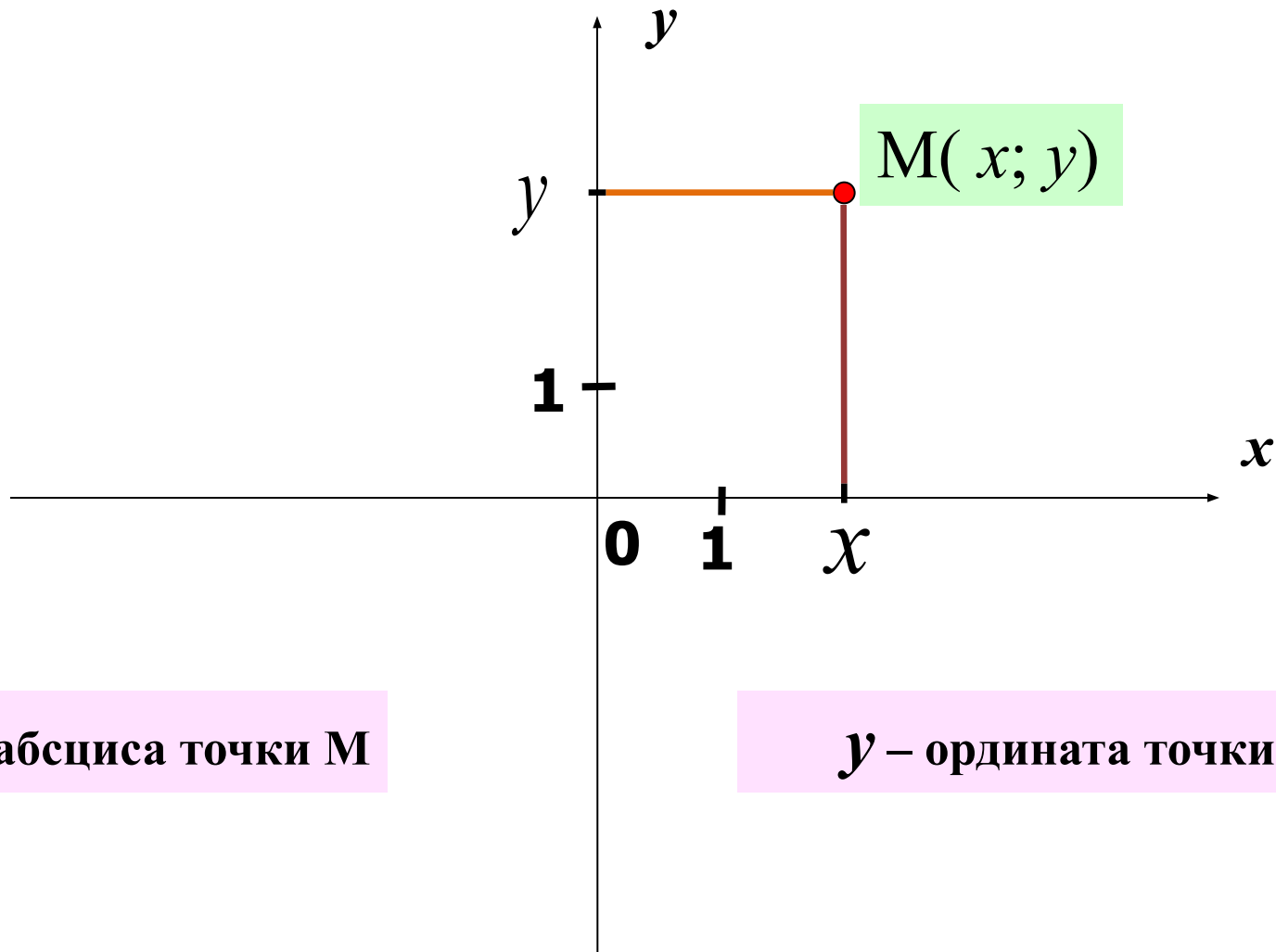
Алгебра і початки аналізу, 10 клас



Урок 1-2

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.

Пригадаємо, що будь-яка точка координатної площини має дві координати – абсцису і ординату:

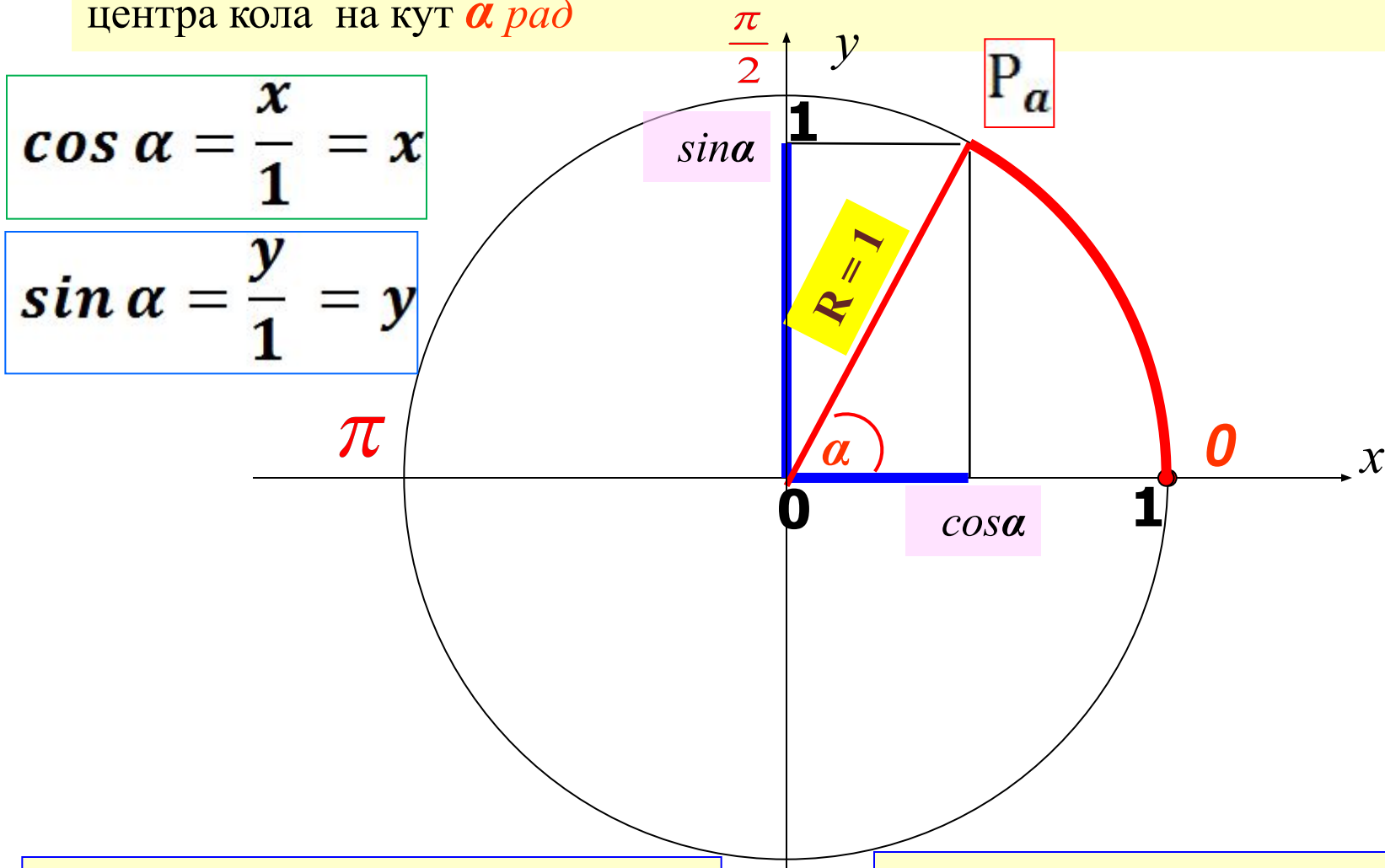


x – абсциса точки М

y – ордината точки М

$(x ; y)$ – координати точки М

Розглянемо одиничне тригонометричне коло і довільний гострий кут повороту α , який ми отримуємо в результаті повороту точки $P_0(1;0)$ навколо центра кола на кут α рад



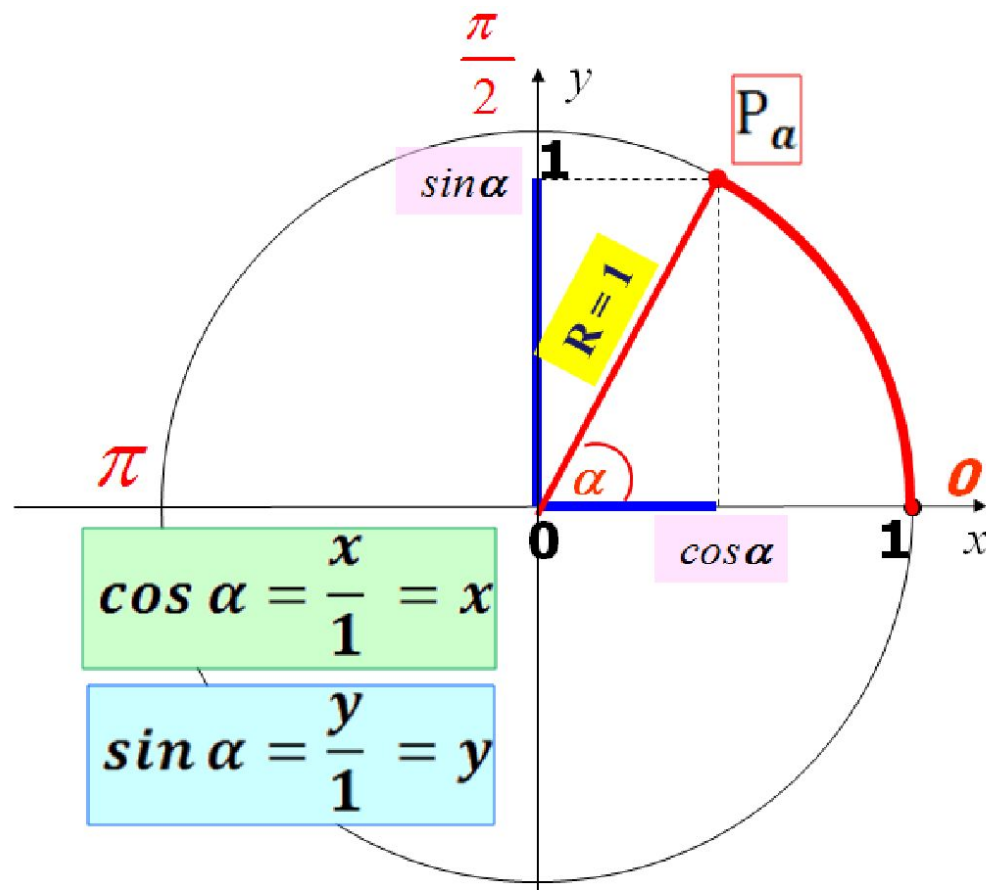
$$\cos \alpha = \frac{x}{1} = x$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{1} = y$$

$\cos \alpha$ – абсциса точки повороту

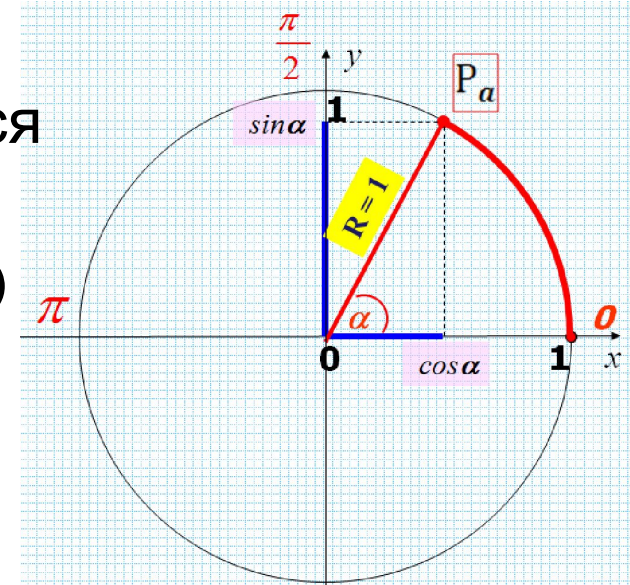
$\sin \alpha$ – ордината точки повороту

Отже, маємо залежність між дійсним числом α і абсцисою та ординатою відповідної точки одиничного кола, на яку відображується початкова точка $P_0(1;0)$ під час повороту навколо центра кола на кут α рад



Ці залежності дістали назву
тригонометричних функцій числа, або
тригонометричних функцій числового аргументу.

Синусом числа α називається ордината точки **одичного кс** P_α , в яку переходить початкова точка $(1;0)$ під час повороту на P_0 коло центра кола на кут α рад, і позначається **$\sin \alpha$** .



Косинусом числа α називається абсциса точки P_α одичного кола, в яку переходить початкова точка $P_0(1;0)$ під час повороту навколо центра кола на кут α рад, і позначається **$\cos \alpha$** .

Тангенсом числа α називається відношення $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ а **котангенсом числа α** відношення $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$, і позначаються вони відповідно **$\tan \alpha$** і **$\cot \alpha$** .

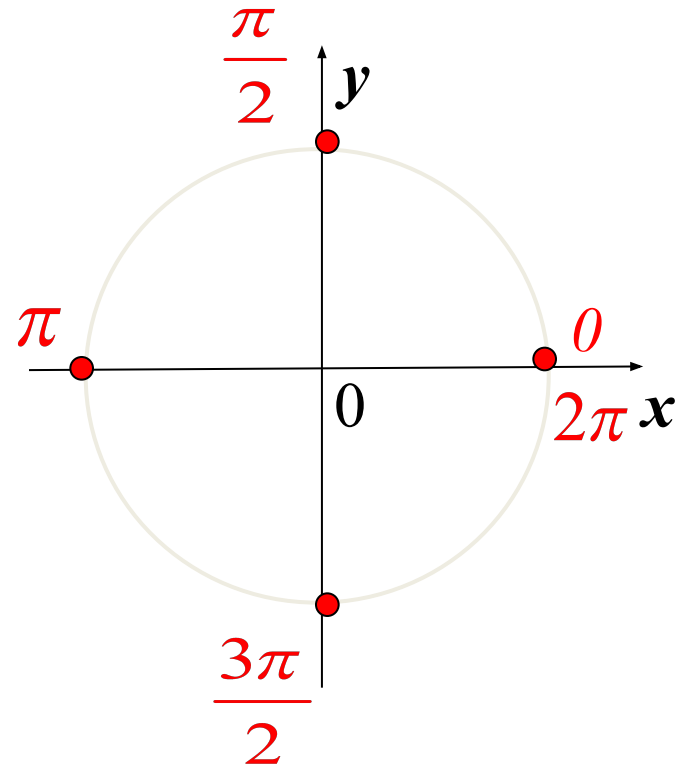
Отже, за означенням

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

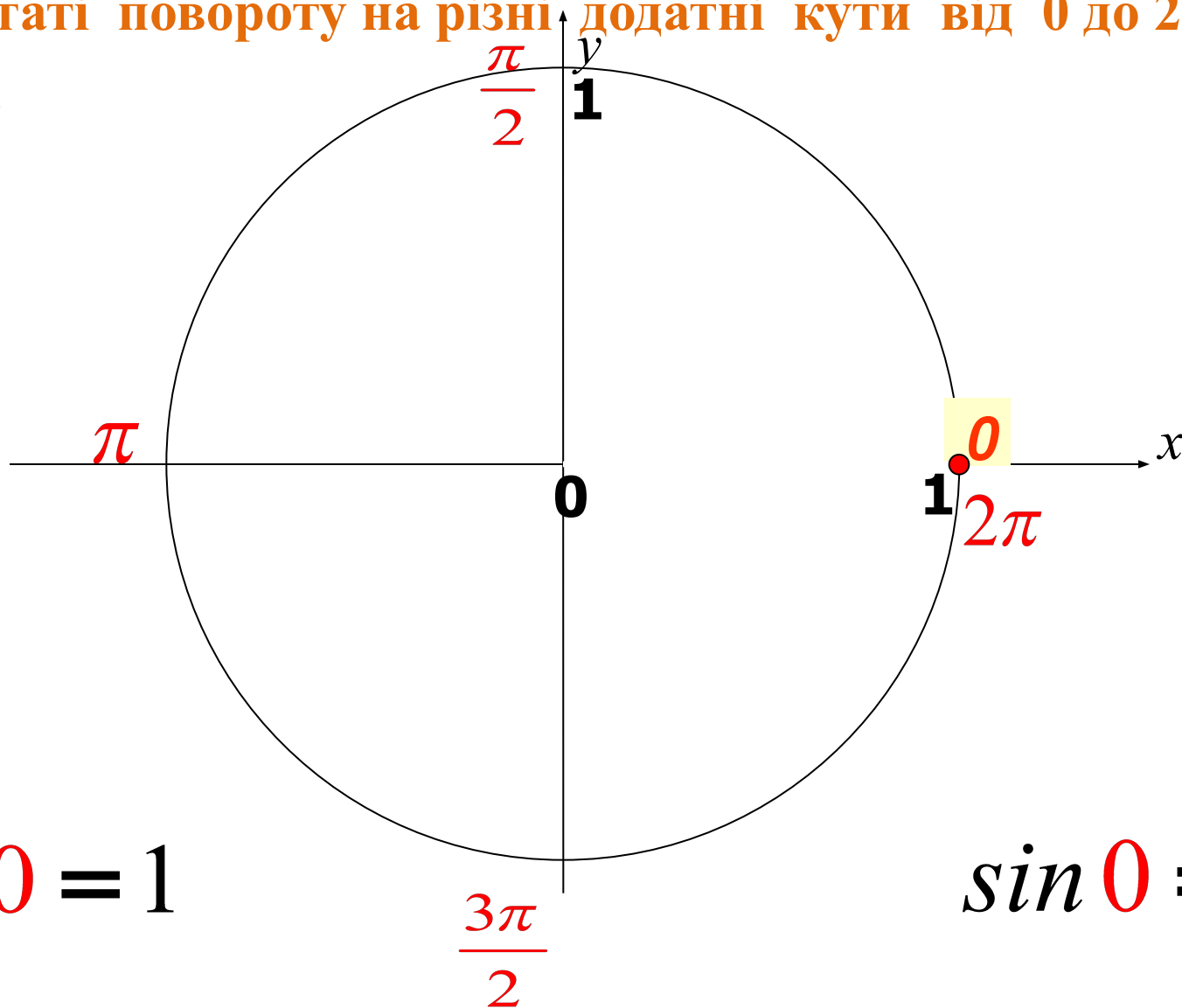
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :

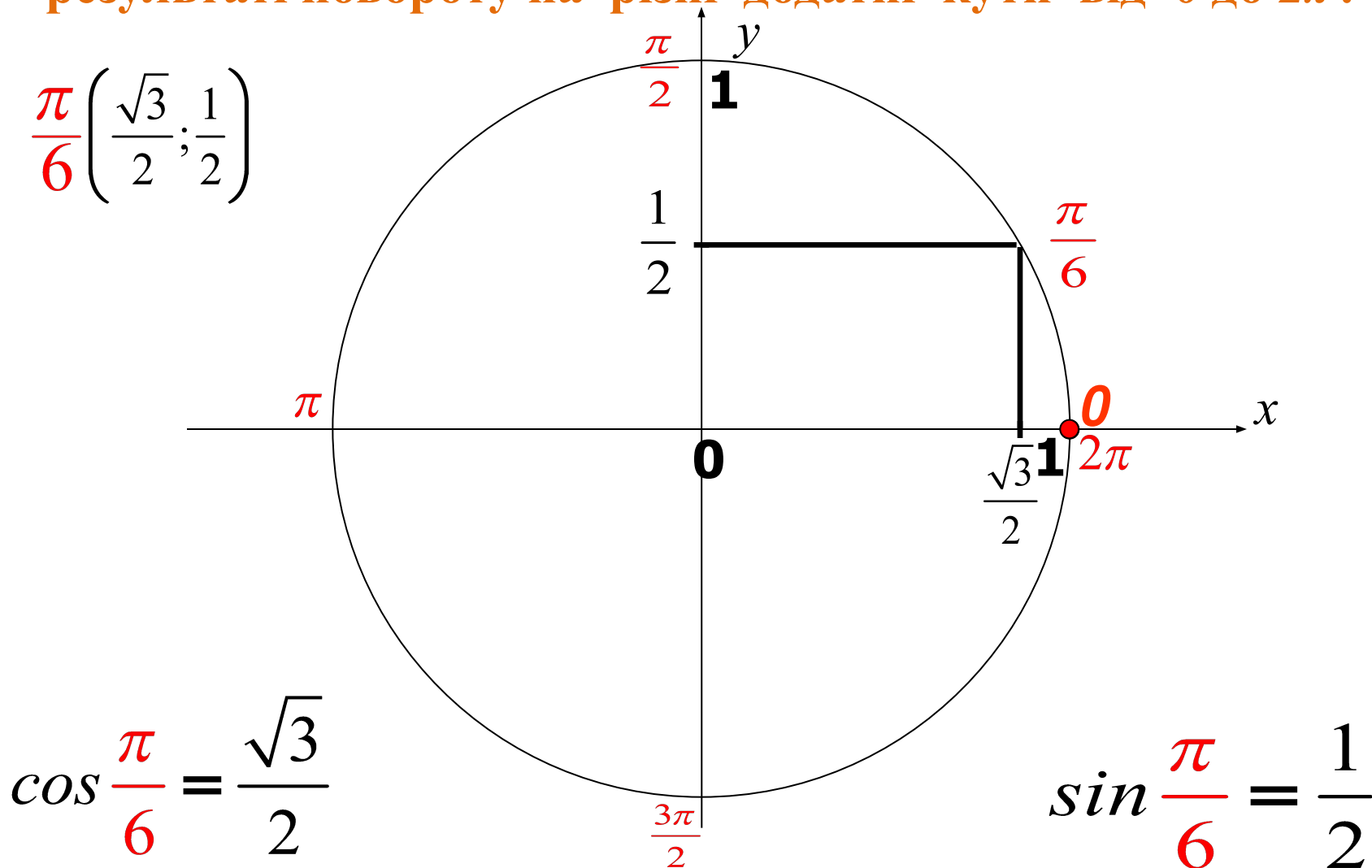
$$0(1; 0)$$



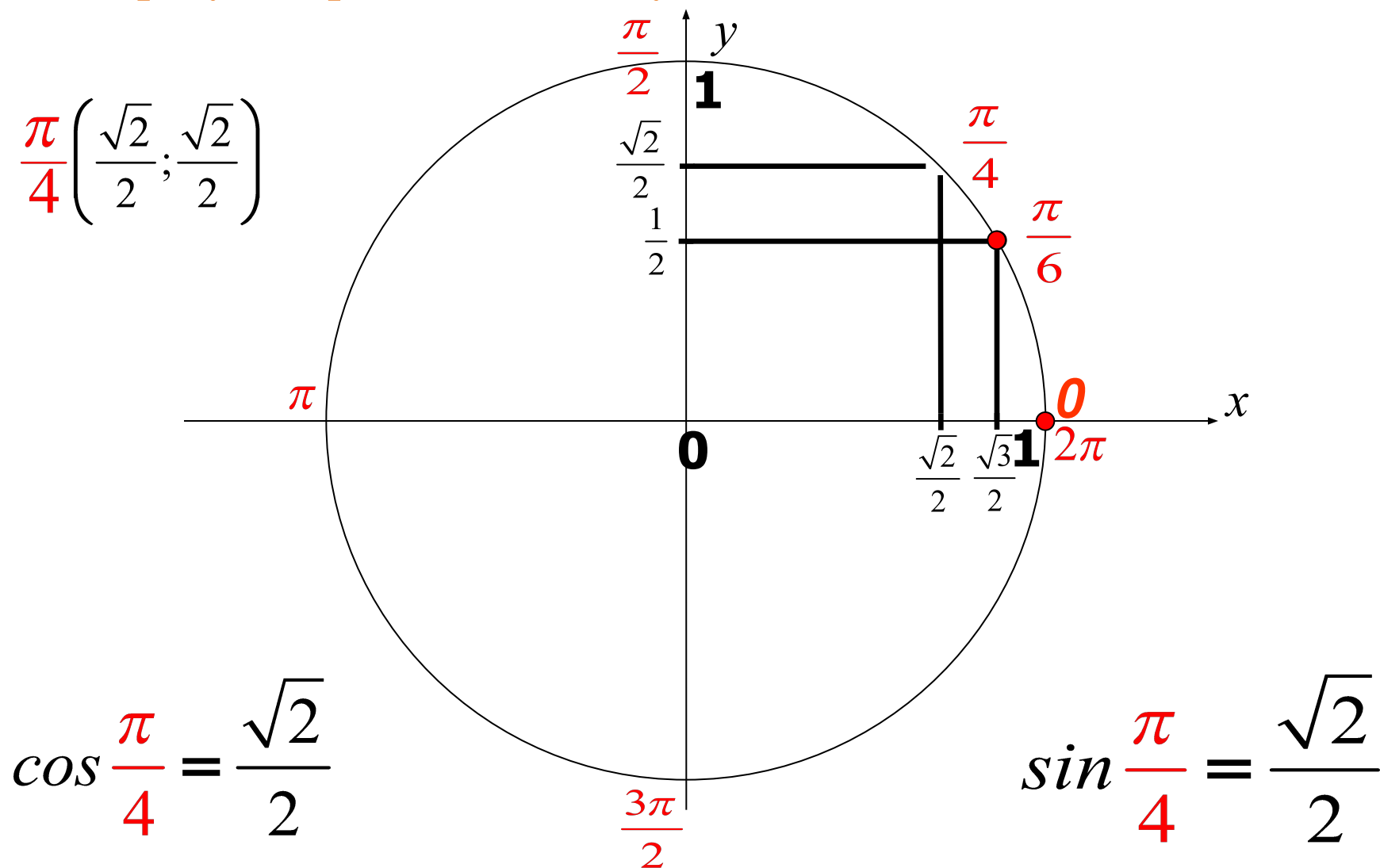
$$\cos 0 = 1$$

$$\sin 0 = 0$$

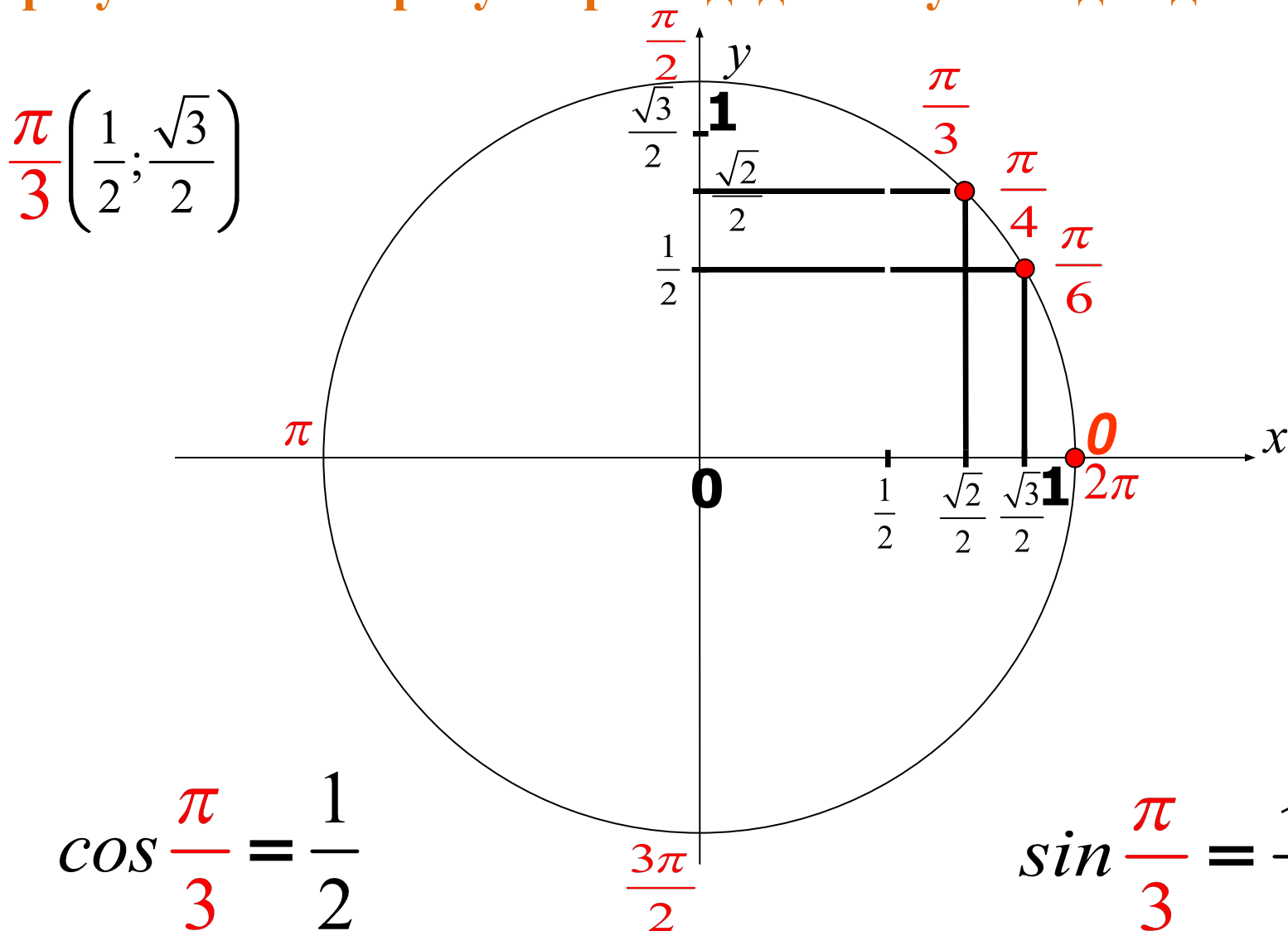
Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :



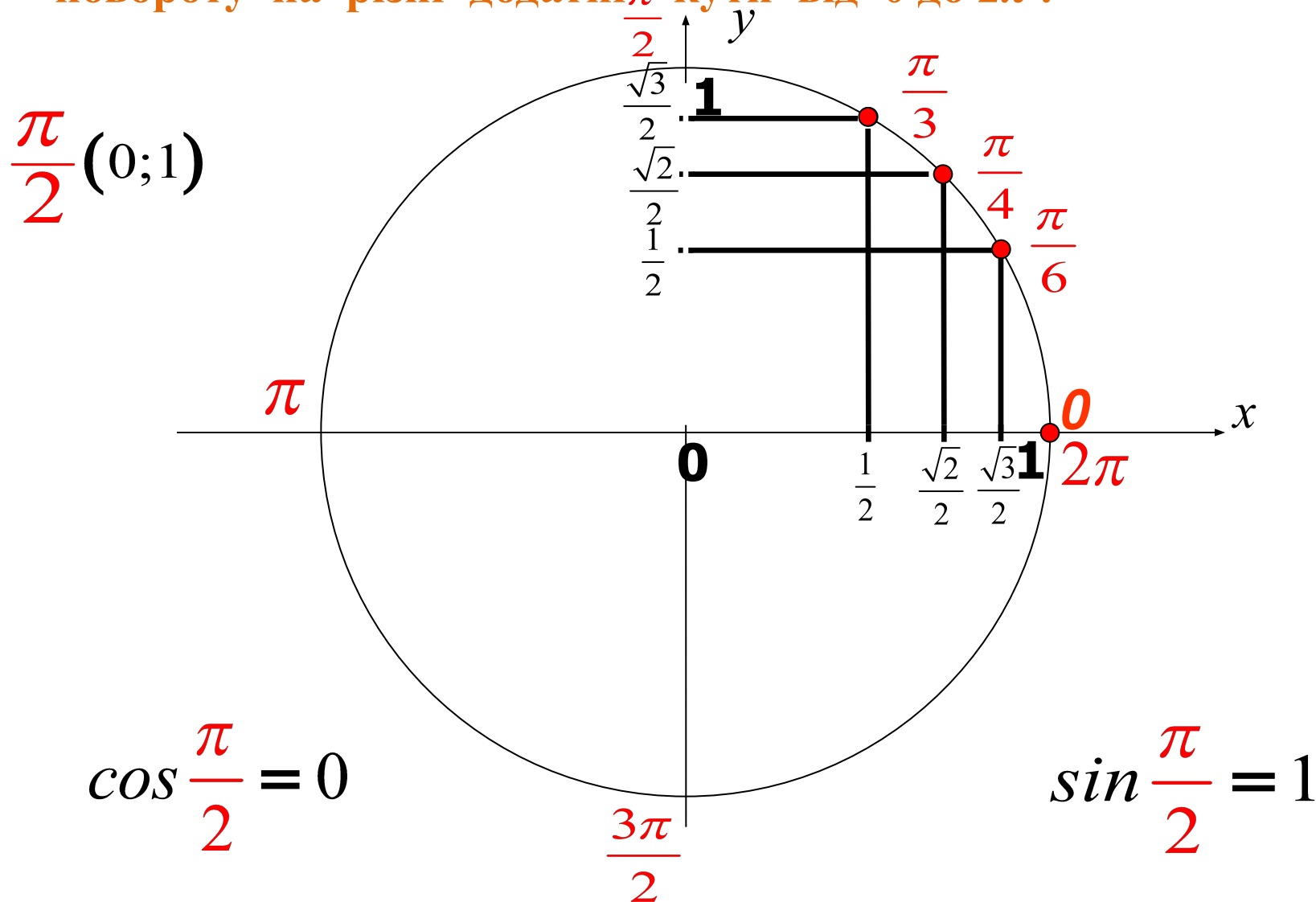
Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :



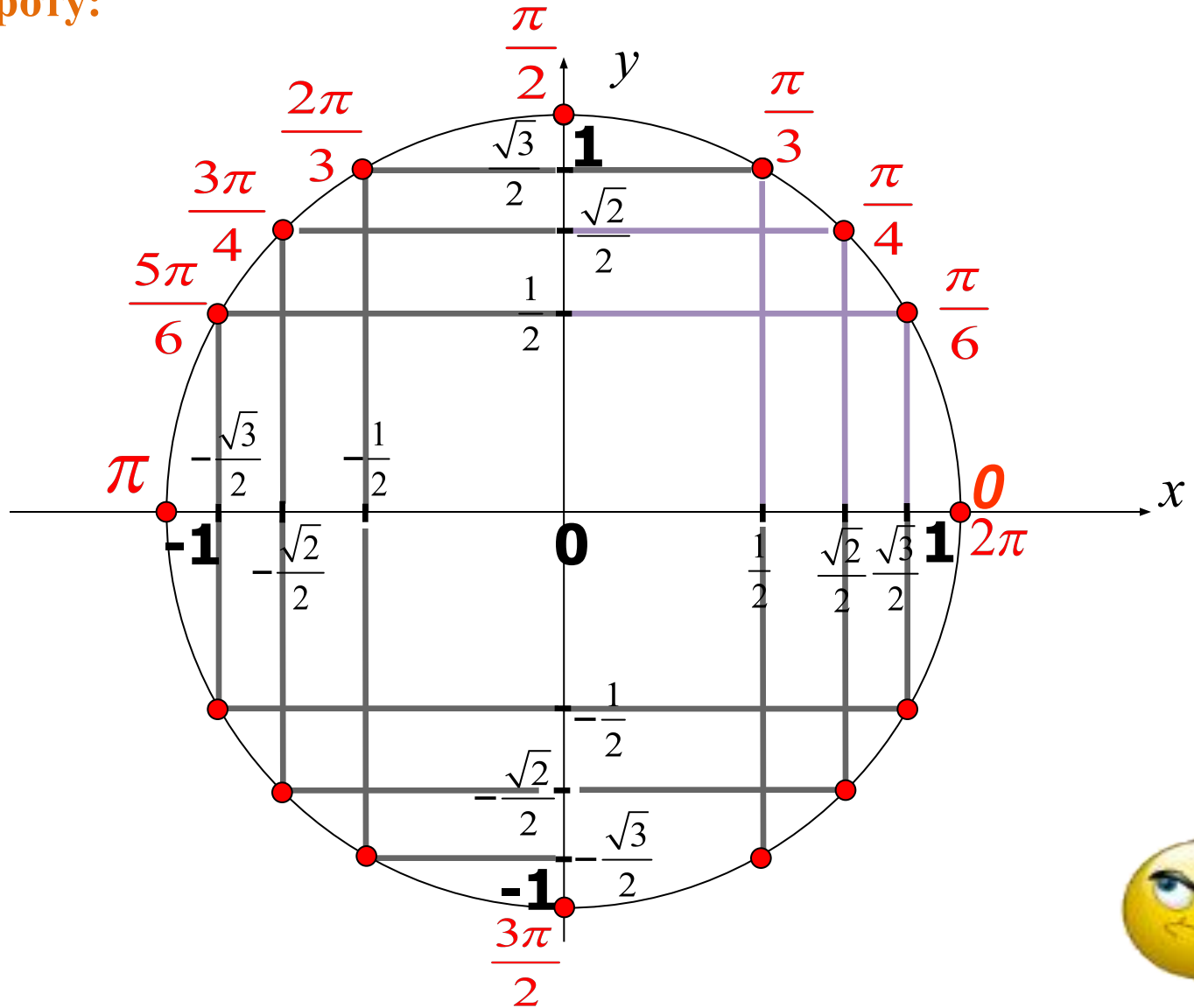
Дослідкуємо за координатами точки одиницьного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :



Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні π кути від 0 до 2π :



Самостійно запишіть значення синуса та косинуса інших кутів повороту:



Визначте точки повороту для III та IV координатних чвертей.

Перевірте:

$$0(1;0)$$

$$\frac{\pi}{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{2}(0;1)$$

$$\frac{2\pi}{3}\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\frac{3\pi}{4}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\frac{5\pi}{6}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$$

$$\pi(-1;0)$$

$$\frac{7\pi}{6}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{5\pi}{4}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

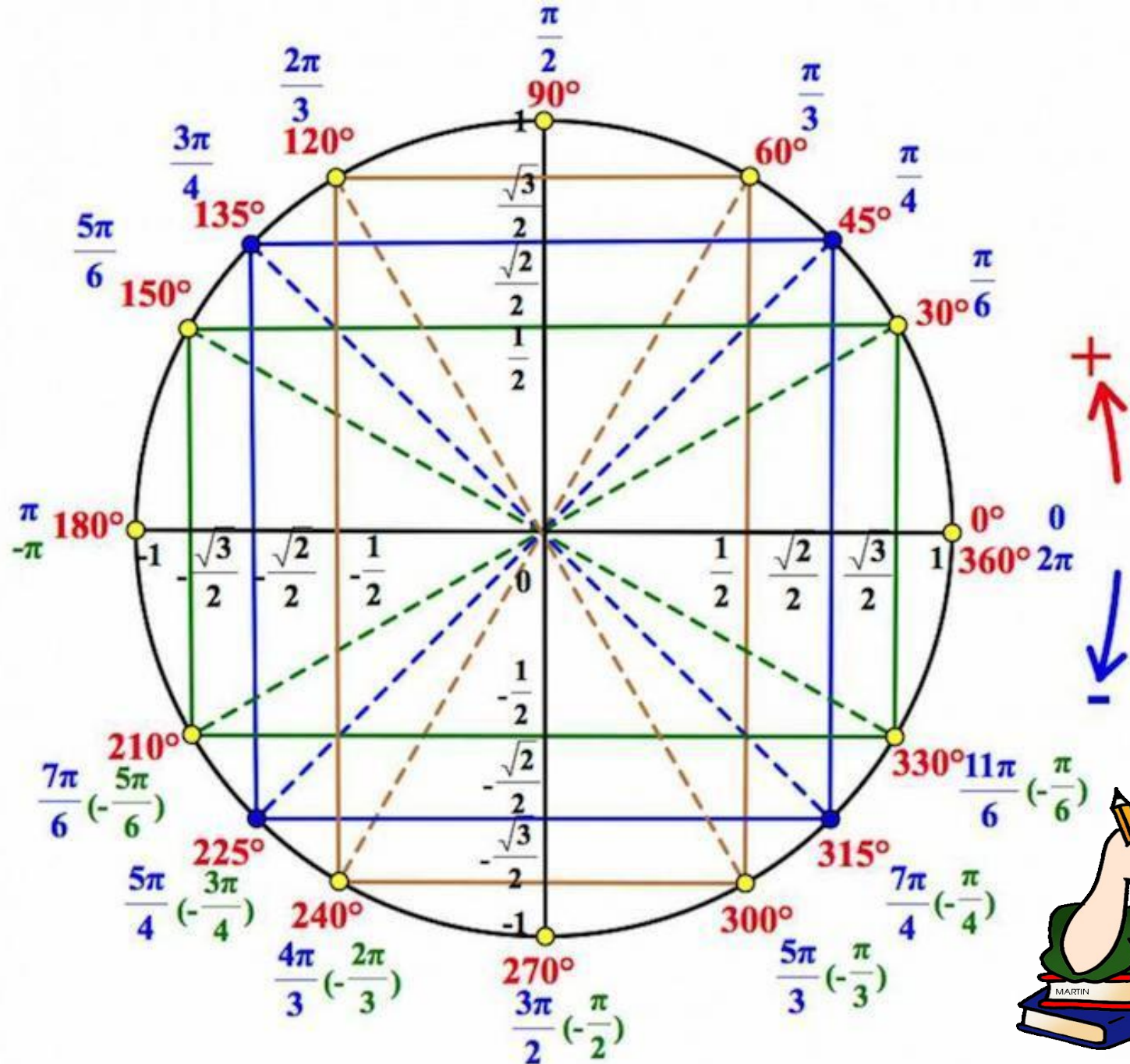
$$\frac{4\pi}{3}\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\frac{3\pi}{2}(0;-1)$$

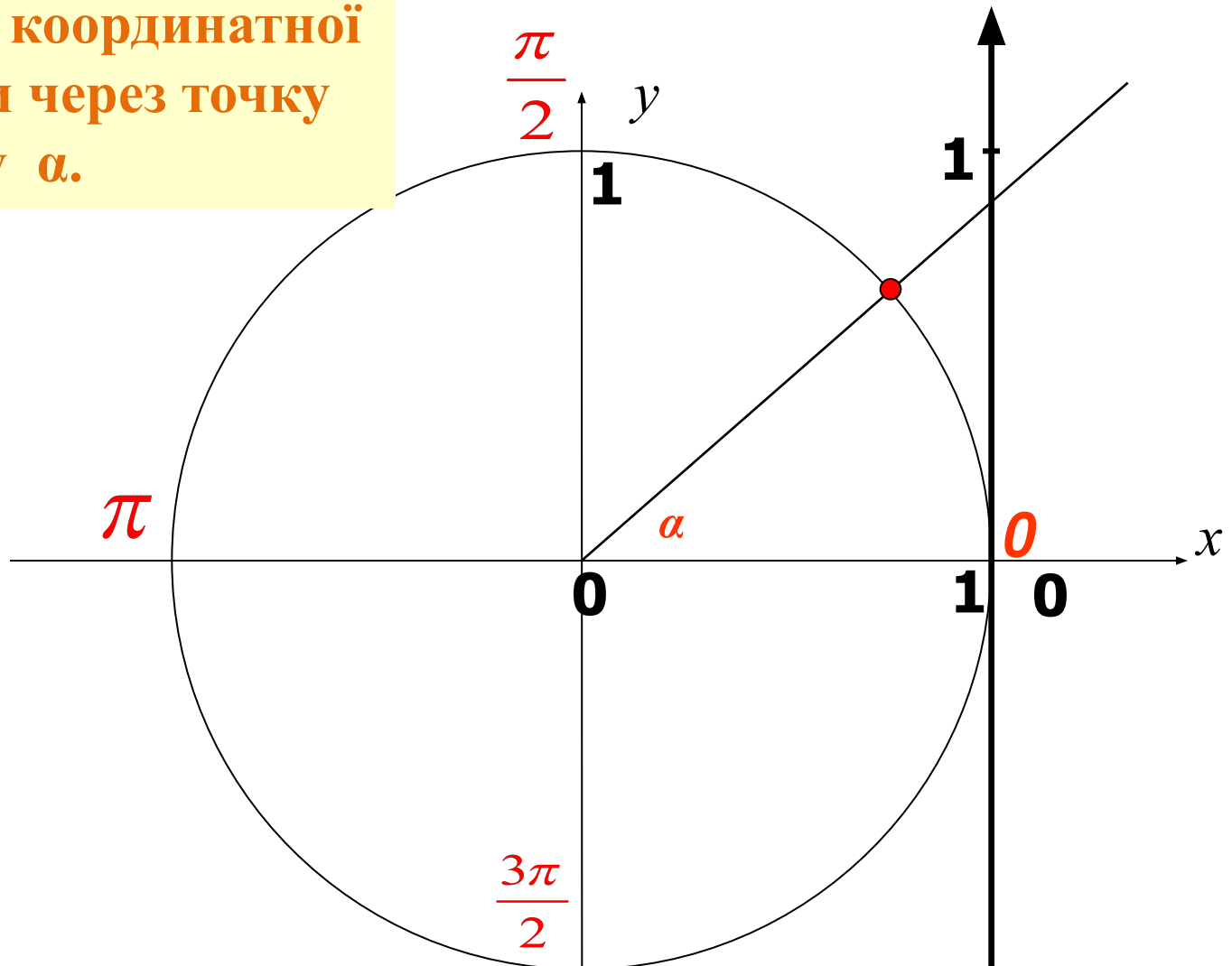
$$\frac{5\pi}{3}\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\frac{7\pi}{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\frac{11\pi}{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$$

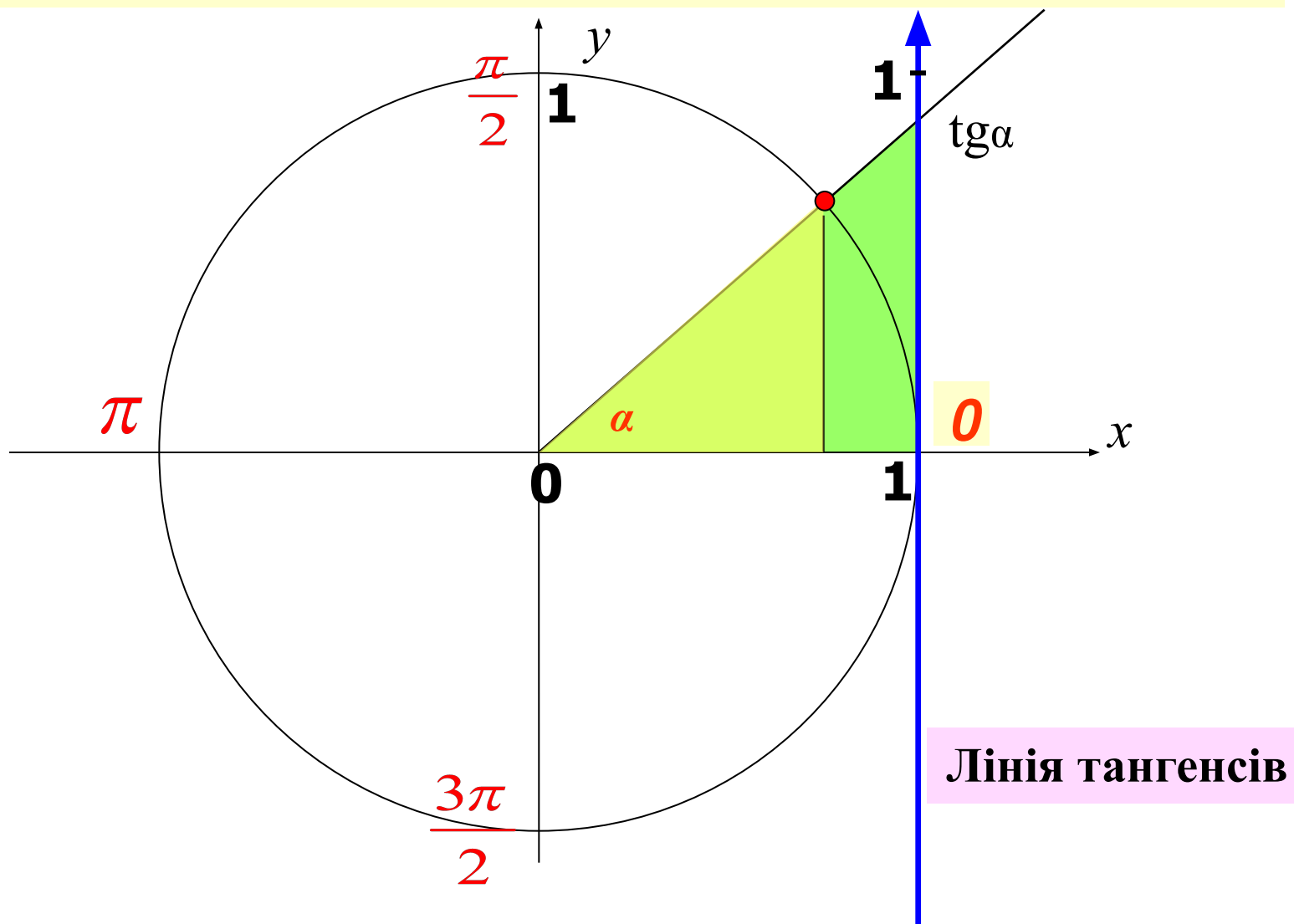


Проведемо промінь з початку координатної площини через точку повороту α .



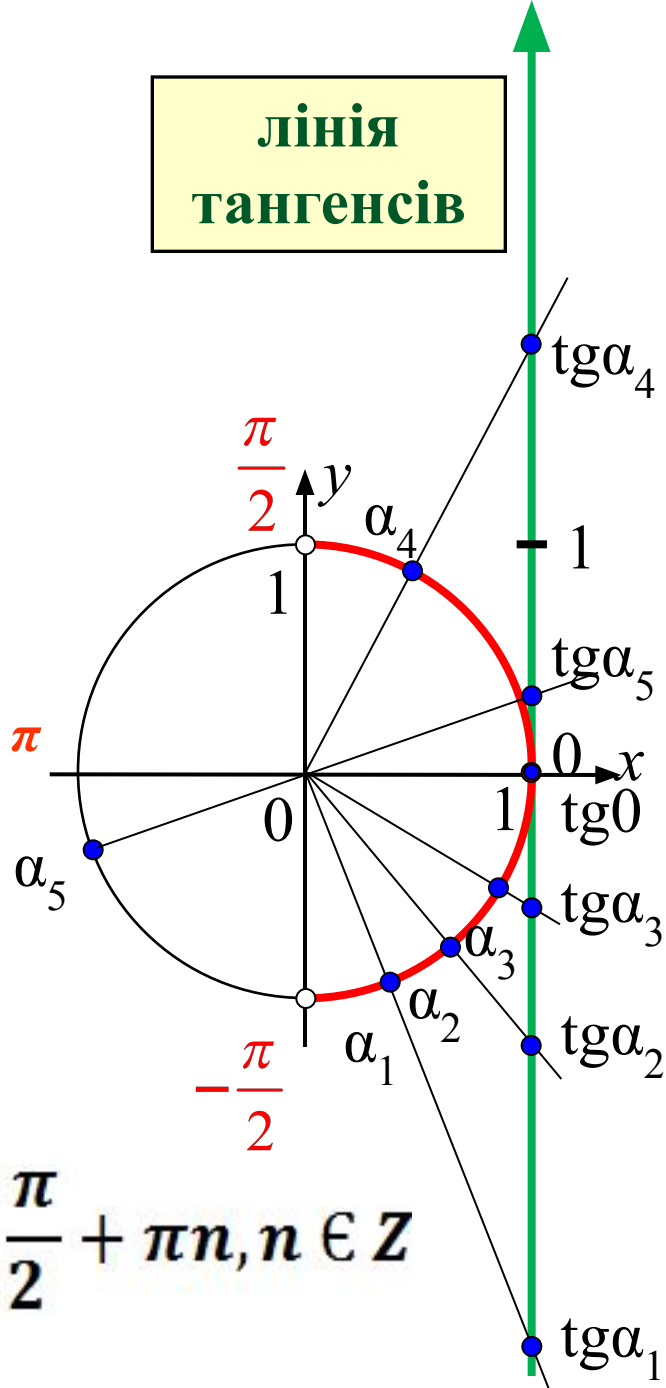
Тепер проведемо числову пряму, яка є дотичною до одиничного кола в точці 0 , з тим же початком відліку і таким же одиничним відрізком як на осі Oy .

Ця координатна пряма називається **лінією тангенсів**, бо в точці перетину променя, проведеного з центра кола через точку повороту α знаходяться значення $\operatorname{tg}\alpha$.



лінія
тангенсів

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

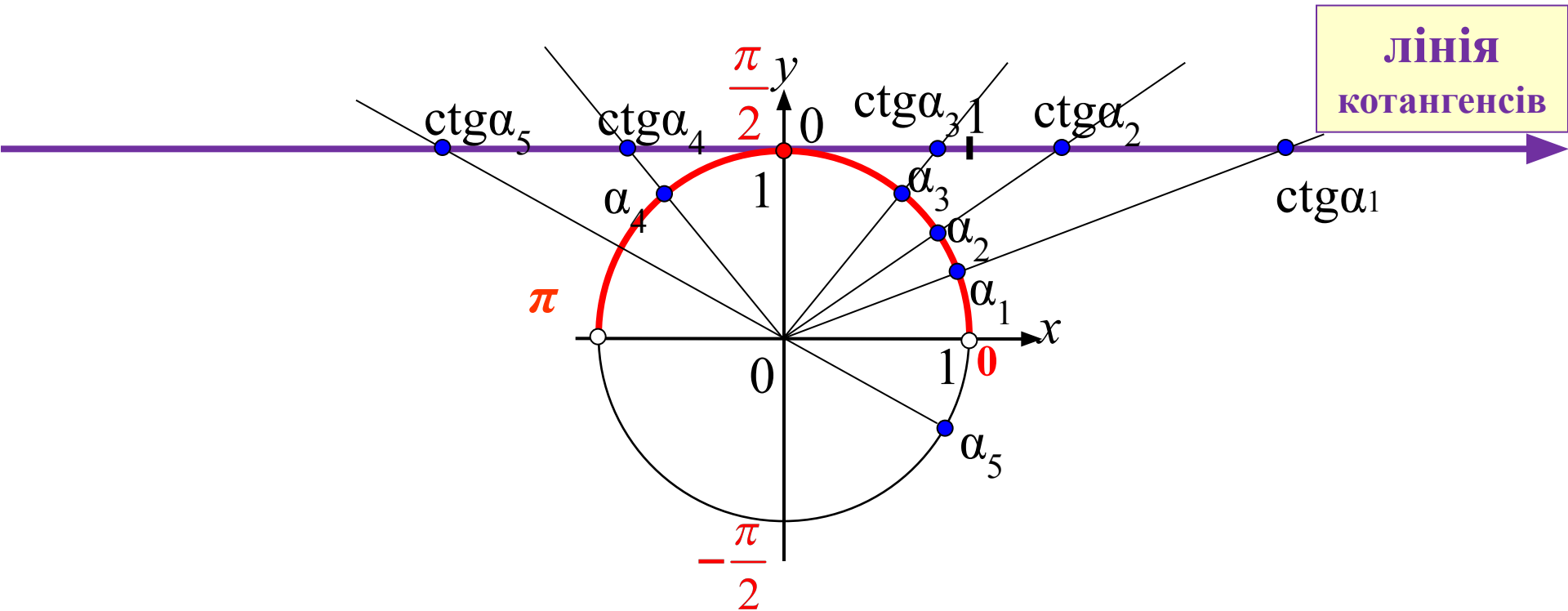


$$\cos \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Аналогічно побудуємо **лінію котангенсів**

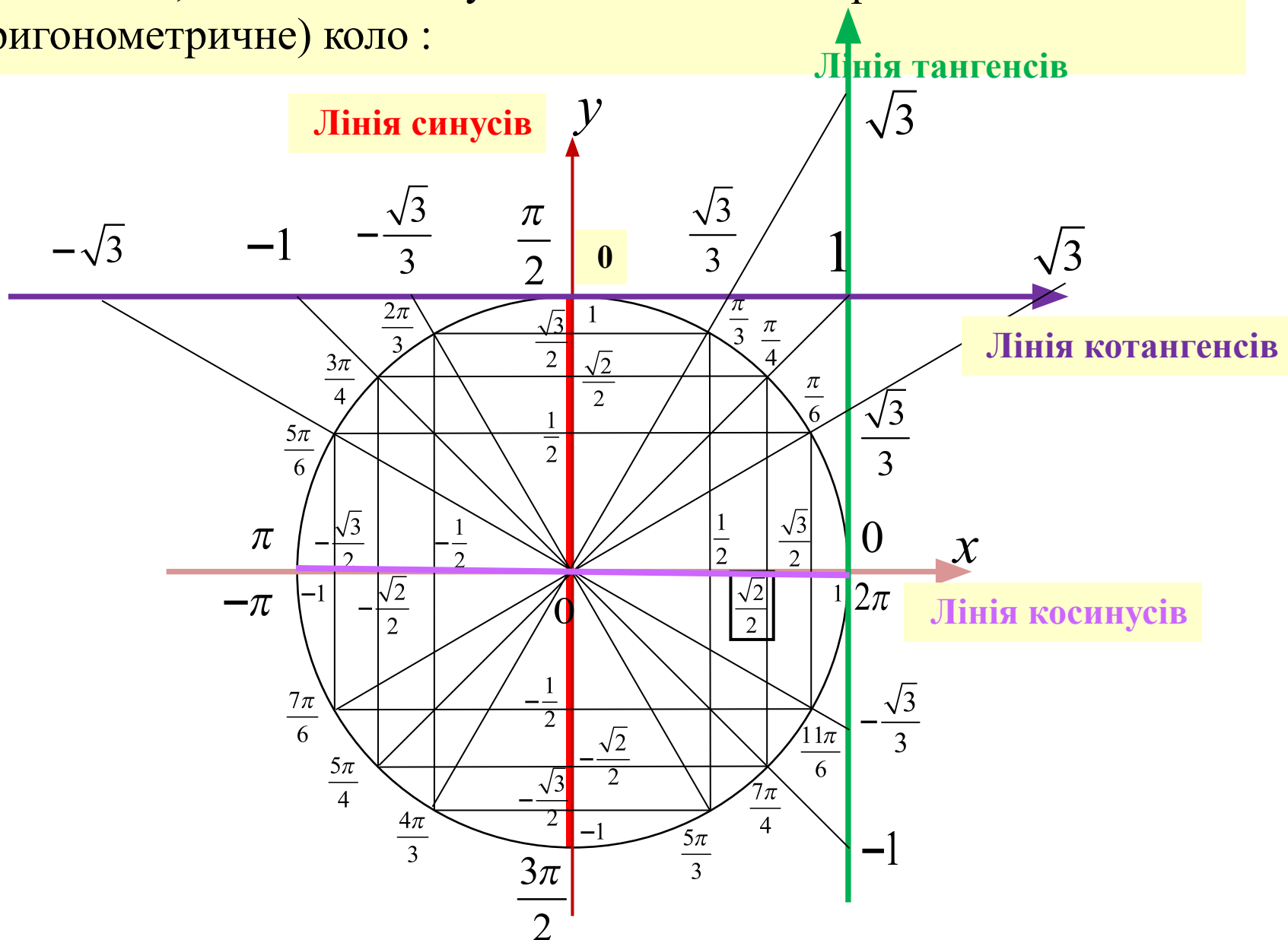
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



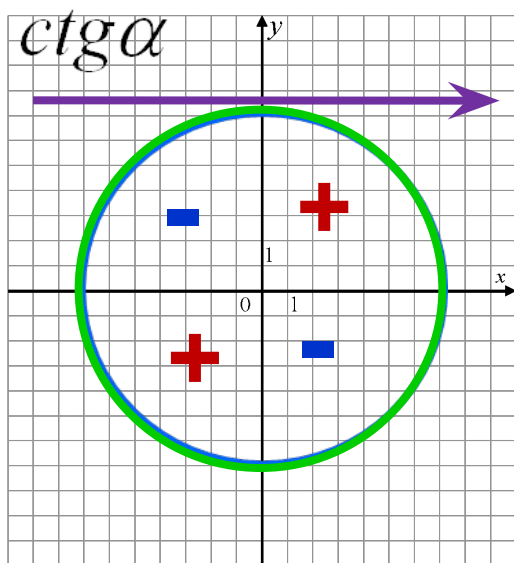
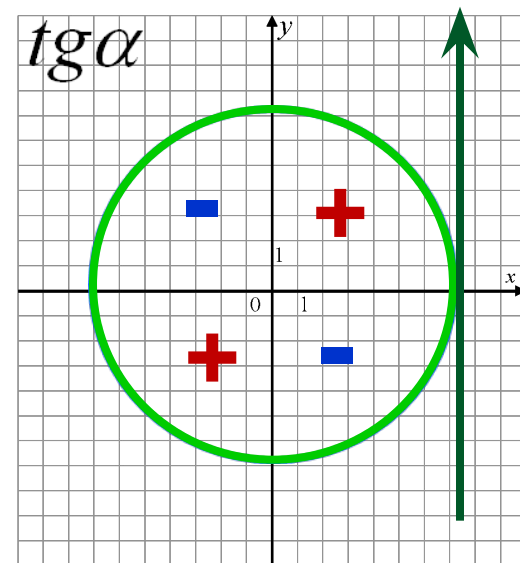
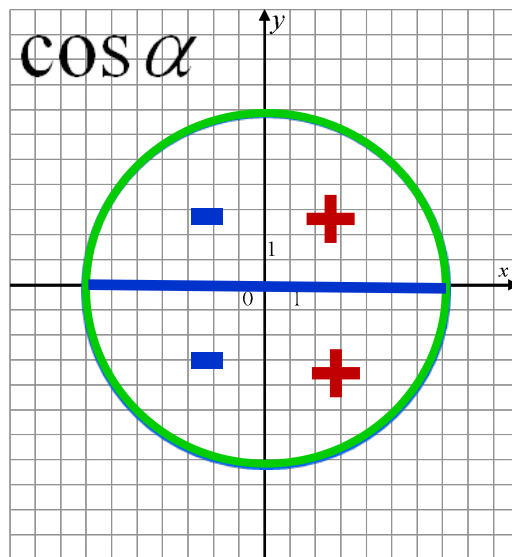
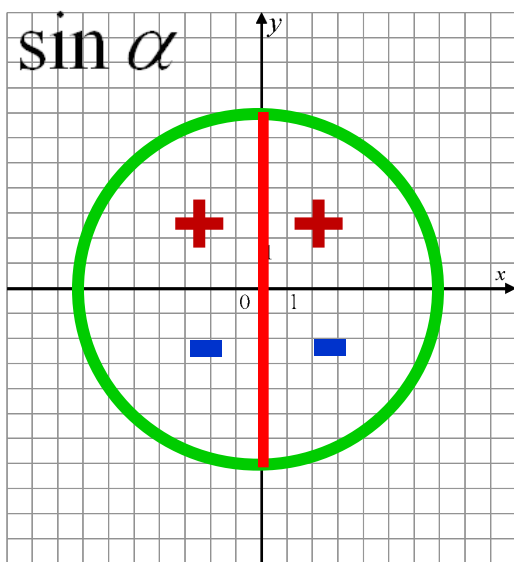
Проведемо числову пряму, яка дотичною до одиничного кола в точці $\frac{\pi}{2}$, з тим же початком відліку і таким же одиничним відрізком як на осі Ox .

Отже, кожен з Вас у зошиті повинен отримати одиничне (тригонометричне) коло :



Перевірте його правильність

Поясніть знаки тригонометричних функцій у кожній з чотирьох координатних чвертей



$$\sin 68^\circ > 0$$

$$\sin 153^\circ > 0$$

$$\sin 249^\circ < 0$$

$$\sin 315^\circ < 0$$

$$\cos 76^\circ > 0$$

$$\cos 236^\circ < 0$$

$$\operatorname{tg} 127^\circ < 0$$

$$\operatorname{ctg} 195^\circ > 0$$

Який знак має вираз :

III чверть

-

$$\sin 200^\circ < 0$$

IV чверть

+

$$\cos 310^\circ > 0$$

II чверть

+

$$\sin 97^\circ > 0$$

III чверть

+

$$\operatorname{tg} 190^\circ > 0$$

II чверть

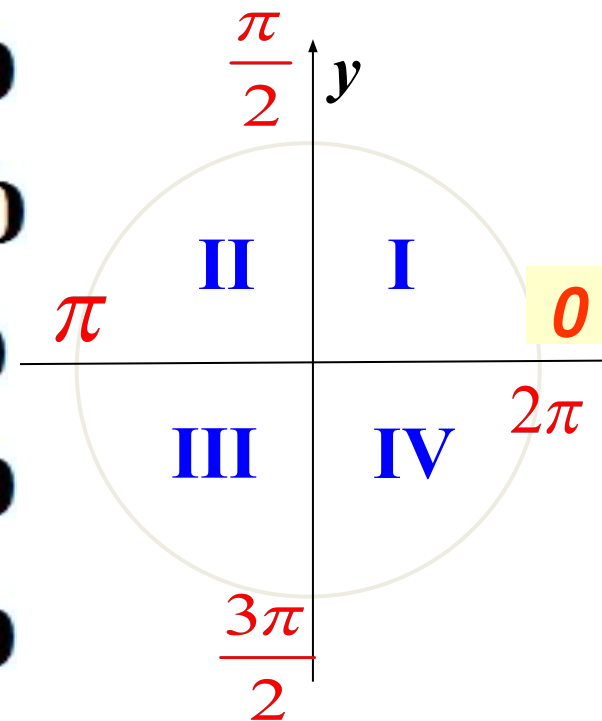
-

$$\cos 110^\circ < 0$$

I чверть

+

$$\operatorname{ctg} 80^\circ > 0$$



Запишіть у градусній мірі кут:

$$a = \frac{a^{\circ} \cdot \pi}{180^{\circ}}$$

1) $\frac{7\pi}{5} \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} = 252^{\circ}$

$$a^{\circ} = \frac{a \cdot 180^{\circ}}{\pi}$$

Запишіть у радіанній мірі кут:

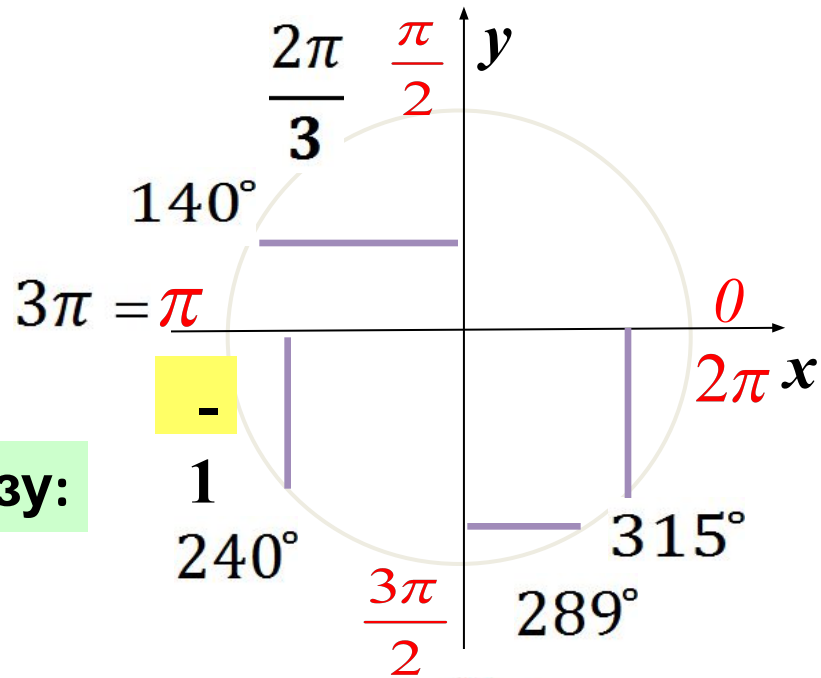
2) $300^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{3}$

Який знак має вираз :

4) $\cos 240^\circ \sin 140^\circ \sin 289^\circ \cos 315^\circ > 0$

$$\cos 240^\circ < 0 \quad \sin 140^\circ > 0$$

$$\sin 289^\circ < 0 \quad \cos 315^\circ > 0$$



5) Знайдіть значення виразу:

$$\cos 2\pi + \sin \frac{3\pi}{2} + \cos(-3\pi) - \cos \frac{2\pi}{3} =$$

$$= 1 + (-1) + \cos 3\pi - \left(-\frac{1}{2}\right) = (-1) + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

6)

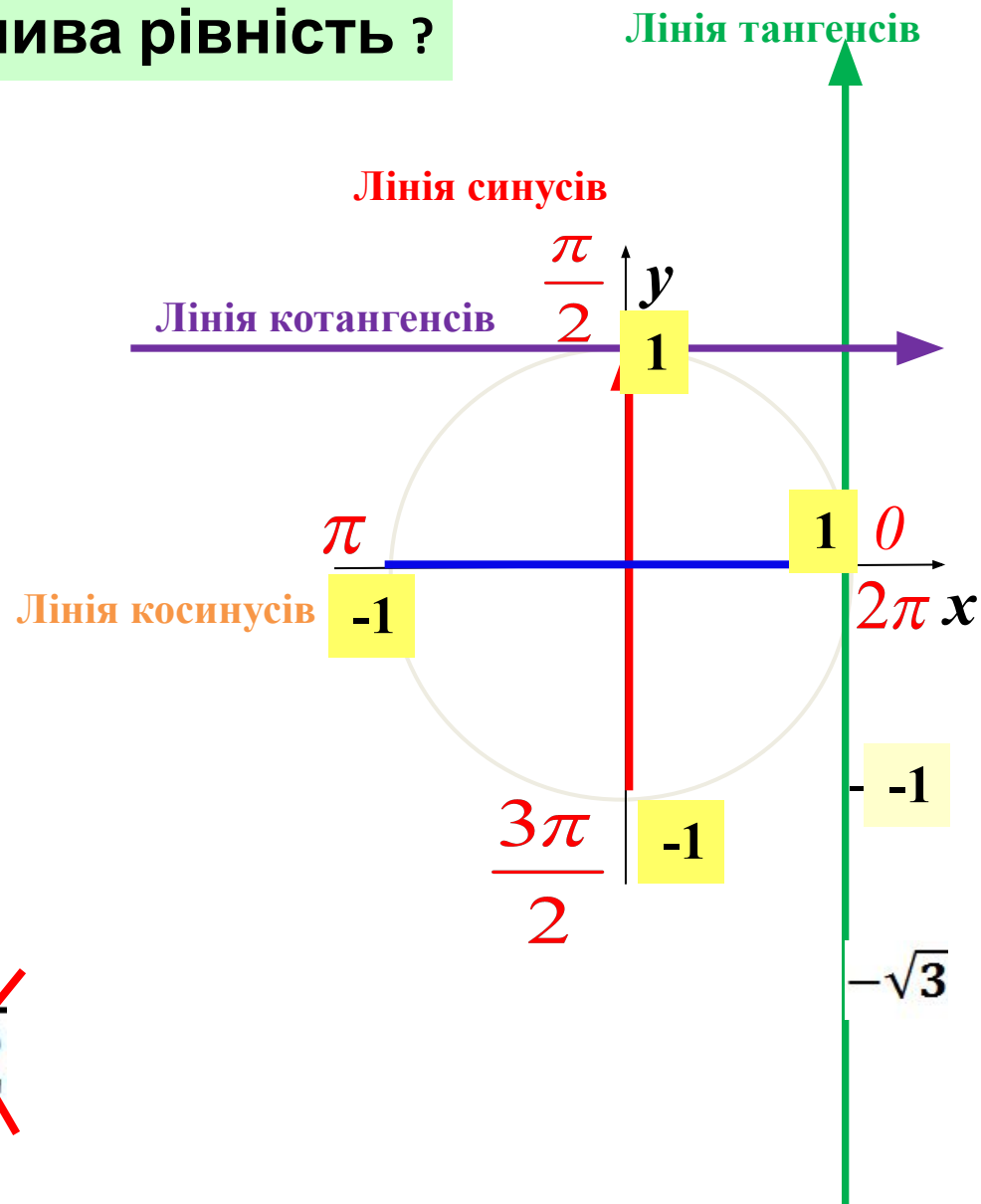
Чи можлива рівність ?

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{2}$$



Домашнє завдання

Підручник Математика 10 клас Г.П. Бевз, В.Г. Бевз (2018р)

Сторінка 57 № 227, № 231(б,г)

