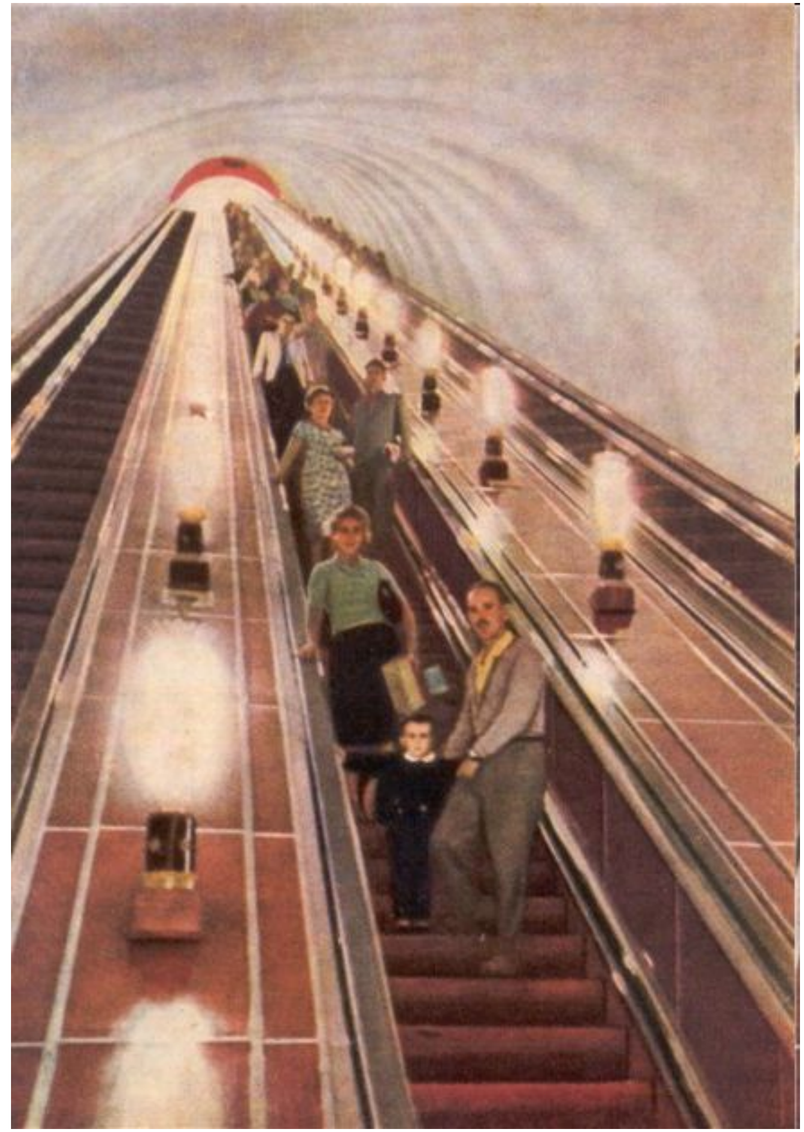
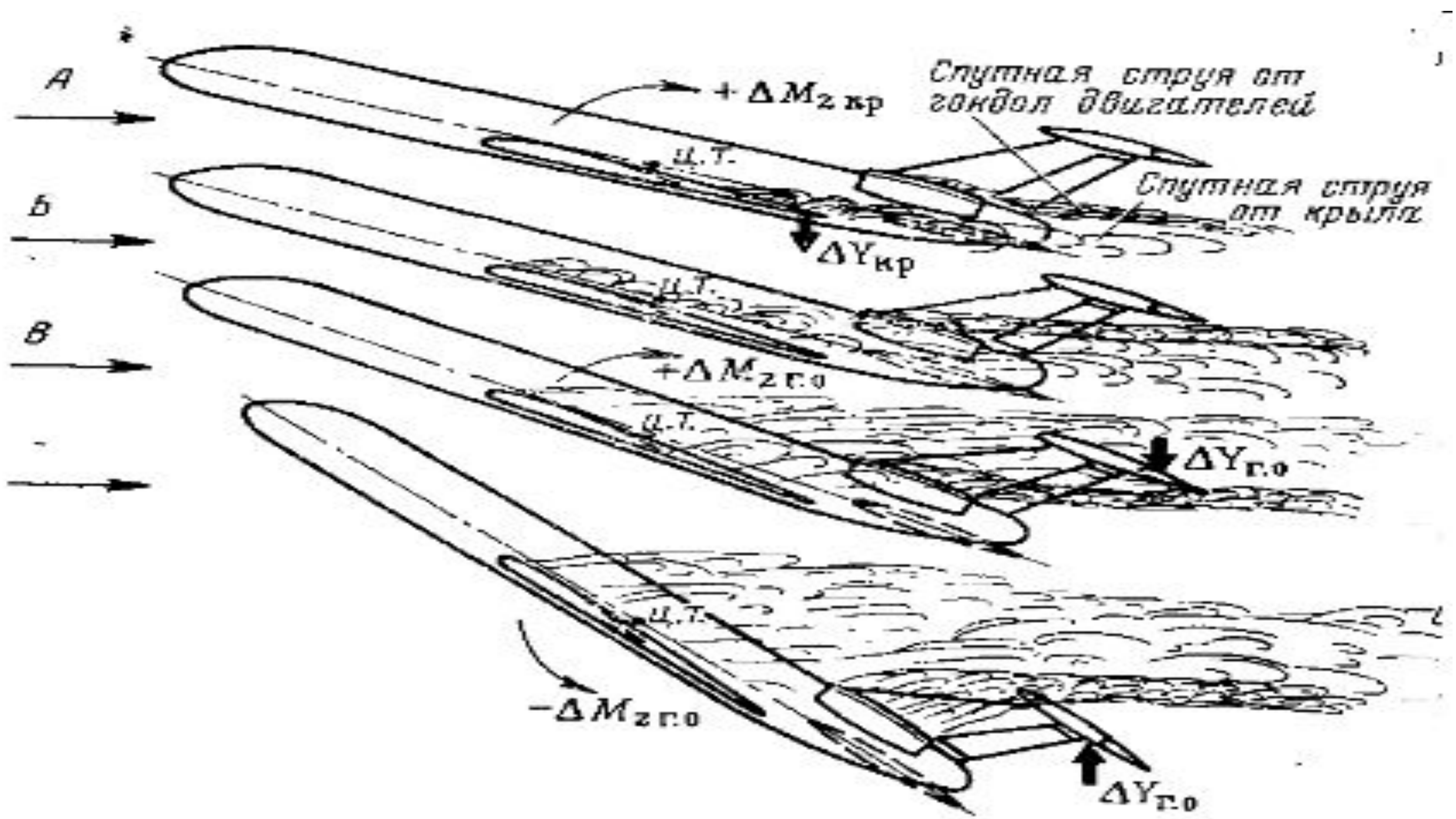
УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ

Пирамида Хеопса

Различаются тоннельные и поэтажные эскалаторы по углу наклона. Так, при требуемой высоте подъема до 6 метров угол наклона эскалатора составляет 30° или 35°, при высоте подъема выше 6 метров — только 30°.

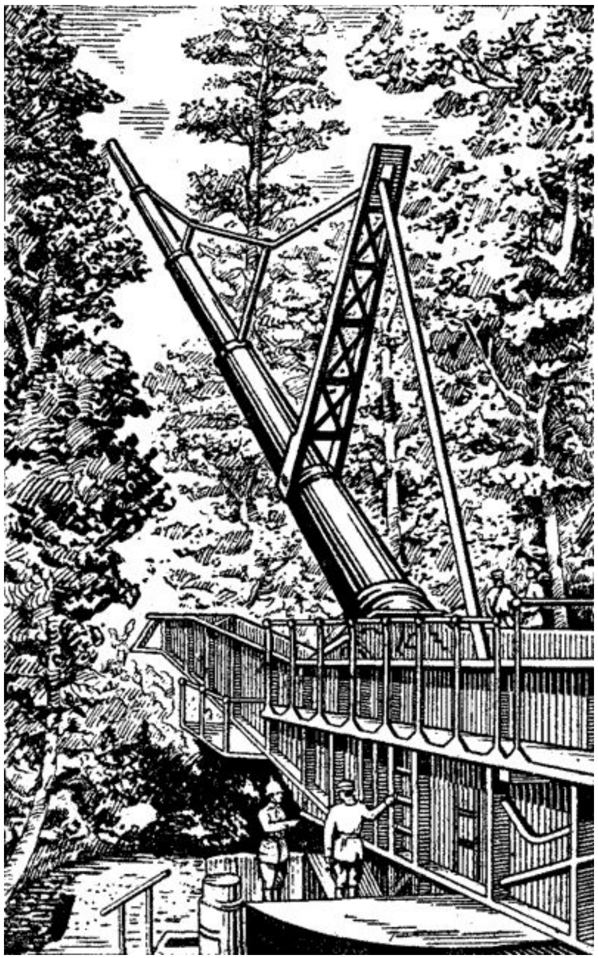


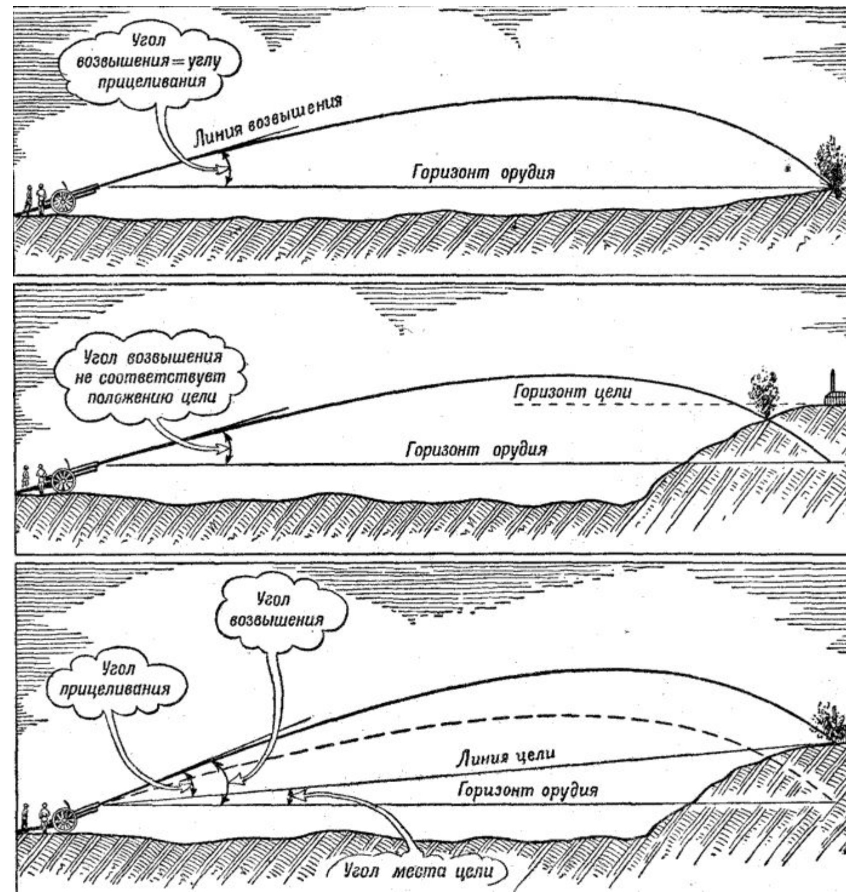
АВИАЦИЯ
(угол атаки)



АРТИЛЛЕРИЯ

(угол возвышения, угол места цели)



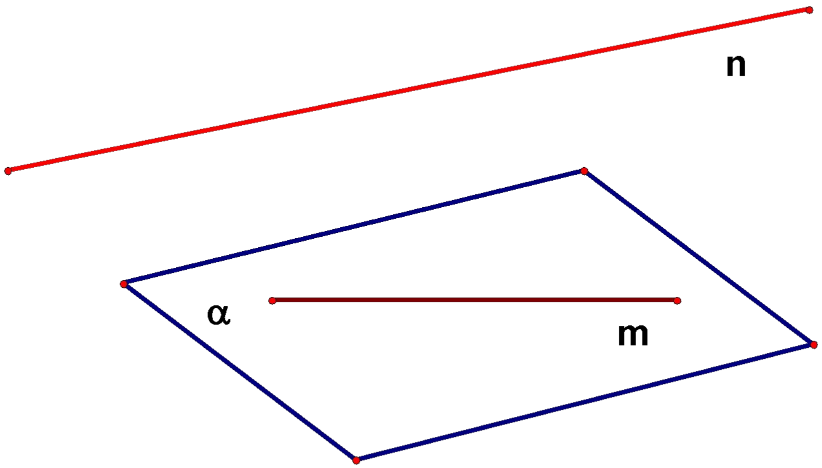


ЦЕЛЬ УРОКА

- Сформировать умение применять понятие угла между прямой и плоскостью к решению задач.

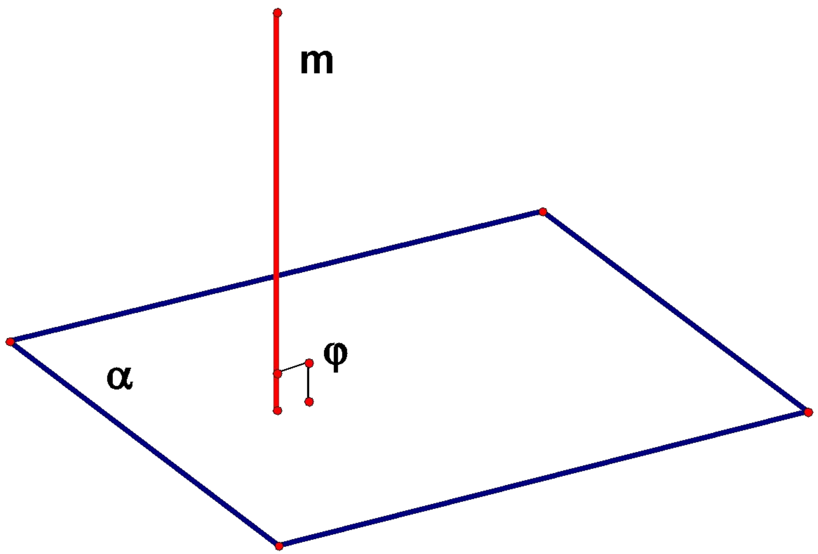
- Мы научимся строить такие углы и решать вычислительные задачи, используя данное понятие.

Определение:



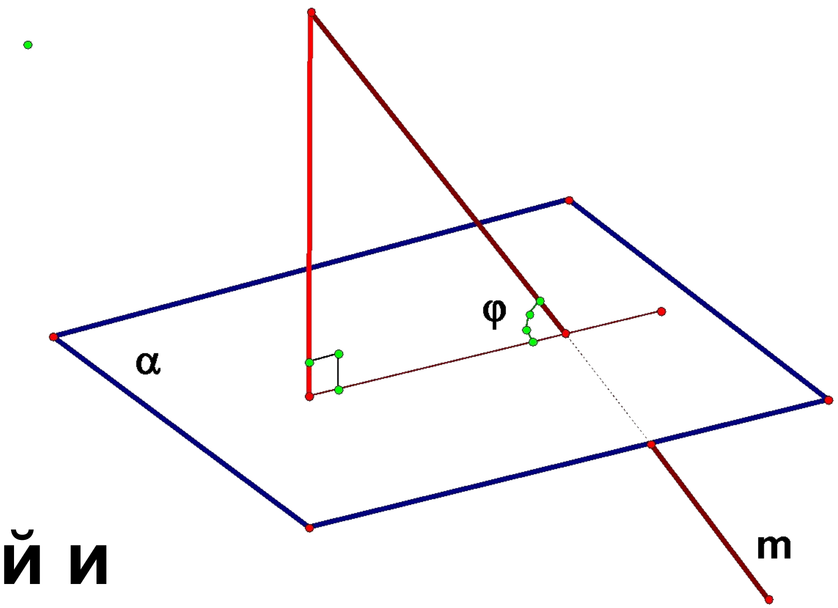
Если прямая параллельна плоскости или лежит в ней, то величина угла между данной прямой и этой плоскостью равна нулю.

Определение:



- **Величина угла между прямой, перпендикулярной к плоскости, и этой плоскостью, равна 90°.**

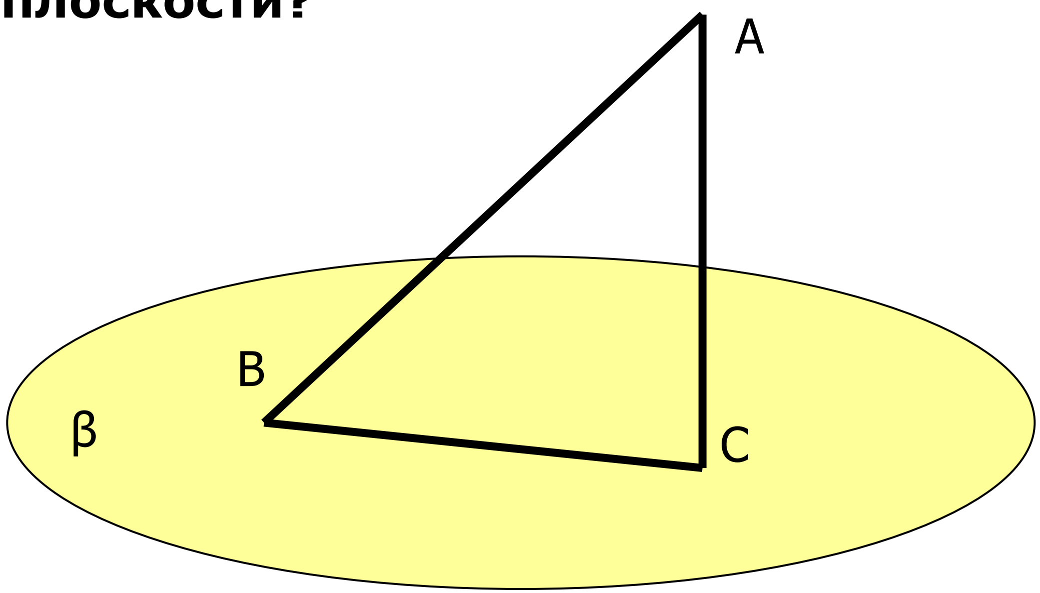
Определение:



Углом между наклонной и плоскостью называется угол между наклонной и ее ортогональной проекцией на эту плоскость.

1) Верно ли, что длина перпендикуляра меньше длины наклонной, проведённой из той же точки к плоскости?

да



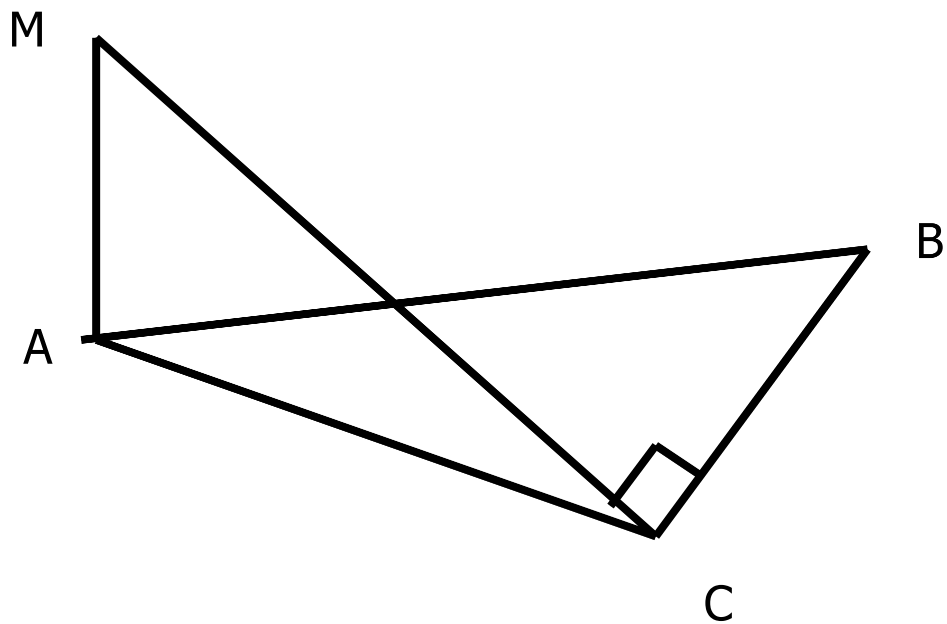
2) Может ли угол между прямой и плоскостью быть 90°?

Да, например, на рисунке АС и β перпендикулярны.

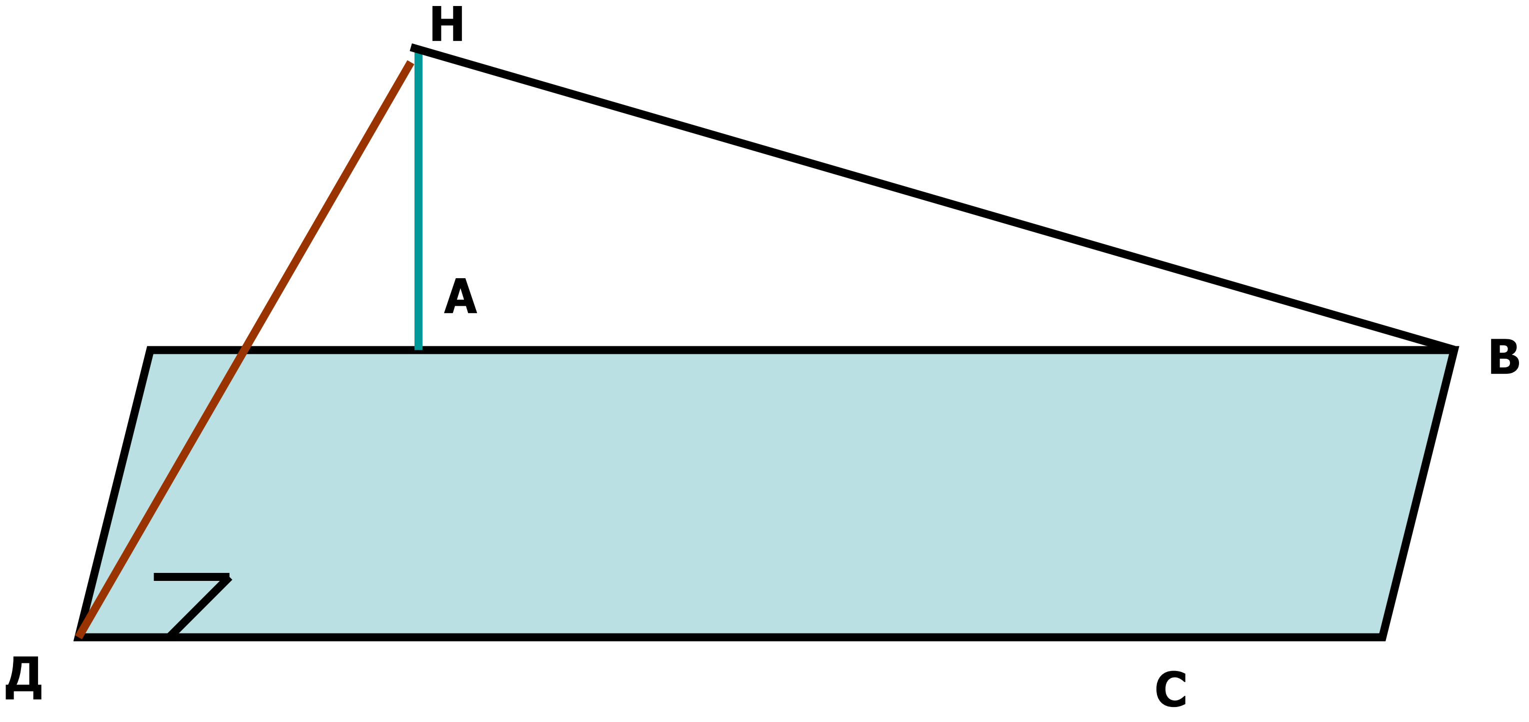
3) Может ли угол между прямой и плоскостью быть тупым?

нет

МА – перпендикуляр к плоскости АВС. Определить вид треугольника АВС, если МС $\perp$ ВС.



НА – перпендикуляр к плоскости прямоугольника АВСД. Назовите отрезок, изображающий расстояние а) от точки Н до ДС б) от точки Н до прямой ВС в) от точки Н до прямой АВ

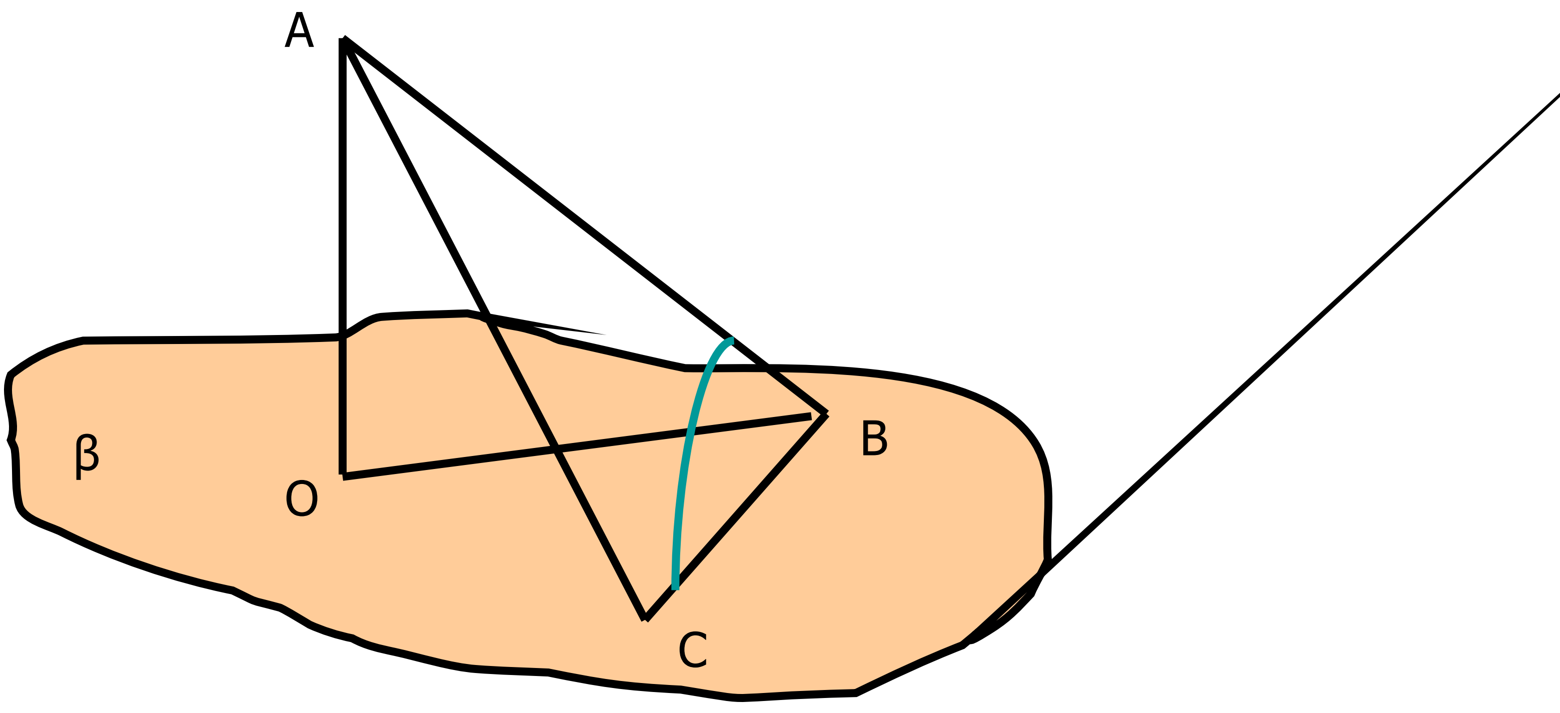


а) НД

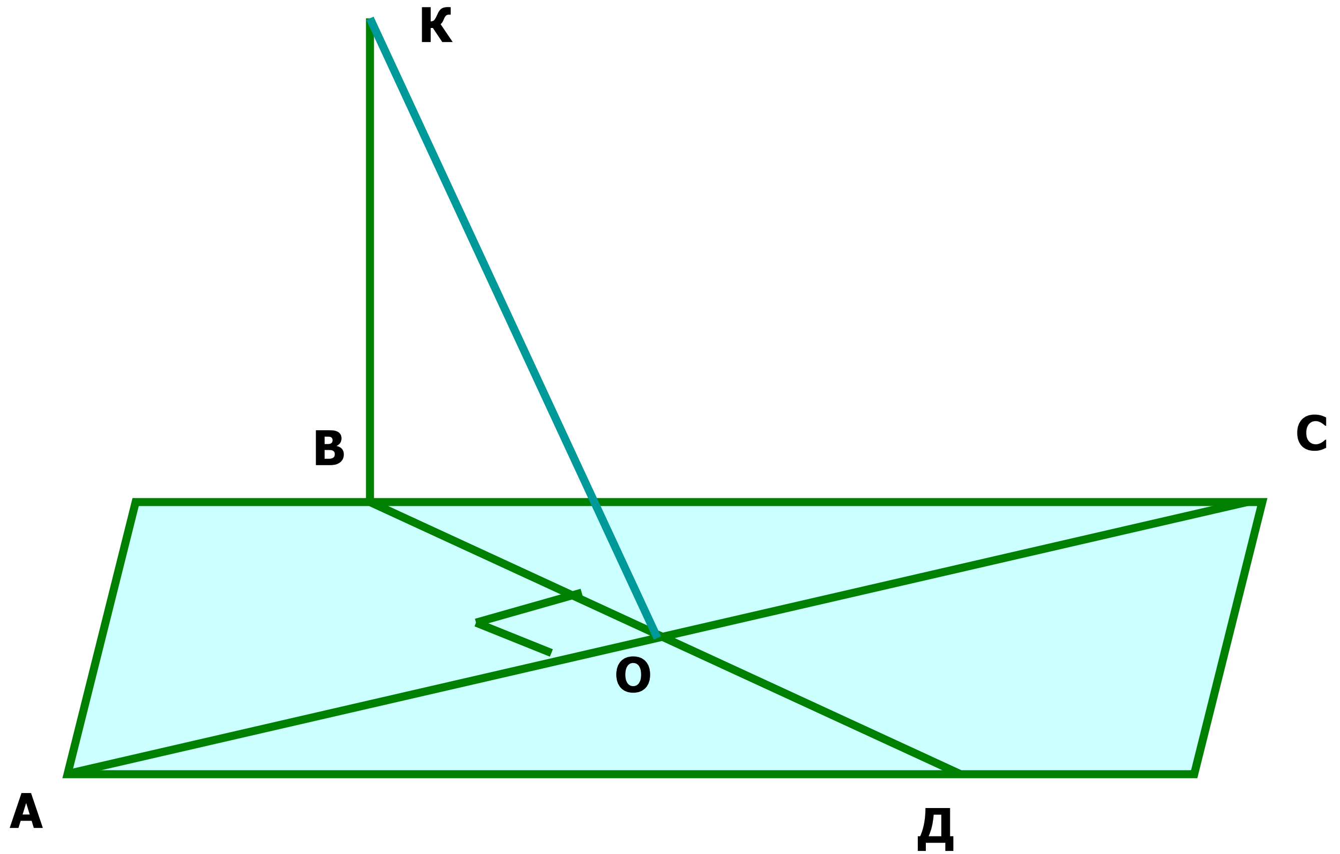
б) НВ

в) НА

Через сторону ВС треугольника АВС проведена плоскость β, АО – перпендикуляр к плоскости β. Построить угол между АВ и плоскостью β.



Точка О – точка пересечения диагоналей ромба АВСД, КВ – перпендикуляр к плоскости АВС. Построить отрезок, изображающий расстояние от точки К до прямой АС.

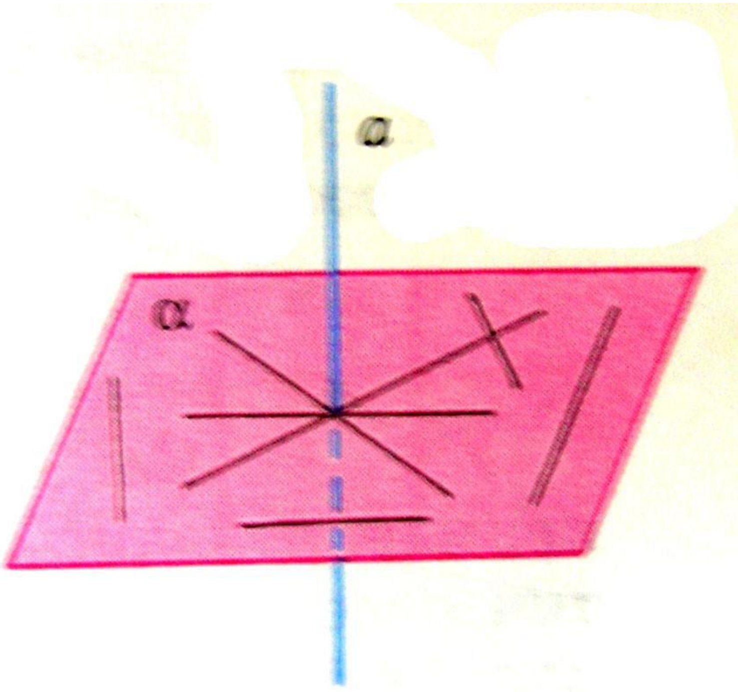


ВО $\perp$ АС, ВО – проекция КО на АВС, значит КО $\perp$ АС, значит КО - расстояние от К до АС.

ОПРОС

1. Сформулировать определение перпендикулярных прямой и плоскости.

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



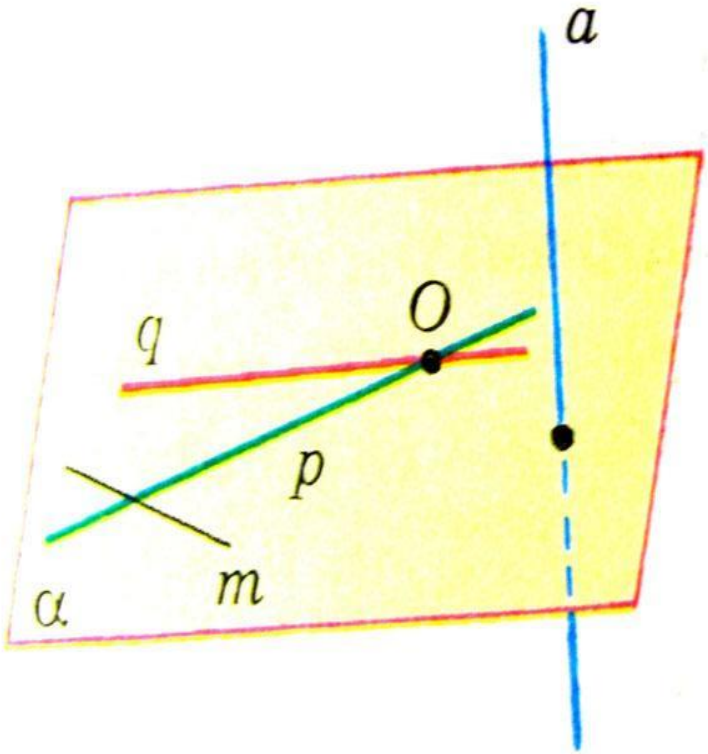
Определение

Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

ОПРОС

2. Сформулировать признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

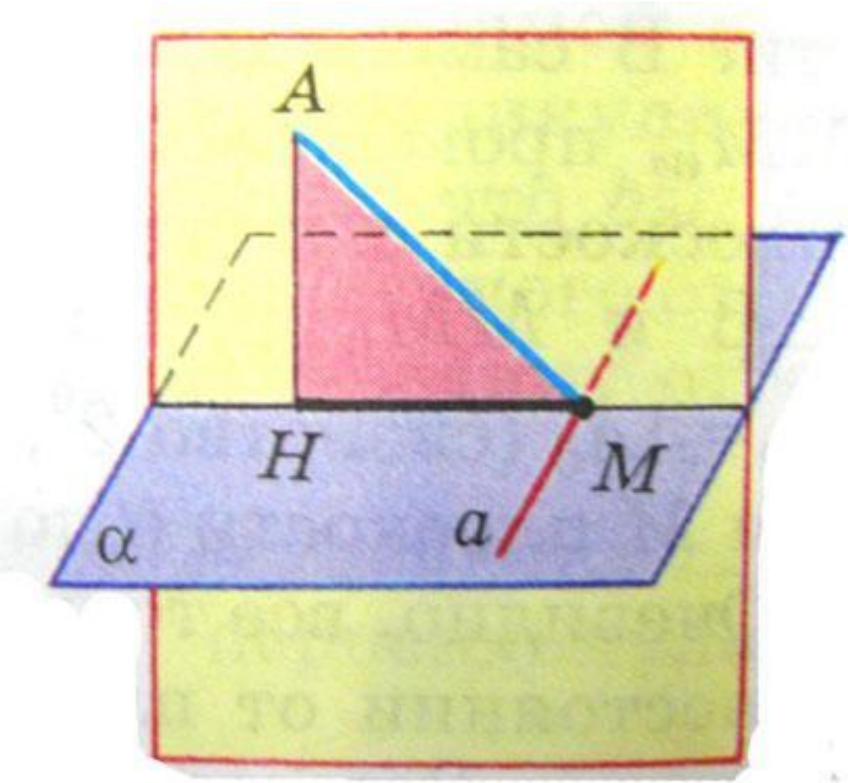


Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

ОПРОС

3. Сформулировать теорему о трёх перпендикулярах.

Теорема о трех перпендикулярах



Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

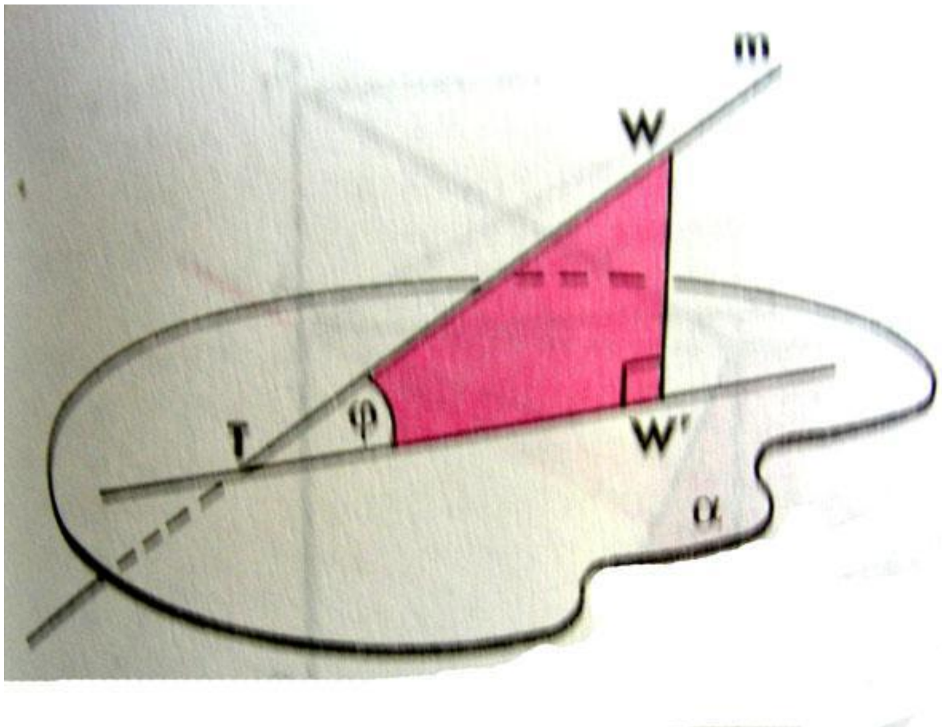
Обратная теорема:

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции на эту плоскость

ОПРОС

4. Дать определение угла между прямой и плоскостью.

Угол между прямой и плоскостью

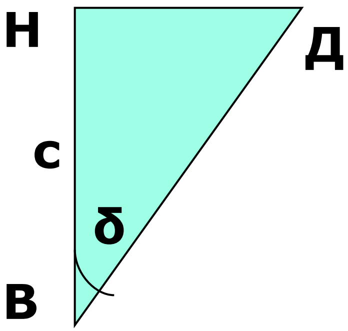


Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и её проекцией на эту плоскость.

ОПРОС

5. Что называется косинусом острого угла прямоугольного треугольника?

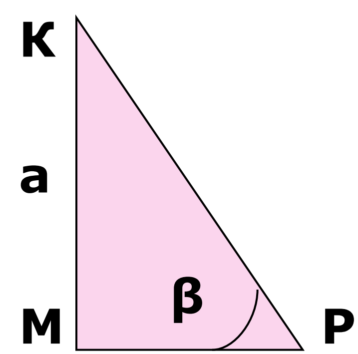
6. Выразите НД:



ОПРОС

7. Что называется тангенсом острого угла прямоугольного треугольника?

8. Выразите РМ:



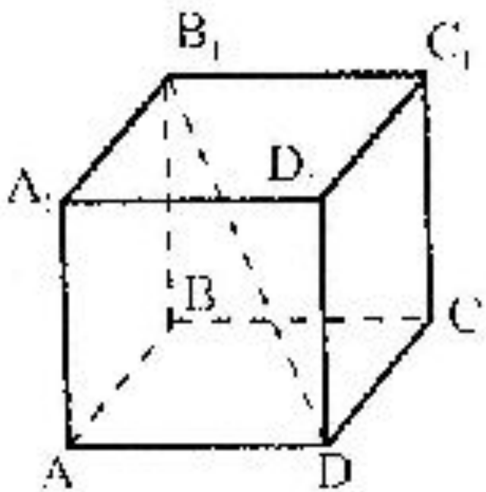
АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ УГЛА

1. Построение проекции прямой на плоскость.

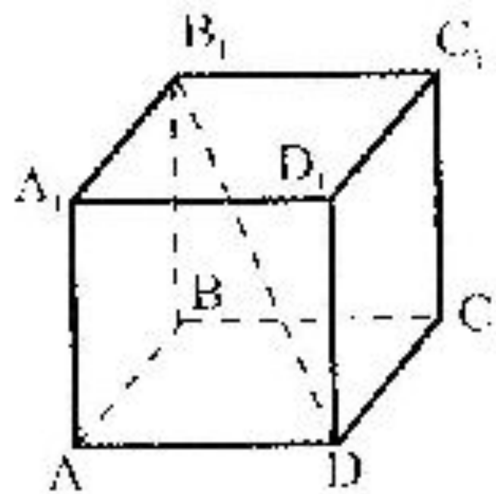
- 2. Нахождение угла между прямой и ее проекцией на плоскость.

Задачи

1. Найдите угол между B_1D и (ABC); между B_1D и (DD_1C_1).



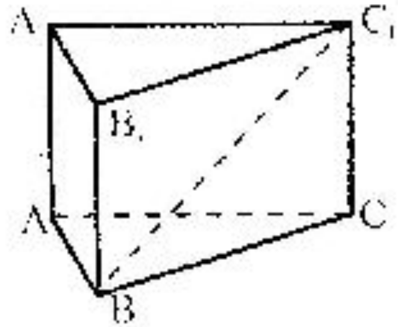
$ABCD$ – прямоугольник,
$AA_1 \perp (ABC)$



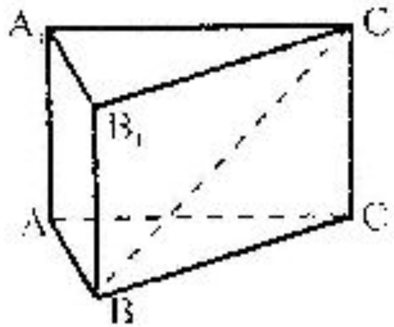
$ABCD$ – параллелограмм,
$AA_1 \perp (ABC)$

Задачи

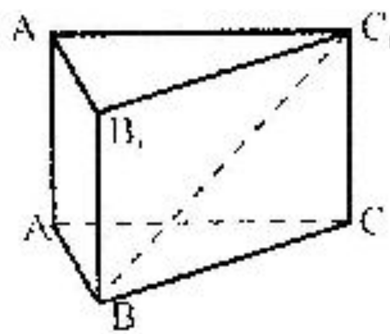
2. $BB_1 \perp (ABC)$. Найдите угол между BC_1 и (AA_1B_1).



ΔABC – равносторонний



ΔABC – прямоугольный ($\angle B = 90°$)



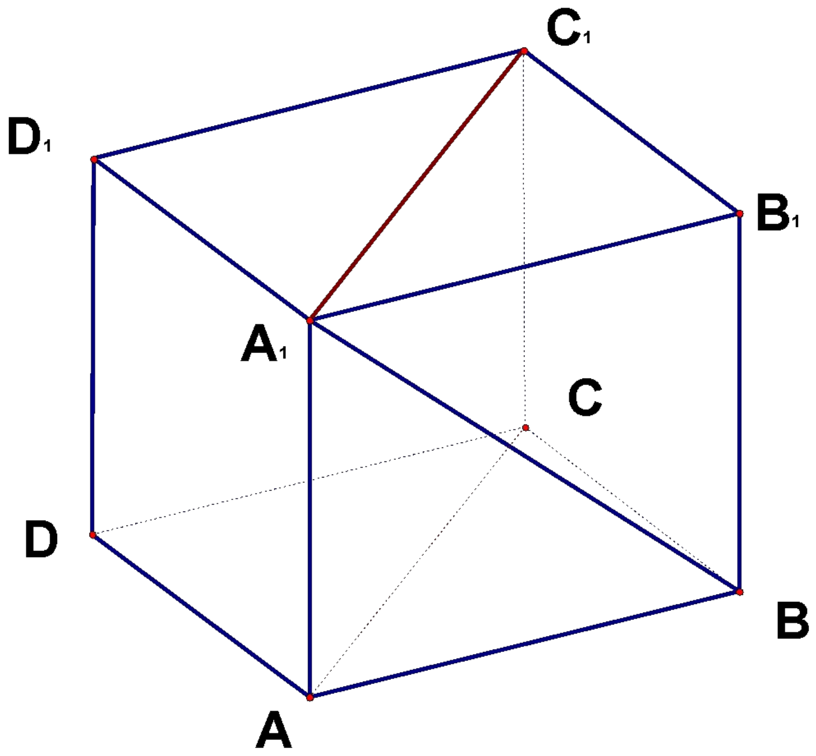
ΔABC – тупоугольный ($\angle B > 90°$)

ЗАДАЧИ ИЗ ЕГЭ

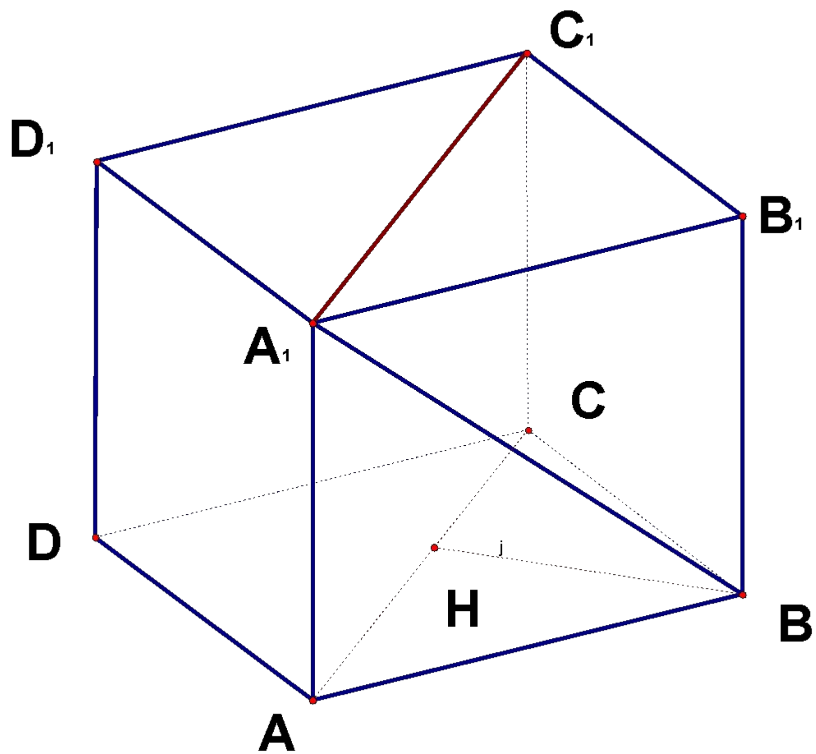
C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостью AA_1C и прямой A_1B, если $AA_1 = 3$, $AB = 4$, $BC = 4$.

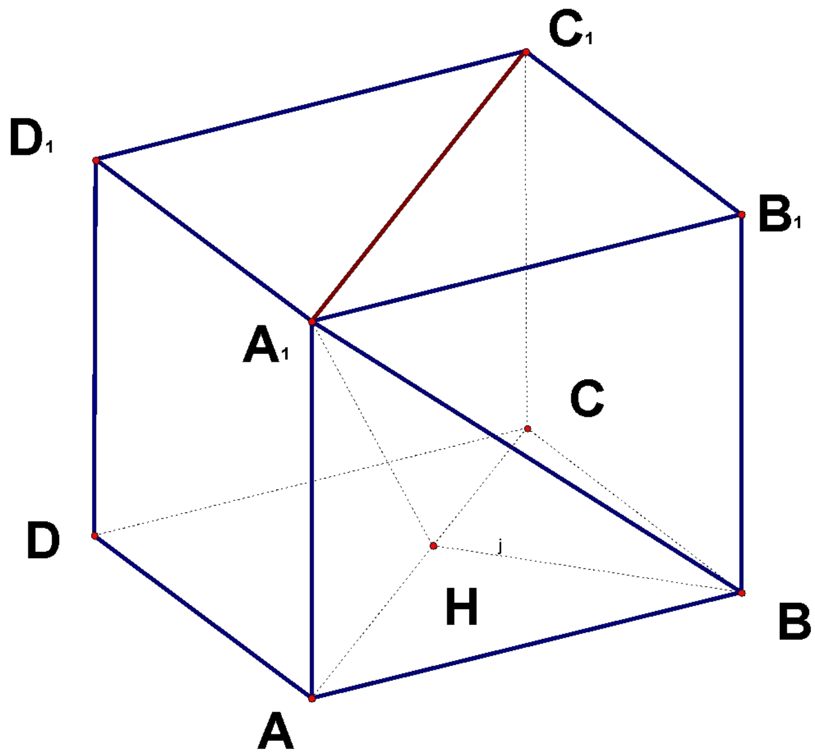
C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостью A_1BC и прямой BC_1, если $AA_1 = 8$, $AB = 6$, $BC = 15$.

РЕШЕНИЕ



Из точки B проведем перпендикуляр BH к AC. A_1H – проекция A_1B на плоскость AA_1C. Значит, нужно найти угол BA_1H.





В прямоугольном треугольнике ABC находим: $BH = 2\sqrt{2}$.

В прямоугольном треугольнике A_1AB находим: $A_1B = 5$.

В прямоугольном треугольнике A_1HB находим: $\sin A_1 = \dfrac{BH}{A_1B} = \dfrac{2\sqrt{2}}{5}$.

Задача 1:

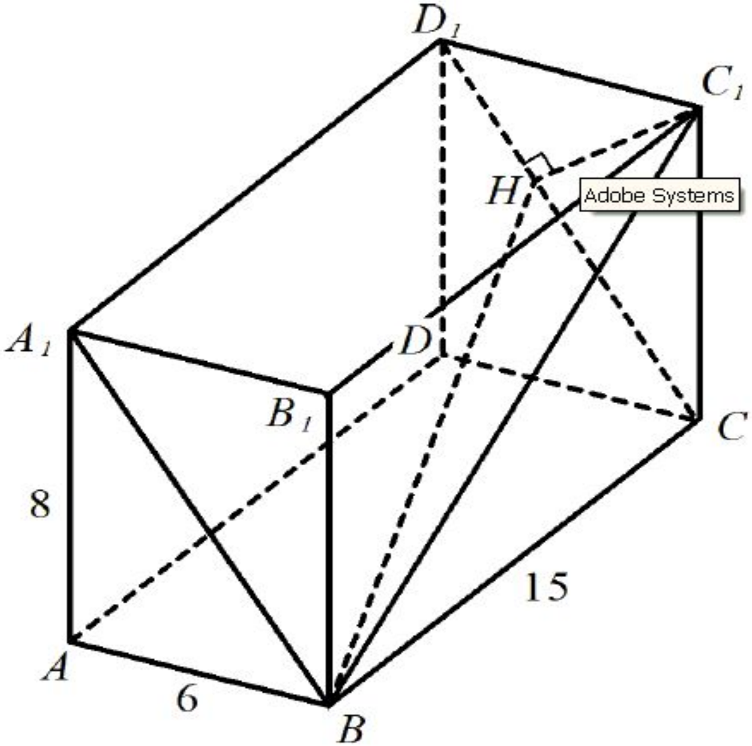
Из точки проведены к плоскости две наклонные, образующие с плоскостью углы в $30°$.

Найти расстояние между точками пересечения наклонных с плоскостью, если расстояние от исходной точки до плоскости равно 10, а угол между проекциями наклонных равен $120°$.

Задача 2:

В треугольнике *ABC* угол *C* - прямой, *AB*=36, гипотенуза составляет угол 60° с плоскостью, содержащей *AC*. Какова наибольшая возможная длина *AC* ?

C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостью A_1BC и прямой BC_1, если $AA_1 = 8$, $AB = 6$, $BC = 15$.



Сечение плоскостью A_1BC есть прямоугольник A_1BCD_1.

Из точки C_1 проведем перпендикуляр C_1H к CD_1. BH – проекция BC_1 на плоскость A_1BC. Значит, нужно найти угол C_1BH.

В прямоугольном треугольнике D_1C_1C находим: $C_1H = \dfrac{D_1C_1 \cdot C_1C}{D_1C} = \dfrac{24}{5}$.

В прямоугольном треугольнике BCC_1 находим: $BC_1 = 17$.

В прямоугольном треугольнике C_1HB находим: $\sin B = \dfrac{C_1H}{BC_1} = \dfrac{24}{85}$.

Ответ: $\arcsin\dfrac{24}{85}$.