

Изучение объёмных фигур

Нахождение объёмов фигур

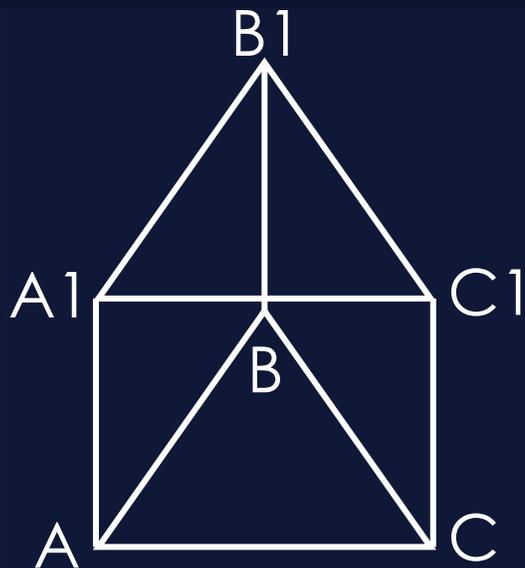
Ситников Илья



ГБПОУ «ЖНТ»

Рокотянская Надежда Владимировна





Призма

Призма — призмой называется многогранник из двух равных плоских многоугольников лежащих в параллельных плоскостях и из отрезков соединяющих соответствующие точки этих многоугольников.

Свойства

Нахождение $S_{осн}$
 $S_{осн} = AD \times AB.$

составляющие призмы

Основы призмы - две грани, которые являются равными параллельными плоскими многоугольниками ABC $A_1B_1C_1$.

Боковые грани призмы - все остальные грани за исключением основ

Поверхность призмы - это совокупность поверхностей двух оснований и боковой поверхности.

Боковое ребро призмы - общая сторона двух боковых граней.

Высота - это перпендикуляр, который соединяет две основы призмы под прямым углом.

Виды призм

Нахождение боковой поверхности :
 $S_{бок.п} = P_{осн} \times H.$

Нахождение полной поверхности :

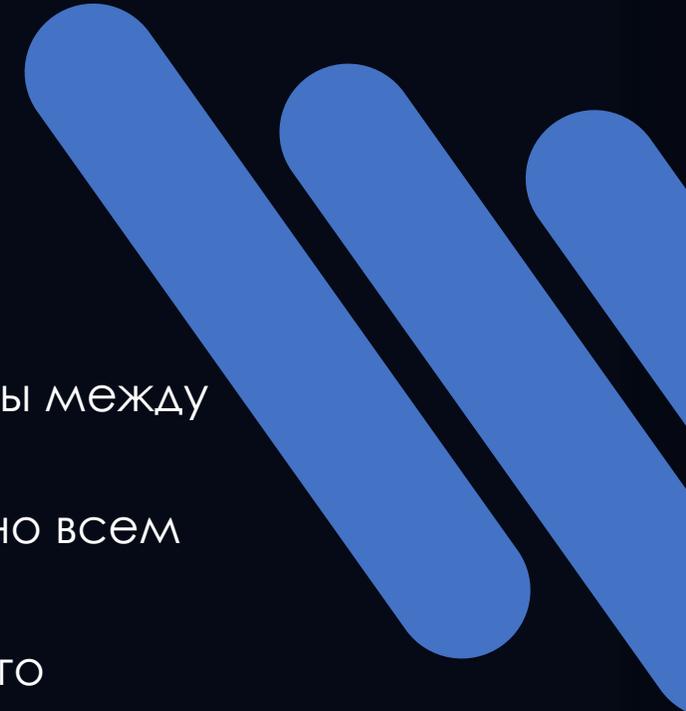
$$S_{полн.п} = S_{бок.п} + 2S_{осн}.$$

Найти объём можно по формуле: $V = S_{осн} \times h.$

СВОЙСТВА

СВОЙСТВА

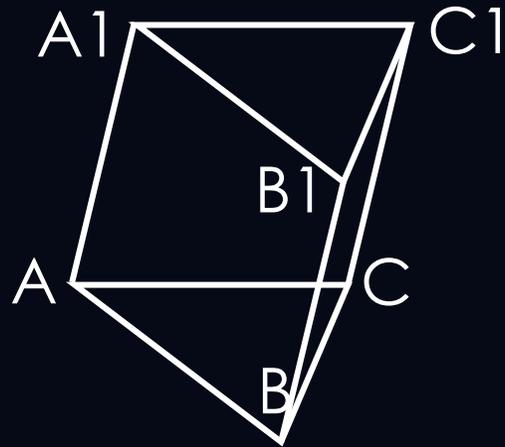
- Основы призмы - равные многоугольники.
- Боковые грани призмы - параллелограммы.
- Боковые ребра призмы параллельны и равны между собой.
- Перпендикулярное сечение перпендикулярно всем боковым ребрам и боковым граням.
- Высота прямой призмы равна длине бокового ребра.
- Высота наклонной призмы всегда меньше длины ребра.
- В прямой призме гранями могут быть прямоугольниками или квадратами.



Виды призм

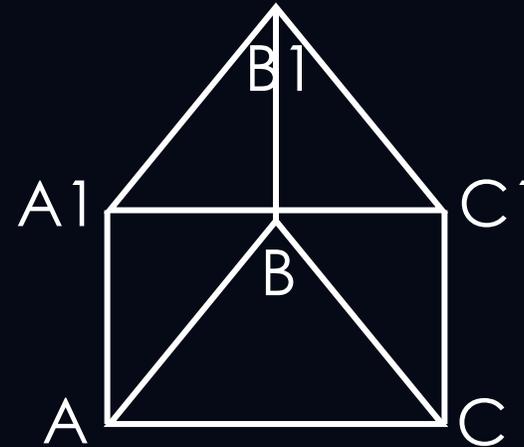
Виды призм

Наклонная призма

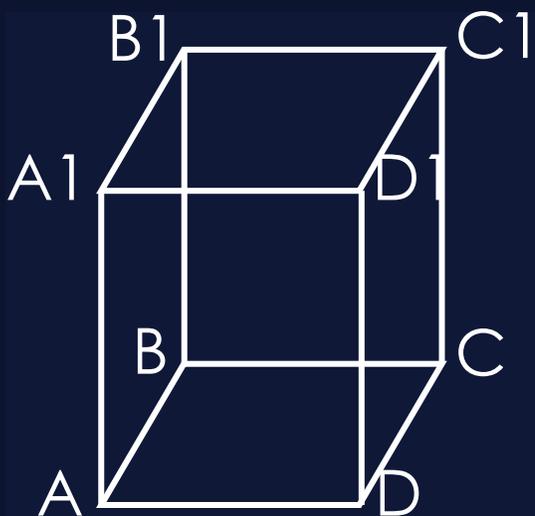


Наклонная призма - это призма, в которой боковые грани не перпендикулярны к основанию.

Правильная призма



Правильная призма - это призма, в которой основы являются правильными многоугольниками. Правильная призма может быть, как прямой, так и наклонной.



Параллелепипед

Параллелепипед — призма, основанием которой является параллелограмм. Параллелограммы, из которых состоит **параллелепипед**, являются гранями этого параллелепипеда, стороны этих параллелограммов являются ребрами параллелепипеда, а вершины параллелограммов — вершинами параллелепипеда.

Свойства параллелепипеда

составляющие параллелепипеда

Две грани параллелепипеда, не имеющие общего ребра, называются **противоположными**, а имеющие общее ребро - **смежными**.

Две вершины параллелепипеда, не принадлежащие одной грани, называются **противоположными**.

Отрезок - соединяющий противоположные вершины, называется **диагональю** параллелепипеда.

Виды параллелепипедов

Нахождение полной поверхности :

$$S_{\text{полн.п}} = S_{\text{бок.п}} + 2S_{\text{осн.}}$$

Нахождение боковой поверхности :

$$S_{\text{бок.п}} = P_{\text{осн}} \times H.$$

Нахождение $S_{\text{осн}}$:

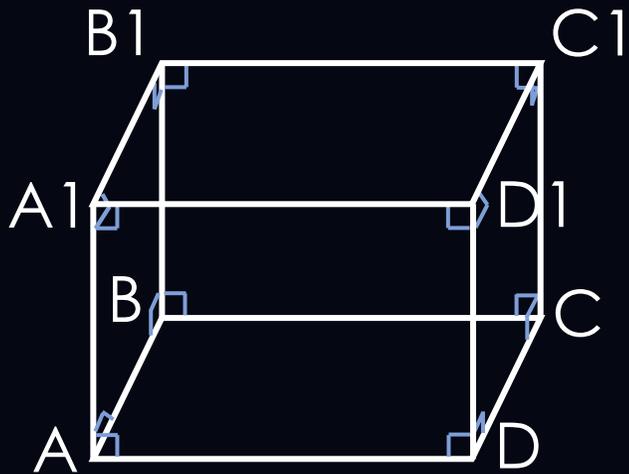
$$S_{\text{осн}} = AD \times AB.$$

Нахождение объёма:

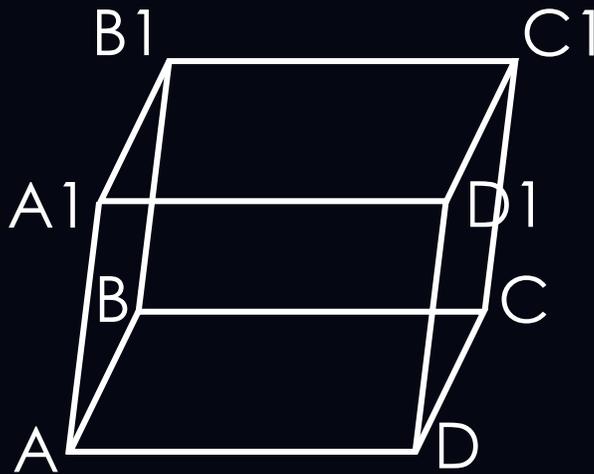
$$V = a \times b \times c.$$

Виды параллелепипедов

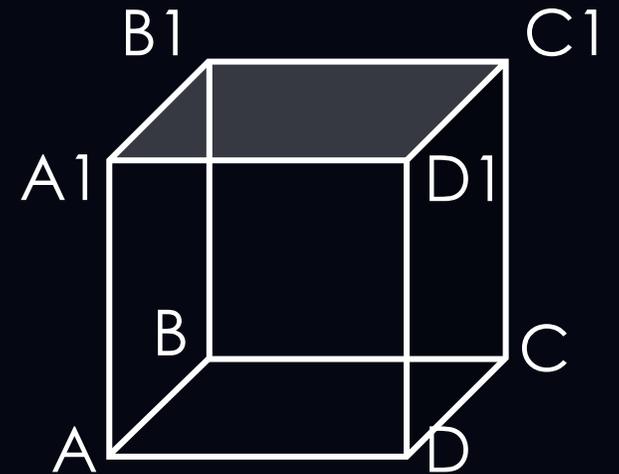
Виды параллелепипедов



Прямой параллелепипед - боковые грани фигуры перпендикулярны ее основаниям и являются прямоугольниками, а может быть прямоугольным - основания которого являются прямоугольниками



Наклонный параллелепипед - боковые грани не перпендикулярны основаниям.



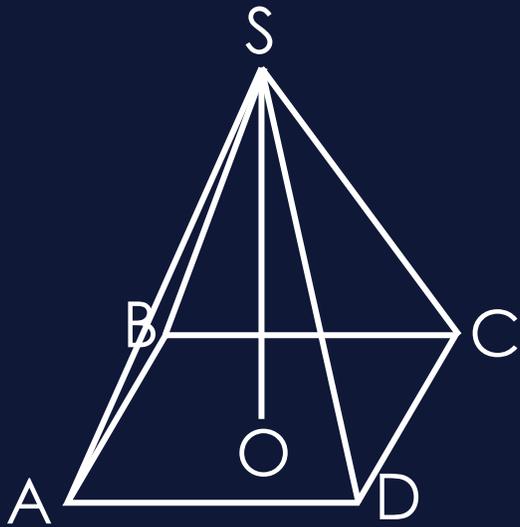
Куб - все грани фигуры являются равными квадратами.

Свойства параллелепипеда

Свойства параллелепипеда

- Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны друг другу.
- Все 4 диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.
- Параллелепипед симметричен относительно середины его диагонали
- Квадрат длины диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трёх его измерений.





Пирамида

Пирамида - многогранник, основание которого многоугольник, а остальные грани треугольники, имеющие общую вершину. По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырехугольные и т. д.

Свойства пирамид

составляющие призмы

Высота – перпендикуляр проведённый из вершины пирамиды к плоскости основания.

Основание - грань фигуры, являющая многогранником.

Вершина пирамиды - общая точка всех боковых граней.

Боковые ребра - стороны боковых граней, за исключением тех, которые принадлежат основанию.

Высота боковой грани - высота треугольника, являющегося боковой гранью фигуры. В правильной пирамиде называемаяся **апофемой**.

Виды пирамид

Нахождение полной поверхности пирамиды :

$$S_{\text{полн.п}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок.п.}}$$

$$S_{\text{осн}} = S_{\text{многоугольника}}$$

Нахождение боковой поверхности пирамиды :

$$S_{\text{бок.п}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} H.$$

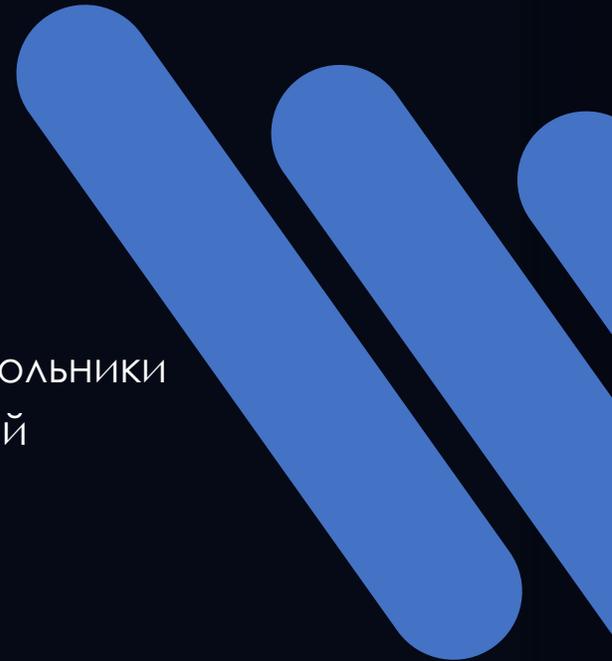
Нахождение объёма :

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H.$$

Свойства пирамид

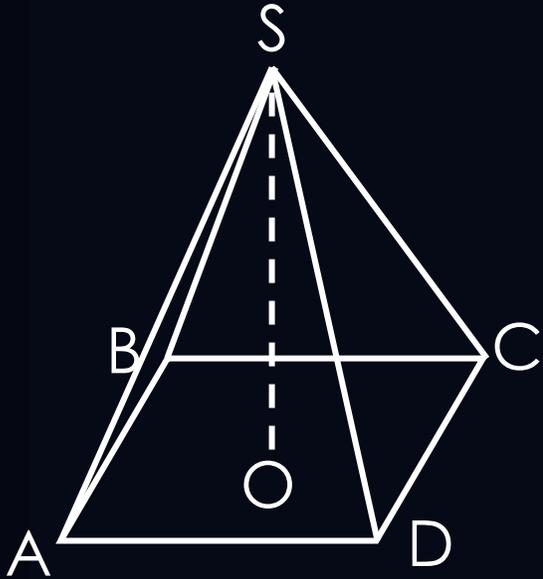
Свойства пирамид

- Все боковые ребра равны
- Апофемы всех боковых граней равны
- Площади всех боковых граней равны
- Боковые грани равные равнобедренные треугольники
- Углы наклона боковых рёбер и боковых граней к плоскости основания равны

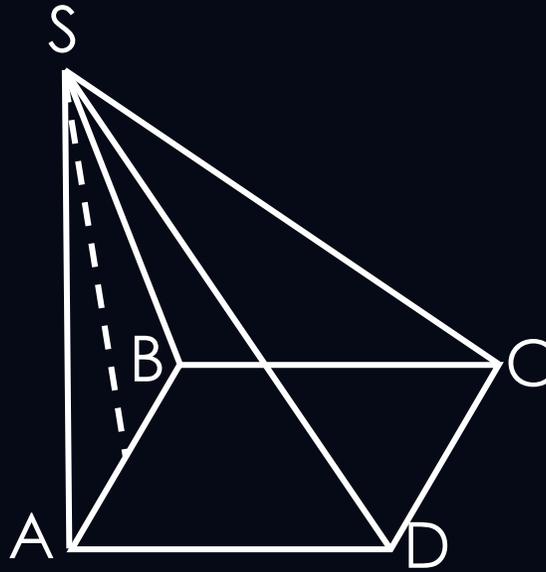


Виды пирамид

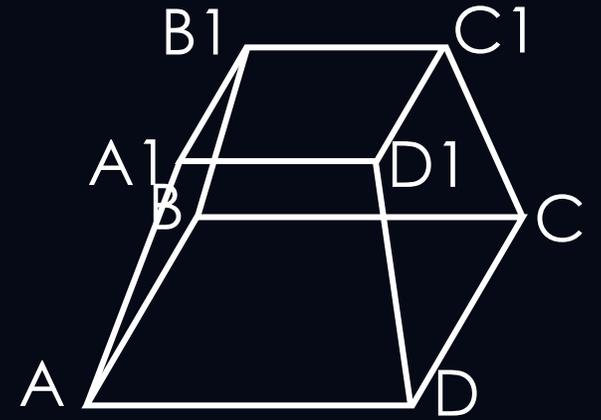
Виды пирамид



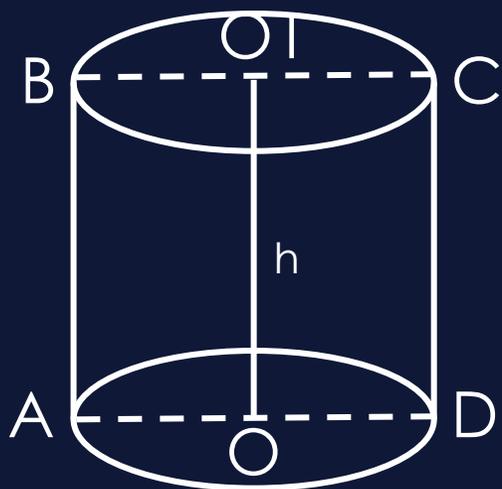
Правильная пирамида – основанием фигуры является правильный многоугольник, а ее вершина проецируется в центр основания. Может быть треугольной, четырехугольной



Пирамида с боковым ребром, перпендикулярным основанию – одно из боковых ребер фигуры расположено под прямым углом к плоскости основания. В этом случае данное ребро является высотой пирамиды.



Усеченная пирамида – часть пирамиды, оставшаяся между ее основанием и параллельной этому основанию секущей плоскостью.



цилиндр

Цилиндр – это тело вращения которое состоит из двух равных кругов лежащих в параллельных плоскостях и из отрезков соединяющих соответствующие точки этих кругов.

Виды цилиндров

составляющие цилиндра

Ось цилиндра – отрезок соединяющий центры оснований.

Высота – перпендикуляр между его основаниями (O-O1).

Отрезок, соединяющий точки окружностей оснований и перпендикулярный к их плоскостям, называется **образующей цилиндра вращения** (AB,CD).

Радиусы (AO,OD,BO1,O1C).

Свойства цилиндров

Нахождение полной поверхности :

$$S_{\text{полн.п}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок.п.}}$$

$$S_{\text{полн.п}} = 2\pi R(R + h).$$

Нахождение боковой поверхности :

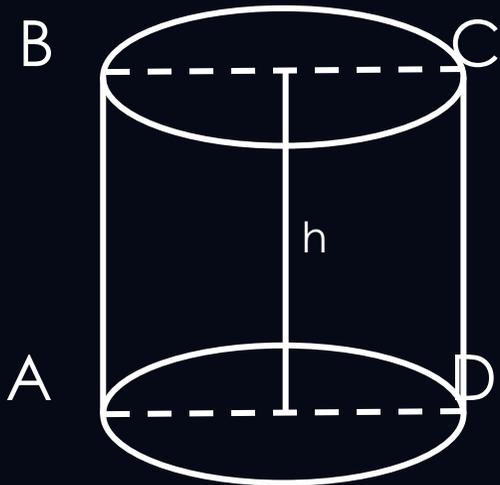
$$S_{\text{бок.п}} = 2\pi Rh.$$

Нахождение площади основания :

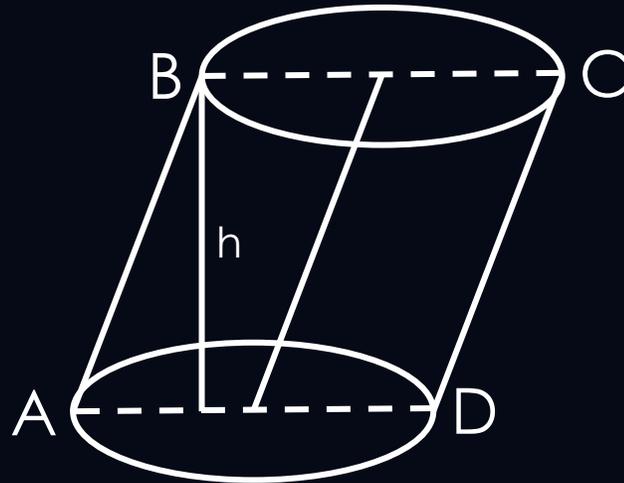
$$S_{\text{осн}} = \pi R^2.$$

ВИДЫ ЦИЛИНДРОВ

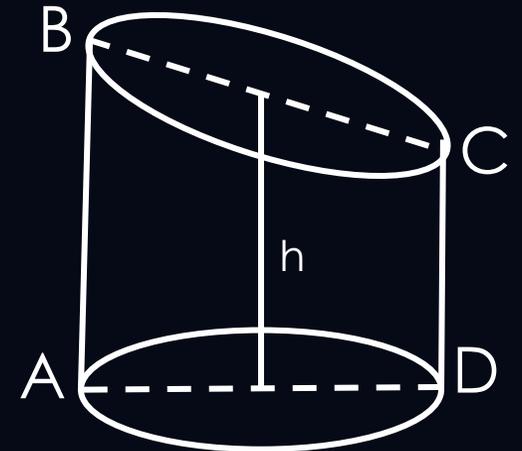
Виды цилиндров



Прямой цилиндр – имеет одинаковые симметричные основания (круг или эллипс), параллельные друг другу. Отрезок между точками симметрии оснований перпендикулярен им, является осью симметрии и высотой фигуры.



Наклонный цилиндр – имеет одинаковые симметричные и параллельные друг другу основания. Но отрезок между точками симметрии не перпендикулярен этим основаниям.



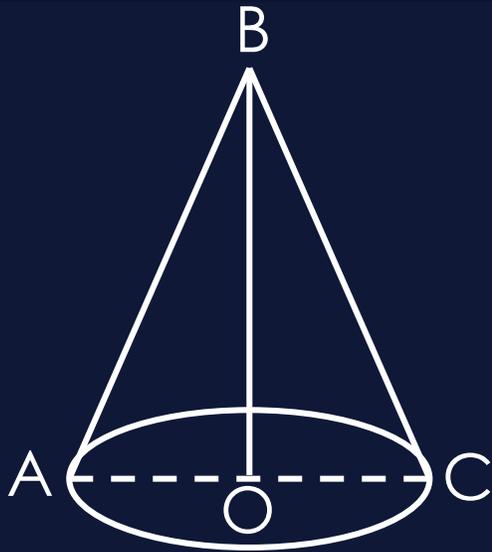
Косой (скошенный) цилиндр – основания фигуры не взаимно параллельны.

Свойства цилиндров

СВОЙСТВА ЦИЛИНДРОВ

- Основания цилиндра равны и параллельны.
- Образующие цилиндра равны и параллельны AA_1, BB_1 .
- Высота цилиндра равна образующей.





Свойства цилиндров

конус

Конус – это тело вращения которое состоит из круга, точки не лежащей в плоскости круга и из отрезков соединяющих эту точку с точками круга.

Составляющие конуса

Высота цилиндра – перпендикуляр проведённый из вершины конуса к плоскости основания.

Высота – перпендикуляр между его основаниями (0-01).

Ось конуса – отрезок содержащий высоту (только для прямого конуса).

Осевое сечение конуса – сечение плоскостью проходящее через ось конуса (чтобы построить сечение нужно провести диаметр основания).

Вершина конуса – точка, из которой идут направляющие.

Виды конусов

Нахождение полной поверхности :

$$S_{\text{полн.п}} = \pi R(L + R).$$

Нахождение объёма :

$$V = 1/3 S_{\text{кр.Н}}$$

Нахождение боковой поверхности :

$$S_{\text{бок.п}} = \pi RL.$$

Свойства конусов

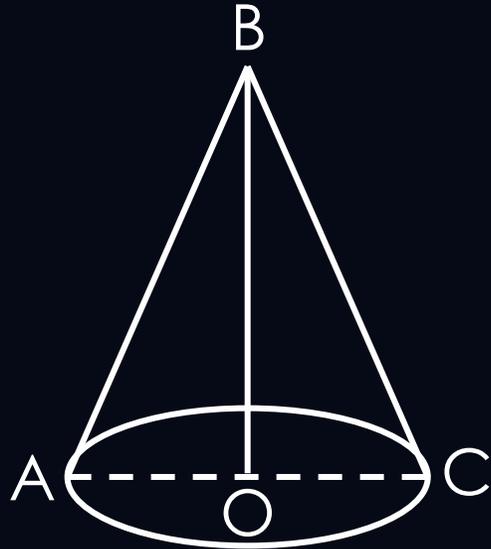
СВОЙСТВА КОНУСОВ

- Все образующие прямого кругового конуса равны между собой.
- При вращении прямоугольного треугольника вокруг своего катета на 360° образуется прямой круговой конус.
- При вращении равнобедренного треугольника вокруг своей оси на 180° образуется прямой круговой конус.
- В месте пересечения конуса плоскостью, параллельной основанию конуса, образуется круг.
- Если при пересечении плоскость не параллельна основе конуса и не пересекается с основанием, то в месте пересечения образуется эллипс.
- Если плоскость сечения проходит через вершину, то в месте пересечения образуется равнобедренный треугольник.
- Если плоскость сечения проходит через основание, то в месте пересечения образуется парабола

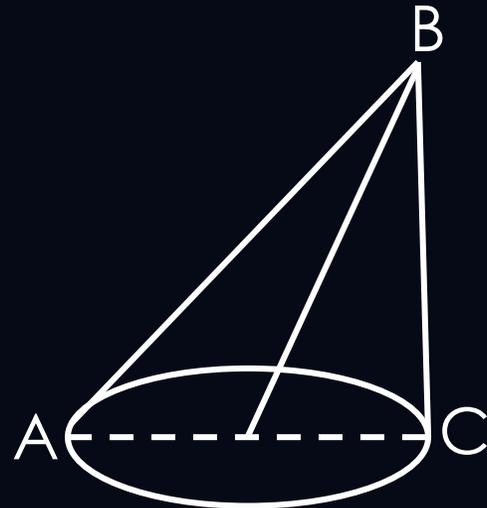


ВИДЫ КОНУСОВ

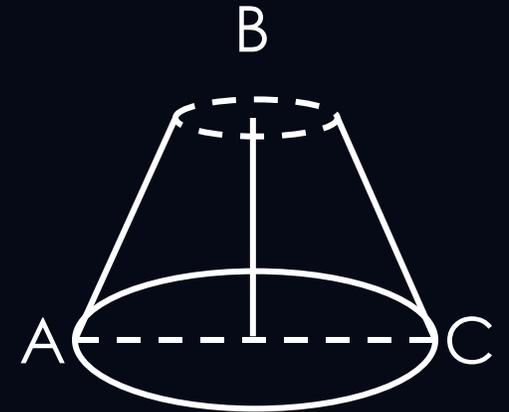
ВИДЫ КОНУСОВ



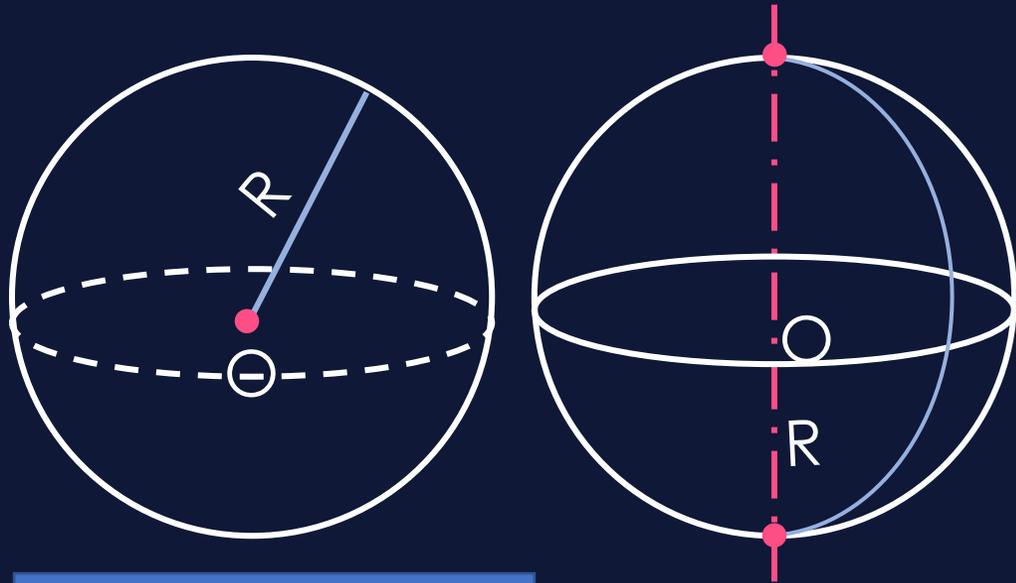
Прямой конус – это конус у которого ось перпендикулярна основе. У такого конуса ось совпадает с высотой, а все образующие равны между собой.



Наклонный конус – это конус у которого ось не перпендикулярна основе. У такого конуса ось не совпадает с высотой.



Усечённый конус – это часть конуса, которая находится между основанием конуса и плоскостью сечения, параллельная основе.



шар и сфера

Сфера – это геометрическое тело которое состоит из всех точек пространства расположенных на одном расстоянии от данной точки, данная точка является центром сферы.

Шар – это тело ограниченное телом сферой, он содержит все точки пространства, которые расположены от точки O на расстоянии не превышающем R .

Составляющие сферы и шара

Радиус сферы – это расстояние от центра сферы (шара) O к любой точке сферы (поверхности шара).

Диаметр сферы – это отрезок, соединяющий две точки сферы (поверхности шара) и проходящий через ее центр.

Хорда сферы – это отрезок, соединяющий две точки сферы (поверхности шара).

Секущая плоскость – это плоскость, которая пересекает сферу.

Касательная к сфере – это прямая, которая касается сферы только в одной точке.

Касательная плоскость к сфере – это плоскость, которая соприкасается со сферой только в одной точке.

Свойства шара и сферы

Нахождение объёма :
 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Нахождение полной поверхности :
 $S_{\text{полн.п}} = 4\pi R^2$.

Свойства шара и сферы

Свойства шара и сферы

- Все точки сферы одинаково удалены от центра.
- Любое сечение сферы плоскостью является окружностью.
- Любое сечение шара плоскостью есть кругом.
- Сфера имеет самый большой объем среди всех фигур в пространстве, имеющих одинаковую площадь поверхности.
- Через две любые диаметрально противоположные точки (максимально отдаленные друг от друга точки на окружности) можно провести неограниченное количество кругов для шара или окружностей для сфер радиусом, равным радиусу шара/сферы.

