

# ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Формула полной вероятности является следствием теорем о сложении и умножении вероятностей.

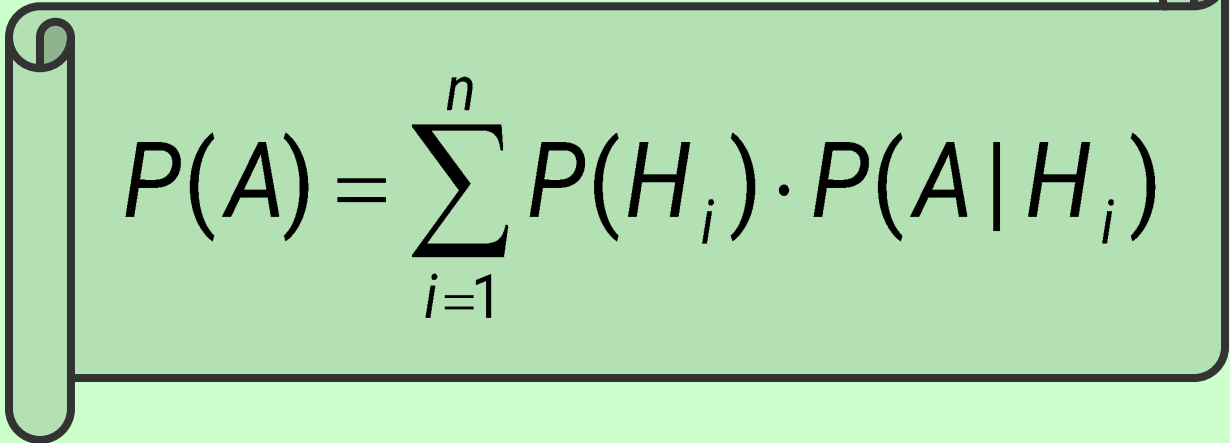
Пусть требуется определить вероятность события  $A$ , которое может произойти только вместе с одним из событий  $H_1, H_2, \dots, H_n$  образующих полную группу несовместных событий.

Эти события называются гипотезами.

Так как гипотезы образуют полную группу, то событие  $A$  может появиться только в комбинации с одной из этих гипотез. Поэтому,

$$A = H_1 \cdot A + H_2 \cdot A + \dots + H_n \cdot A$$

Так как гипотезы  $H_1, H_2, \dots, H_n$  несовместны, то и комбинации  $H_1 A, H_2 A, \dots, H_n A$  тоже несовместны. Тогда по теореме о сложении вероятностей


$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A|H_i)$$

ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

# ПРИМЕР.

*Студент, выйдя из дома за 30 минут до начала занятий, может приехать в институт автобусом, троллейбусом или трамваем. Все эти варианты равновозможны. Вероятность приехать на занятия вовремя для этих видов транспорта соответственно равна 0.99, 0.98 и 0.9. Какова вероятность, что студент приедет на учебу вовремя?*

# Решение:

Пусть событие  $A$  заключается в том, что студент не опоздает на занятия. Оно может произойти только вместе с одной из гипотез:

$H_1$  - студент поехал автобусом;

$H_2$  - студент поехал троллейбусом;

$H_3$  - студент поехал трамваем.

Чтобы использовать формулу полной вероятности, необходимо знать вероятности каждой из гипотез и условные вероятности события  $A$  для каждой из гипотез.

Так как гипотезы образуют полную группу событий, то суммарная вероятность всех гипотез равна 1.

По условию задачи все гипотезы равновероятны, следовательно

$$P(H_1)=P(H_2)=P(H_3)=1/3.$$

*1 – в числителе обозначает, что взят один из видов транспорта;*

*3 – в знаменателе означает, что всего три вида транспорта*

Условные вероятности события  $A$  для каждой из гипотез даны по условию задачи:

$$P(A|H_1)=0.99; P(A|H_2)=0.98; P(A|H_3)=0.9$$

Следовательно, по формуле полной вероятности,

$$P(A) = 0.99 \cdot \frac{1}{3} + 0.98 \cdot \frac{1}{3} + 0.9 \cdot \frac{1}{3} \approx 0.96$$



# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

На сборку поступают однотипные изделия из четырех цехов. Вероятности изготовления бракованного изделия первым, вторым, третьим и четвертым цехами соответственно равны 0,03; 0,01; 0,02; 0,01. Какова вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется бракованным?