

# Розв'яжіть нерівність ( усно)

$2x < 8,$

$0x < -7,$

$3x \geq 6,$

$0x < 8,$

$0x > 11,$

$-3x > 12,$

$-6x < -18,$

$-x < 1,$

$-x > 0,$

$-5x < 1,$

$-5 < 2x < 6,$

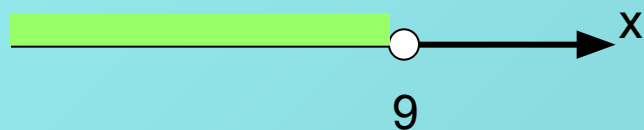
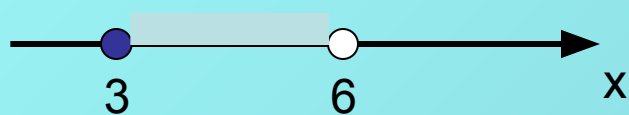
$-7 \leq 3x \leq 9$

$14 \leq 2x < 11$

$-16 < 4x \leq -24$

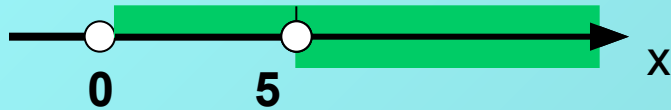
$-1 < 7x < 2$

Яка нерівність відповідає кожному з проміжків?



# Знайдіть помилку

Чи правильно записана множина розв'язків системи?



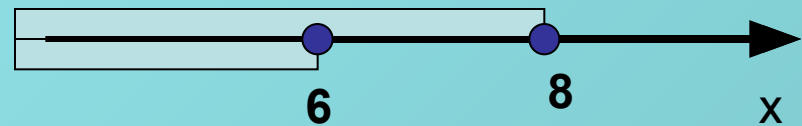
$(5; \infty)$



$(-5; 2)$



розв'язків немає



$(-\infty; 8)$

# Розв'яжіть систему

$$\begin{cases} x > -1; \\ x > -2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -4; \\ x \leq -7, \end{cases}$$

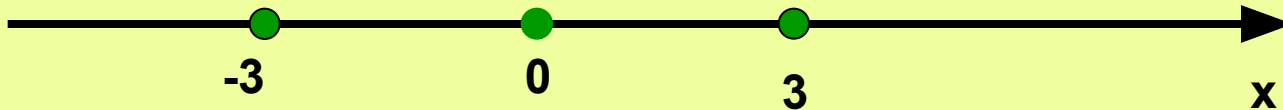
$$\begin{cases} x \geq -1; \\ x < 4, \end{cases}$$

# ТЕМА УРОКУ:

“Нерівності, що містять  
змінну під знаком модуля”

# Що таке модуль?

- 1) Чому дорівнює модуль нуля?
- 2) Чому дорівнює модуль додатного числа?
- 3) Чому дорівнює модуль від'ємного числа?
- 4) Чому дорівнює модуль числа, яке позначене на координатній прямій?
- 5) Що означає  $|3| = 3$ ?  $|-3| = 3$ ?



# Нерівність $|x| < a, (a > 0)$ .

Приклад 1.  $|x|=6$ . Що означає ця рівність?

Приклад 2.  $|x| < 6$ . Що означає ця нерівність?

Де розміщені на координатній прямій точки, координати яких мають таку властивість?



Яка нерівність відповідає цьому проміжку?

Отже, нерівність  $|x| < 6$  рівносильна подвійній нерівності :

$$- 6 < x < 6.$$

Відповідь:  $(-6; 6)$

# Нерівність $|x| > a, (a > 0)$

$|x| > 5$ . Що означає ця нерівність?

Де розміщені на координатній прямій точки, що мають таку властивість?




Які нерівності відповідають цим числовим проміжкам?

$$x < -5 \quad \text{і} \quad x > 5, \text{ або } \begin{cases} x > 5; \\ x < -5. \end{cases}$$



# Розв'яжіть усно

$$|x| > 1, \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} x > 1; \\ x < -1. \end{cases}$$
A horizontal number line with an arrow pointing to the right, labeled 'x' at the end. Two points are marked with open circles at -1 and 1. Pink shaded regions extend from each circle outwards to the left and right respectively, representing the solution set x < -1 or x > 1.

Відповідь:  $(-\infty ; -1) \cup (1; \infty)$

$$|x| \geq 5, \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} x \geq 5; \\ x \leq -5. \end{cases}$$
A horizontal number line with an arrow pointing to the right, labeled 'x' at the end. Two points are marked with solid blue dots at -5 and 5. Yellow shaded regions extend from each dot outwards to the left and right respectively, representing the solution set x <= -5 or x >= 5.

Відповідь:  $(-\infty ; -5] \cup [5; \infty)$

# Розв'язати нерівності усно

$$|x| < -7,$$

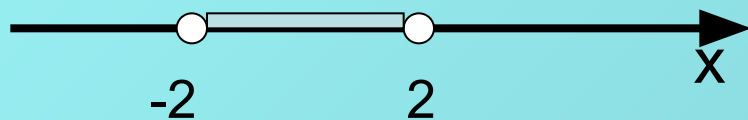
$$|x| \geq -76,$$

$$|x| > -32,$$

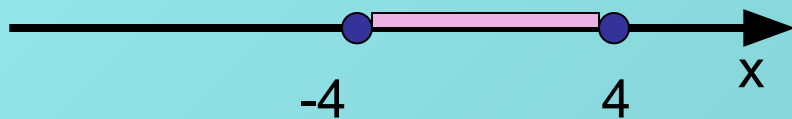
$$|x| \leq -6$$

Приклади:

$$|x| < 2, \quad -2 < x < 2, \quad (-2; 2).$$



$$|x| \leq 4 \quad -4 \leq x \leq 4, \quad \text{або } [-4; 4].$$

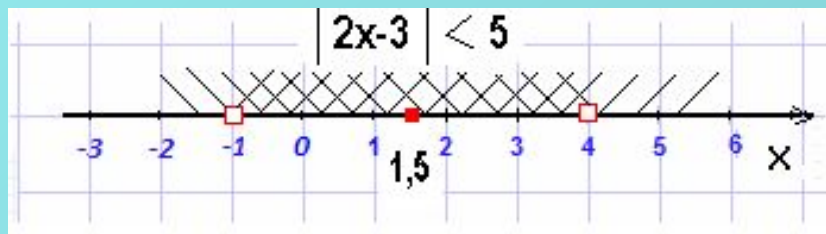


# Коллективне розв'язання: $|2x-3|<5$ .

Розв'язання :

$$\begin{aligned} |2x-3| < 5. \\ -5 < 2x-3 < 5, \\ -5+3 < 2x-3+3 < 5+3, \\ -2 < 2x < 8, \\ -1 < x < 4. \end{aligned}$$

Геометрична інтерпретація:



Відповідь:  $x \in (-1;$   
4).

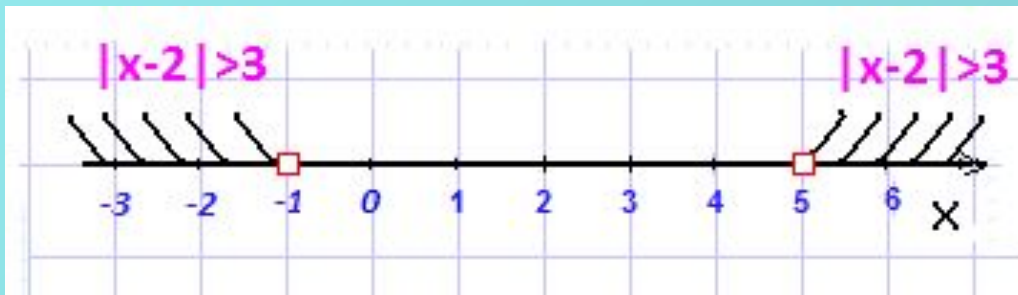
Коллективне розв'язання:  $|x-2|>3$ .

Розв'язання:

$$|x-2|>3,$$

$$\begin{cases} x-2>3; \\ x-2<-3, \end{cases} \quad \begin{cases} x>3+2; \\ x<-3+2, \end{cases} \quad \begin{cases} x>5; \\ x<-1, \end{cases}$$

Геометрична інтерпретація:



Відповідь:  $x \in (-\infty; -1) \cup (5; \infty)$ .

## Розв'язування нерівностей, що містять змінну під знаком модуля

$$|x| < a$$

- якщо  $a > 0$ , то  $x \in (-a; a)$
- якщо  $a = 0$ , то розв'язків немає ( $\emptyset$ )
- якщо  $a < 0$ , то розв'язків немає ( $\emptyset$ )

$$|x| \leq a$$

- якщо  $a > 0$ , то  $x \in [-a; a]$
- якщо  $a = 0$ , то  $x = 0$
- якщо  $a < 0$ , то розв'язків немає ( $\emptyset$ )

$$|x| > a$$

- якщо  $a > 0$ , то  $x \in (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$
- якщо  $a = 0$ , то  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- якщо  $a < 0$ , то  $x \in (-\infty; +\infty)$ , або  $x \in \mathbf{R}$

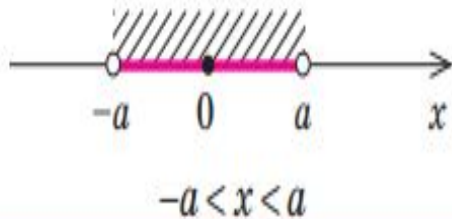
$$|x| \geq a$$

- якщо  $a > 0$ , то  $x \in (-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$
- якщо  $a = 0$ , то  $x \in (-\infty; +\infty)$ , або  $x \in \mathbf{R}$
- якщо  $a < 0$ , то  $x \in (-\infty; +\infty)$ , або  $x \in \mathbf{R}$

### Схема 1

$$|x| < a, a > 0$$

Відстань від початку відріку до точки з координатою  $x$  менша від  $a$

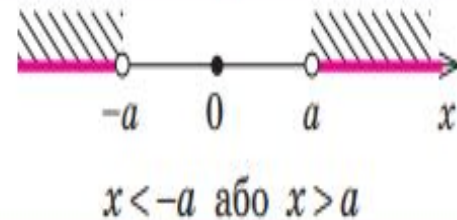


Нерівність задовольняють усі значення  $x \in (-a; a)$

### Схема 2

$$|x| > a, a > 0$$

Відстань від початку відріку до точки з координатою  $x$  більша за  $a$



Нерівність задовольняють усі значення  $x \in (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$

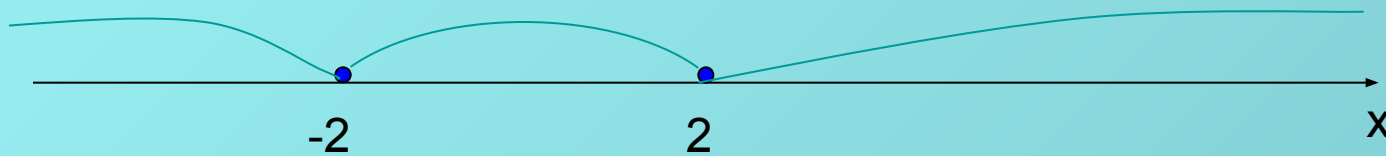
# Метод інтервалів

Розв'язати нерівність  $|x+2| + |x-2| < 6$

Знайдемо значення  $x$ , для яких значення виразів, які стоять під знаком модуля, дорівнюють нулю:

$$x+2 = 0, x = -2 \quad \text{і} \quad x - 2 = 0, x = 2$$

Значення  $x=-2$  і  $x=2$  розбивають координатну пряму на три проміжки.



1.  $x < -2$ ,

Дана нерівність набуде вигляду:  $-x-2-x+2 < 6$ ,  $-2x < 6$ ,  $x > -3$ , але

враховуючи, що  $x < -2$ , маємо систему

$$\left\{ \begin{array}{l} x > -3; \\ x < -2, \end{array} \right. \text{ тобто } x \in (-3; -2)$$



$$|x+2| + |x-2| < 6$$

2.  $-2 \leq x \leq 2$

Дана нерівність набуде вигляду:

$$x+2 -x+2 < 6, \quad 0x+4 < 6, \quad 0x < 2. \quad \text{Немає розв'язків.}$$

3.  $x > 2$ .

Дана нерівність набуде вигляду:

$$x+2+x-2 < 6, \quad 2x < 6, \quad x < 3.$$

Враховуючи  $x > 2$  маємо систему:

$$\begin{cases} x < 3 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$(2;3)$$



Відповідь:  $(-3;-2) \cup (2;3)$

## Схема розв'язування нерівностей методом інтервалів

1. Знайти значення  $x$ , при яких підмодульні вирази дорівнюють нулю.

2. Нанести знайдені значення на координатну пряму.

3. Методом пробної точки розкрити модулі і розв'язати дану нерівність на кожному з утворених проміжків.

4. Отримані розв'язки на кожному з проміжків об'єднати.

# Коллективне розв'язання: $|x-1|+2x<5$ .

Розв'язання :

$$|x-1|+2x<5.$$

За означенням модуля числа, якщо: 1)  $x-1 \geq 0$ , то маємо  $x-1+2x < 5$ , тобто має місце система:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0; \\ x-1+2x < 5. \end{cases}$$

2)  $x-1 < 0$ , то  $-(x-1)+2x < 5$ , тобто має місце система:  $\begin{cases} x-1 < 0; \\ -(x-1)+2x < 5. \end{cases}$

Тому дана нерівність рівносильна сукупності двох систем нерівностей:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0; \\ x-1+2x < 5; \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x-1 < 0; \\ -(x-1)+2x < 5; \end{cases} \quad \text{Розв'яжемо кожну з них.}$$
$$\begin{cases} x \geq 1; \\ 3x < 6; \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x < 1; \\ -x+1+2x < 5. \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 1; \\ x < 2. \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x < 1; \\ -x+1+2x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 1; \\ x < 4; \end{cases} \quad x < 1. \quad (-\infty; 1)$$

$[1; 2)$



Відповідь.  $x \in (-\infty; 2)$ .

# Самоcтійна робота

1 Розв'яжіть подвійну нерівність  $-6 \leq 2x \leq 10$ .

A	Б	В	Г
$[-4; 12]$	$[-8; 8]$	$[-3; 5]$	$[-12; 20]$

2 Розв'яжіть подвійну нерівність  $-12 \leq x - 4 \leq 20$ .

A	Б	В	Г
$[-16; 16]$	$[-8; 24]$	$[-3; 5]$	$[-5; 3]$

3 Знайдіть об'єднання проміжків  $(1; 4)$  і  $(3; 9)$ .

A	Б	В	Г
$(1; 9)$	$(3; 4)$	$(4; 9)$	$(1; 3)$

4 Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} -x > 3, \\ x > 4. \end{cases}$

A	Б	В	Г
$(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$	$(-3; 4)$	$(4; +\infty)$	$\emptyset$

5 До участі в конкурсі на кращий соціальний плакат «Мое бачення Європи» запрошують молодь. За умовами конкурсу вік учасників  $x$  становить від 15 до 35 років. Укажіть систему нерівностей для визначення  $x$ .

A	Б	В	Г
$\begin{cases} x \geq 15, \\ x < 35 \end{cases}$	$\begin{cases} x \leq 15, \\ x \geq 35 \end{cases}$	$\begin{cases} x \leq 15, \\ x < 35 \end{cases}$	$\begin{cases} x \geq 15, \\ x \geq 35 \end{cases}$

6 Установіть відповідність між нерівностями (1–3) та множинами їх розв'язків (А–Г).

1	$ x  < 3$	А	$\emptyset$
2	$ x  > 3$	Б	$(-3; 3)$
3	$ x  > -3$	В	$(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
		Г	$(-\infty; +\infty)$

7 Розв'яжіть нерівність  $19 - 4x \leq x + 4 < 11$ .

8 Розв'яжіть систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{6} - \frac{x}{5} < \frac{7}{30}, \\ 7(x+3) \geq 28. \end{cases}$$