

24.04.2020

ТЕМА

Основы теории «непоршневого» вытеснения нефти водой

Модель «поршневого» вытеснения нефти водой позволяет рассчитать показатели разработки, близкие к реальным, только в том случае, если она сочетается с моделью слоисто-неоднородного пласта. Эта же модель, если рассматривать её в сочетании с моделью однородного пласта, слишком упрощённо отражает картину разработки нефтяных месторождений с заводнением. В предположении, что пласт однороден, при использовании такой модели неизбежен вывод, что разработка месторождения может полностью осуществляться без добычи воды. Это противоречит фактическим данным.

Рассмотрим другую модель – модель «непоршневого» вытеснения нефти водой, авторами которой являются американские исследователи Бакли и Леверетт.

1. Дифференциальные уравнения двухфазной фильтрации жидкостей

При постановке гидродинамических задач «непоршневого» вытеснения нефти водой в систему дифференциальных уравнений фильтрации входят уравнение неразрывности потока (баланса массы вещества в сплошной проводящей среде) и уравнения движения. Если рассматривается фильтрация однофазной жидкости, то уравнение неразрывности потока в случае линейной геометрии течения имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot m)}{\partial t} = 0 .$$

Однако в нефтяных пластах, разрабатываемых при водонапорном режиме, вода редко заполняет полностью область, первоначально занятую нефтью. В этой области, как правило, происходит совместное движение двух жидкостей – вторгшейся воды и оставшейся, постепенно вымываемой нефти.

Рассматривая баланс вытесняющей жидкости (воды) в элементарном объёме пласта, записывают уравнение неразрывности водной фазы:

$$\frac{\partial v_e}{\partial x} + m \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (1.1)$$

где S – насыщенность элемента пористой среды водой.

В свою очередь, уравнение неразрывности нефтяной фазы:

$$\frac{\partial v_n}{\partial x} - m \frac{\partial S}{\partial t} = 0. \quad (1.2)$$

Складывая уравнения, получают:

$$\frac{\partial}{\partial x} (v_B + v_N) = 0.$$

Таким образом, суммарная скорость фильтрации нефти и воды ($v = v_B + v_N$) не изменяется по координате x , поскольку нефть и воду можно считать несжимаемыми жидкостями.

Дифференциальные уравнения движения представляют собой математическое выражение закона фильтрации Дарси, и в случае линейного «непоршневого» вытеснения нефти водой приобретают вид:

$$\begin{cases} v_{\text{H}} = -\frac{k \cdot k_{\text{H}}(S)}{\mu_{\text{H}}} \cdot \frac{\partial P_{\text{H}}}{\partial x}, \\ v_{\text{B}} = -\frac{k \cdot k_{\text{B}}(S)}{\mu_{\text{B}}} \cdot \frac{\partial P_{\text{B}}}{\partial x}, \end{cases} \quad (1.3)$$

где $k_{\text{H}}(S)$, $k_{\text{B}}(S)$ – относительные проницаемости для нефти и воды, зависящие от водонасыщенности S ; P_{H} , P_{B} – давления в нефти и воде.

Давления в фазах не совпадают из-за действия поверхностного натяжения и связаны равенством:

$$P_{\text{H}} - P_{\text{B}} = P_{\text{K}},$$

где P_{K} – капиллярное давление, или капиллярный «скачок».

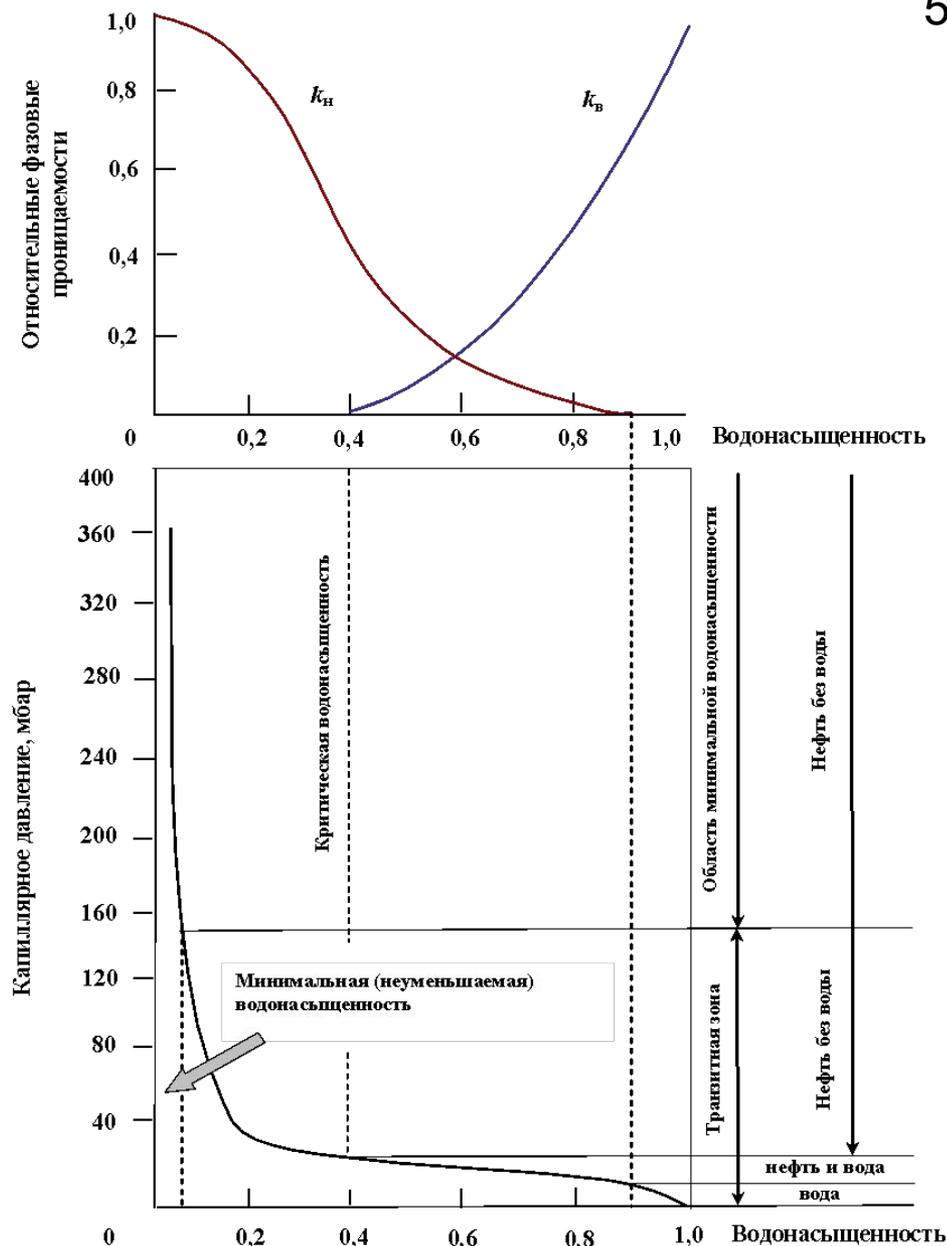
Модель Бакли-Лeverетта в микро-скопическом масштабе керна пренебрегает капиллярным давлением, а также гравитационными эффектами. Считается, что капиллярность косвенно влияет на форму кривых относительных фазовых проницаемостей.

Уравнения (1.1)-(1.3) образуют замкнутую систему, которую можно свести к одному уравнению для насыщенности. Из системы уравнений (1.3) следует:

$$v = v_H + v_B = -\frac{\partial P}{\partial x} \left[\frac{k \cdot k_H(S)}{\mu_H} + \frac{k \cdot k_B(S)}{\mu_B} \right],$$

откуда

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{v}{k \cdot \left[\frac{k_H(S)}{\mu_H} + \frac{k_B(S)}{\mu_B} \right]}.$$



Подстановкой полученного выражения во второе уравнение системы (1.3) получают:

$$v_B = v \cdot f(S), \quad (1.4)$$

где $f(S)$ – функция Бакли-Левретта (функция фракционного потока):

$$f(S) = \frac{k_B(S)}{k_B(S) + \frac{\mu_B}{\mu_H} \cdot k_H(S)}. \quad (1.5)$$

Как и относительные фазовые проницаемости (ОФП), функция Бакли-Левретта – это ещё один базовый элемент концепции водонапорного режима. В отличие от ОФП данная функция непосредственно характеризует эффективность заводнения.

Физический смысл функции Бакли-Левретта заключается в том, что **она равна объёмной доле воды в суммарном потоке фильтрующихся фаз**. В силу этого данную функцию часто называют обводнённостью пласта, хотя термин «обводнённость» в основном употребляется по отношению к воде, поступающей из скважины или из выходного сечения керна при экспериментальном исследовании.

Из уравнения (1.4), дифференцируя v_B по x , получают:

$$\frac{\partial v_B}{\partial x} = v \cdot f'(S) \frac{\partial S}{\partial x} \quad (1.6)$$

После подстановки уравнения (1.6) в уравнение (1.1) получают одно дифференциальное уравнение, которое называется **уравнением насыщенности**:

$$v \cdot f'(S) \frac{\partial S}{\partial x} + m \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (1.7)$$

Решение уравнения (1.7) имеет вид:

$$x = x(S, 0) + \frac{v \cdot t}{m} f'(S), \quad (1.8)$$

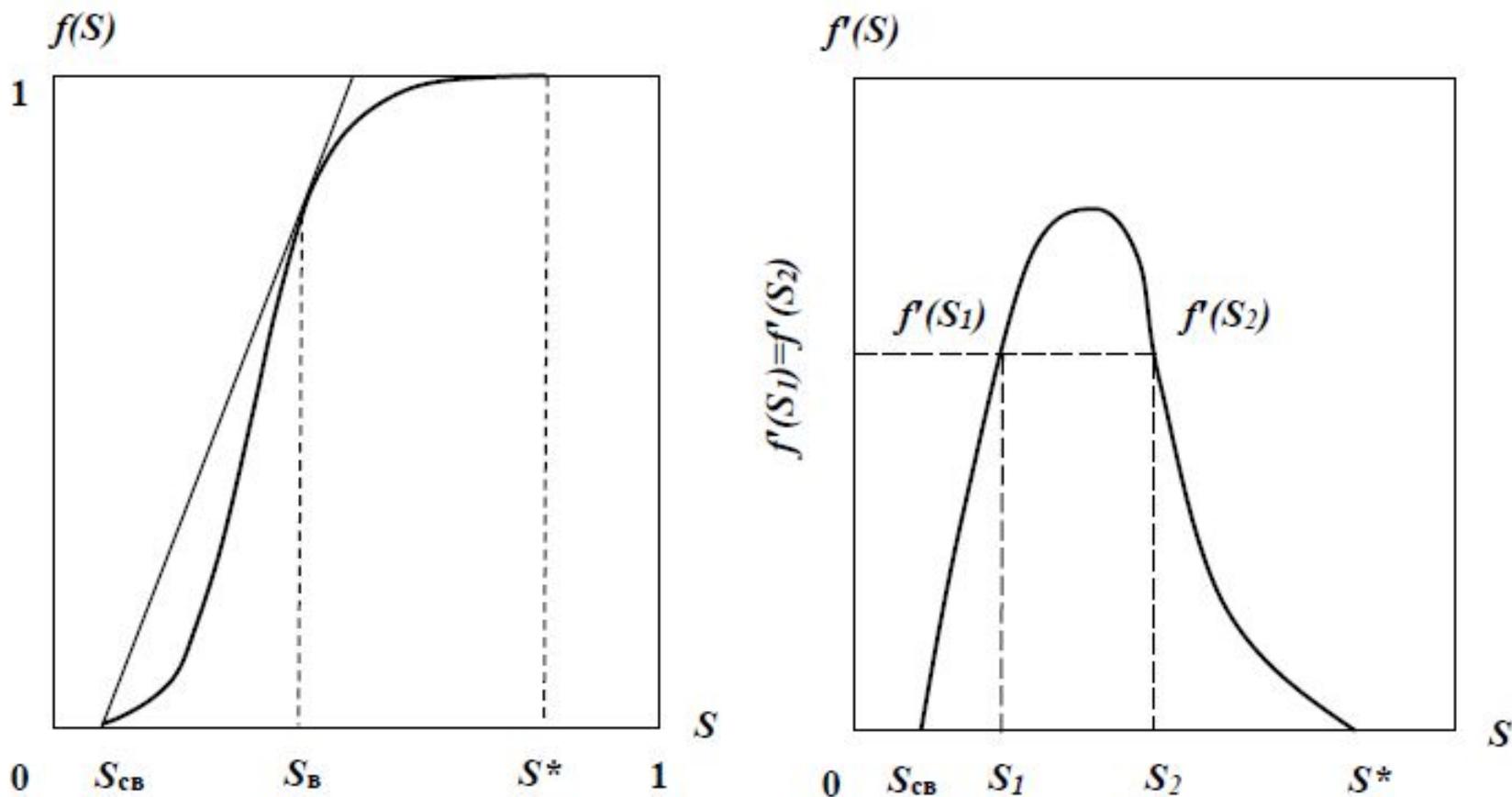
где $x(S, 0)$ – первоначальное распределение насыщенности при $t=0$.

Зная положение точки с насыщенностью S в момент $t=0$, можно из уравнения (1.8) определить ее положение в любой момент времени $t>0$.

Из этого выражения следует, что

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{v}{m} \cdot f'(S) \quad \text{Таким образом, } \frac{v}{m} \cdot f'(S) \quad \text{есть скорость распространения насыщенности заданной величины } S.$$

Вид кривых $f(S)$ и $f'(S)$ схематично представлен на графиках.



Следует подчеркнуть, что подобные изображения соответствуют относительному коэффициенту подвижности $M > 1$.

$$M = k'_B \mu_H / k'_H \mu_B . \quad k'_B, k'_H - \text{максимальные относительные фазовые проницаемости: } k'_H = k_H(S_{CB}); k'_B = k_B(S^*).$$

Для данного типа вытеснения кривая Бакли-Левверетта на всей подвижной области насыщения (между точками S_{CB} и S^*) имеет выпуклость вверх, и к ней можно провести касательную из точки $S=S_{CB}$. Полученная точка отвечает значению насыщенности на фронте вытеснения $S=S_B$. При этом же значении насыщенности происходит прорыв воды в момент, когда закачиваемая вода впервые достигает выходного сечения керна.

Графическое изображение производной $f'(S)$ не является монотонным и содержит противоречие физической картине фильтрации. Из построения следует, что существуют две насыщенности - низкая S_1 и высокая S_2 , распространяющиеся с одинаковой скоростью:

$$\frac{v}{m} \cdot f'(S_1) = \frac{v}{m} \cdot f'(S_2).$$

Это означает, что обе насыщенности могут одновременно достигать одной и той же отметки в образце керна, что физически невозможно.

Распределение насыщенности, как показано на следующем рисунке, становится многозначным.

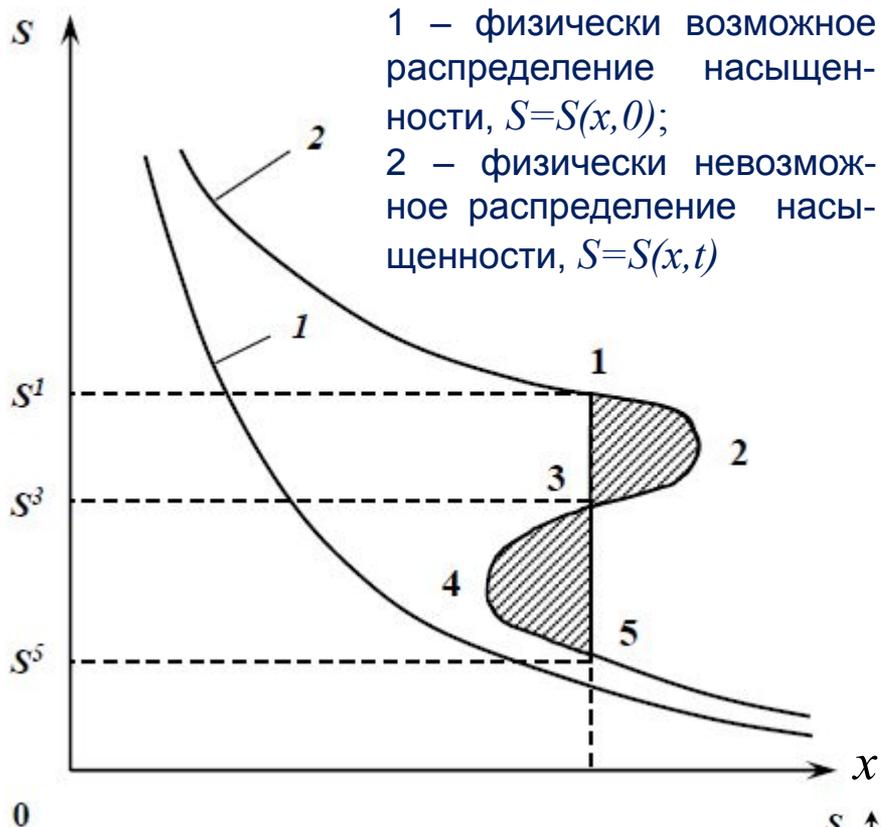
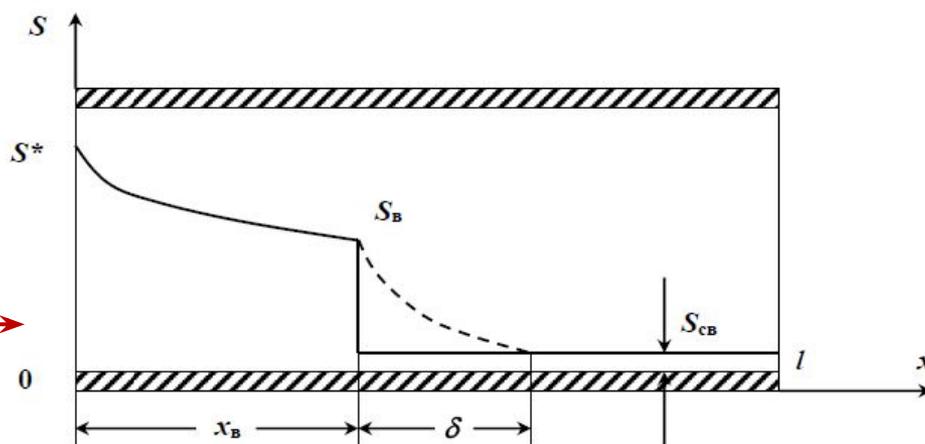


График $S(x,t)$ оказывается неоднозначным в части 1-2-3-4-5. На выделенном участке одному и тому же значению x соответствуют три значения насыщенности S^1, S^3, S^5 , что физически абсурдно, так как в каждом сечении в каждый момент времени должна существовать только одна насыщенность. Данная многозначность устраняется введением **«скачка насыщенности»** – ступенчатый прямолинейный участок 1-3-5.

«Скачок насыщенности»
 на схеме протяжённого
 элемента пласта



В действительности математический «скачок насыщенности» не имеет места. Существует некоторая конечная длина δ , на которой насыщенность плавно снижается от S_e до S_{ce} . Размеры стабилизированной зоны δ зависят от капиллярных эффектов, которые модель Бакли-Лeverетта не учитывает. Отсюда, по одной из версий, и возникновение «скачка».

2. Расчёт показателей разработки однородного пласта с линейной и радиальной геометрией потока

Главной целью изучения водонапорного режима независимо от уровня используемой гидродинамической модели является **определение динамики обводнённости и коэффициента нефтеизвлечения.**

Линейное вытеснение

На основе решения дифференциального уравнения насыщенности производят следующие расчёты:

а) находят распределение водонасыщенности в протяжённом пласте при $0 \leq x \leq x_B$, где x_B – координата фронта вытеснения, используя соотношение:

$$f'(S) = \frac{m \cdot b \cdot h \cdot x}{Q(t)}, \quad b, h - \text{геометрические параметры элемента пласта (ширина и толщина расчётного блока); } Q(t) - \text{суммарный объём воды, закачанной в пласт к моменту времени } t$$

б) определяют водонасыщенность на фронте вытеснения нефти водой, то есть при $x=x_B$, а также соответствующее значение функции Бакли-Левретта и её производной:

$$f'(S_B) = \frac{f(S_B)}{S_B - S_{CB}};$$

в) рассчитывают время начала обводнения продукции пласта:

$$t^* = \frac{m \cdot b \cdot h \cdot l}{q \cdot f'(S_B)} = \frac{V_{\Pi}}{q \cdot f'(S_B)},$$

где V_{Π} – заводнённый объем пор пласта; q – расход закачиваемой воды в единицу времени;

г) для определения показателей разработки пласта или его элемента в водный период эксплуатации, то есть при $t > t^*$, используют соотношение:

$$\frac{f'(\bar{S})}{f'(S_B)} = \frac{t^*}{t},$$

с помощью которого, имея график функции $f'(S)$, зная t^* и $f'(S_B)$, для различных моментов t рассчитывают $f'(\bar{S})$, а затем по графику находят значения водонасыщенности \bar{S} после прорыва закачиваемой воды в зону отбора;

д) по графику функции Бакли-Левретта определяют значение $f(\bar{S})$, соответствующее обводнённости продукции пласта, а затем из условия равенства расхода закачиваемой воды и добычи жидкости в единицу времени – дебиты воды и нефти, накопленную добычу нефти $Q_H(t)$ и коэффициент нефтеизвлечения как отношение $Q_H(t)$ к начальным запасам нефти в элементе пласта;

е) рассчитывают безводный коэффициент вытеснения нефти с помощью соотношения:

$$\eta_{б.в.} = \frac{S_B - S_{св}}{1 - S_{св}} = \frac{1 - f(S_{св})}{f(S_B) - f(S_{св})}.$$

С увеличением μ_B/μ_H кривая $f(S)$ сдвигается вправо, возрастает S_e и, соответственно, увеличивается $\eta_{б.в.}$. Иными словами, с увеличением вязкости воды и (или) с уменьшением вязкости нефти эффективность процесса вытеснения повышается. Этому способствует, например, применение пен и загустителей, повышающих вязкость воды, или тепловых методов, уменьшающих вязкость нефти.

Радиальное вытеснение

Дифференциальные уравнения радиальной фильтрации нефти и воды в модели «непоршневого» вытеснения записываются следующим образом:

уравнение неразрывности водной фазы

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(v_{\text{В}} \cdot r)}{\partial r} + m \cdot \frac{\partial S}{\partial t} = 0;$$

уравнение неразрывности нефтяной фазы

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(v_{\text{Н}} \cdot r)}{\partial r} - m \cdot \frac{\partial S}{\partial t} = 0;$$

уравнения движения

$$\begin{cases} v_{\text{Н}} = \frac{k \cdot k_{\text{Н}}(S)}{\mu_{\text{Н}}} \cdot \frac{\partial P_{\text{Н}}}{\partial r}, \\ v_{\text{В}} = \frac{k \cdot k_{\text{В}}(S)}{\mu_{\text{В}}} \cdot \frac{\partial P_{\text{В}}}{\partial r}; \end{cases}$$

уравнение насыщенности

$$v(t) \cdot f'(S) \cdot \frac{\partial S}{\partial r} + m \cdot \frac{\partial S}{\partial t} = 0$$

или

$$\frac{q(t) \cdot f'(S)}{2\pi \cdot r \cdot h} \cdot \frac{\partial S}{\partial r} + m \cdot \frac{\partial S}{\partial t} = 0;$$

решение уравнения
насыщенности

$$r = r(S, 0) + \frac{v(t) \cdot t}{m} \cdot f'(S) \quad \text{или} \quad \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{v(t)}{m} \cdot f'(S).$$

Расчёт динамики обводнённости и показателей разработки элемента пласта с радиальной геометрией течения осуществляется аналогично случаю линейного вытеснения нефти водой. По-иному записываются:

уравнение в п. а), которое позволяет определить расстояние от входа в пласт для заданного значения водонасыщенности или найти распределение водонасыщенности при $0 \leq r \leq r_B$:

$$f'(S) = \frac{m \cdot \pi \cdot h \cdot r^2}{Q(t)}.$$

выражение в п. в), с помощью которого определяют время начала обводнения добываемой продукции:

$$t^* = \frac{\pi \cdot h \cdot r_K^2 \cdot m}{q \cdot f'(S_B)},$$

где r_K – радиальная координата границы отбора жидкости.

3. Модель вытеснения Рапопорта-Лиса. Метод J -функции

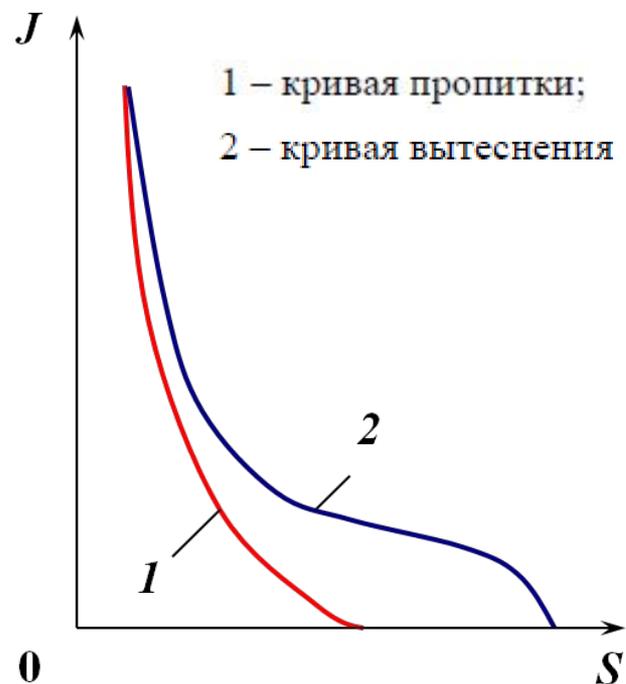
Вытеснение нефти водой можно рассматривать в капиллярном масштабе на уровне изображений, получаемых с помощью электронного микроскопа. В процессе наблюдений за поведением углеводородной и водной фаз в поровых каналах изучаются капиллярные эффекты (эффекты смачиваемости). Для описания процесса заводнения в макроскопических сегментах пласта требуется отразить понятие смачиваемости в гидродинамических уравнениях. Количественное представление о вытеснении с учётом эффектов капиллярной пропитки и гравитации реализовано в модели Рапопорта-Лиса (Rapoport L.A., Leas W.J., 1953 г.). Её отличительная черта – учёт капиллярного «скачка» давления P_K , которое задаётся в виде эмпирической функции насыщенности:

$$P_K(S) = P_H - P_B = \alpha_{\Pi} \cdot \cos \theta \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot J(S), \quad (3.1)$$

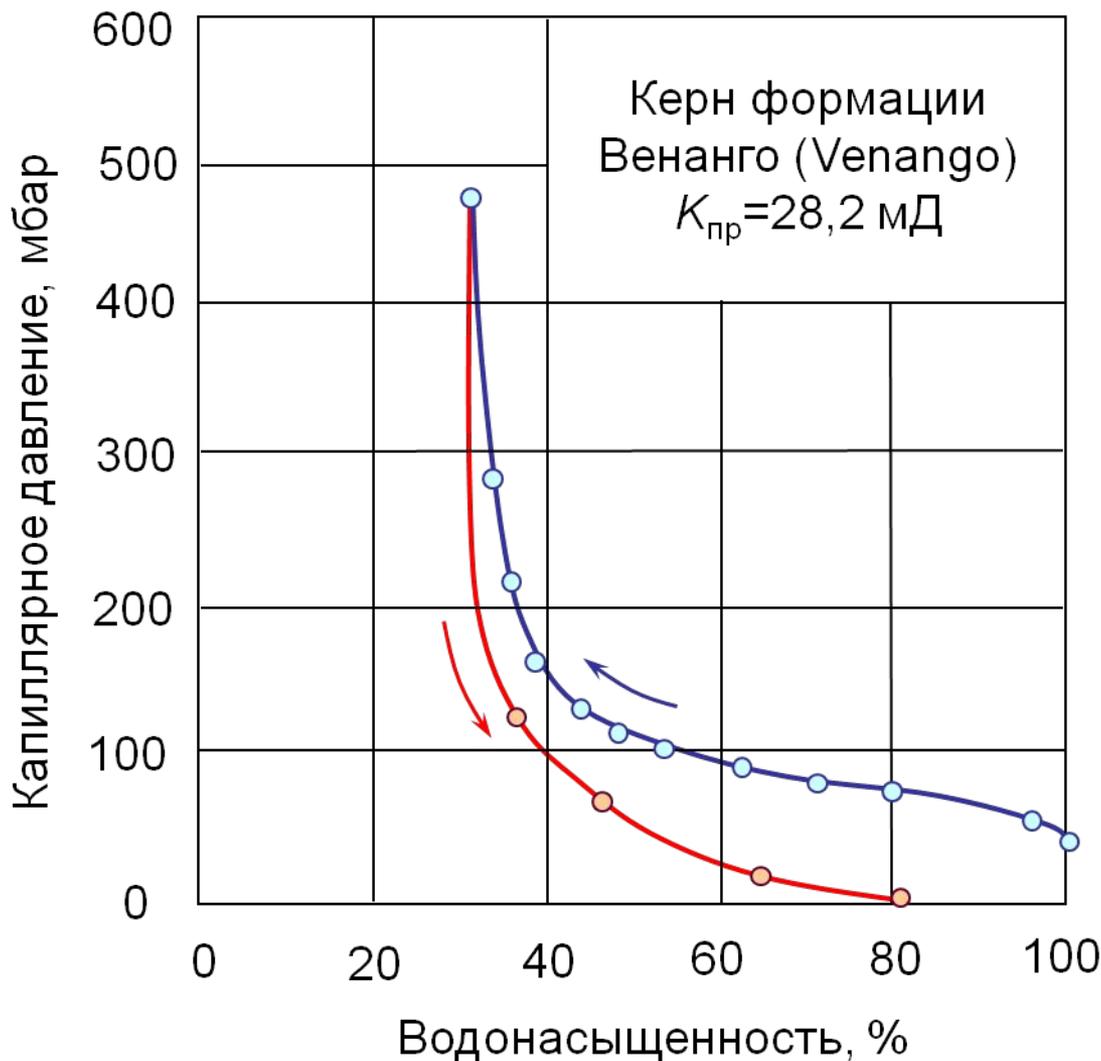
где α_{Π} – коэффициент межфазного поверхностного натяжения; θ – статический краевой угол смачивания между жидкостью и породой; $J(S)$ – безразмерная функция Леверетта.

Капиллярное давление выражает разность давлений в смачивающей и несмачивающей фазах и направлено в сторону несмачивающей фазы. Под действием капиллярного давления смачивающая фаза может **самопроизвольно впитываться** в пористую среду, вытесняя из неё несмачивающую фазу. Это явление называется капиллярной пропиткой. Капиллярные силы оказывают существенное влияние на процесс вытеснения нефти водой только при малых размерах области фильтрации и низких скоростях движения жидкостей, что в ряде случаев даёт основание пренебрегать ими с целью упрощения расчётов.

Безразмерная J -функция была выведена Левереттом при попытках построения универсальной кривой капиллярного давления. При заданной насыщенности значение $J(S)$ остаётся одинаковым для всех пород независимо от их индивидуальных характеристик, поэтому график зависимости $J(S)$ для всех пород одинаков.



Поведение капиллярного давления в сильно гидрофильной породе



Если образец сильно гидрофильной породы с 30%-й водонасыщенностью погрузить в воду, то при пропитывании породы водой нефтяная фаза будет вытесняться, и в результате нефть останется только на отдельных участках поверхности породы. При водонасыщенности около 80% достигается капиллярное равновесие, и капиллярное давление становится равным нулю. Процесс пропитывания требует много времени.

Дренирование — это вытеснение воды в результате последовательного увеличения давления нефти как несмачивающей фазы. При дренировании поверхность раздела фаз имеет другие радиусы кривизны, а несмачивающий флюид — большую гидравлическую связанность в поровом пространстве, что приводит к гистерезису.

Изменение кривой J -функции в разнонаправленных процессах капиллярной пропитки и напорного вытеснения (дренирования) носит **гистерезисный характер**. Если экспериментальные данные по измерению капиллярного давления в процессе пропитывания отсутствуют, его можно рассчитать, используя выражение:

$$P_K(S) = \alpha_{\Pi} \cdot \cos \theta \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot (1 - S_D)^2,$$

где $S_D = (S - S_{ce}) / (S^* - S_{ce})$.

В случае однонаправленного линейного процесса совместной фильтрации нефти и воды дифференциальные уравнения движения запишутся в виде:

$$\begin{cases} v_H = -\frac{k \cdot k_H(S)}{\mu_H} \cdot \left(\frac{\partial P_H}{\partial x} + \rho_H g \right), \\ v_B = -\frac{k \cdot k_B(S)}{\mu_B} \cdot \left(\frac{\partial P_B}{\partial x} + \rho_B g \right). \end{cases}$$

Уравнение неразрывности для водной фазы: $\frac{\partial v_B}{\partial x} + m \cdot \frac{\partial S}{\partial t} = 0$

Путём объединения данных уравнений, а также с учётом выражения (3.1) получают дифференциальное уравнение для определения насыщенности:

$$m \cdot \frac{\partial S}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial f(S)}{\partial x} + \frac{k}{\mu_{\text{H}}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[k_{\text{H}}(S) \cdot \left(P_{\text{K}}' \frac{\partial S}{\partial x} + \Delta \rho \cdot g \right) \cdot f(S) \right] = 0.$$

Для удобства вычислений вводят безразмерные независимые переменные:

$$\begin{array}{ccc} \text{безразмерная} & \leftarrow & \xi = \frac{x}{L} \quad \text{И} \quad \tau = \frac{v \cdot t}{m \cdot L} \quad \rightarrow & \text{безразмерное} \\ \text{координата} & & & \text{время} \end{array}$$

В этом случае уравнение насыщенности принимает вид:

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} + \frac{\partial f(S)}{\partial \xi} + A_{\text{g}} \frac{\partial}{\partial \xi} [k_{\text{H}}(S) f(S)] + A_{\text{K}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[k_{\text{H}}(S) \cdot f(S) \cdot J'(S) \frac{\partial S}{\partial \xi} \right] = 0,$$

где $A_{\text{g}} = \frac{k \cdot \Delta \rho \cdot g}{\mu_{\text{H}} \cdot v}$ - характеризует отношение силы тяжести к силам вязкости,

$A_{\text{K}} = \frac{\alpha_{\text{П}} \cdot \cos \theta \cdot \sqrt{mk}}{\mu_{\text{H}} \cdot v \cdot L}$ - характеризует отношение капиллярных сил к силам вязкости (гидродинамическим силам).

За рубежом в описаниях зависимости остаточной нефтенасыщенности от соотношения капиллярных сил и сил вязкости участвует безразмерное «капиллярное число»

$$N_{ca} = \frac{v \cdot \mu_B}{\sigma_{н.в.}} \quad \text{Мелроуз и Бранднер} \\ \text{(Melrose J.S., Brandner C.F.)}$$

модифицированное «капиллярное число»

$$N_{сам} = \frac{v \cdot \mu_B}{(S^* - S_{св}) \cdot \sigma_{н.в.} \cdot \cos \theta} \cdot \left(\frac{\mu_B}{\mu_H} \right)^{0,4} \quad \text{Абрамс (Abrams A.)}$$

или другие аналогичные соотношения.

Здесь v – скорость фильтрации в порах, м/с; μ_B – вязкость вытесняющей воды, мПа·с; $\sigma_{н.в.}$ – межфазное натяжение между нефтью и вытесняющей водой, мН/м, θ – угол смачивания.

Действие капиллярных сил при заводнении проявляется в основном вблизи фронта вытеснения, где градиенты насыщенности велики. Эти силы приводят к «размазыванию» фронта вытеснения нефти водой, поэтому при учёте капиллярных сил «скачок» насыщенности отсутствует, и насыщенность изменяется непрерывно.

4. Псевдоотносительные (осреднённые, интегральные) фазовые проницаемости

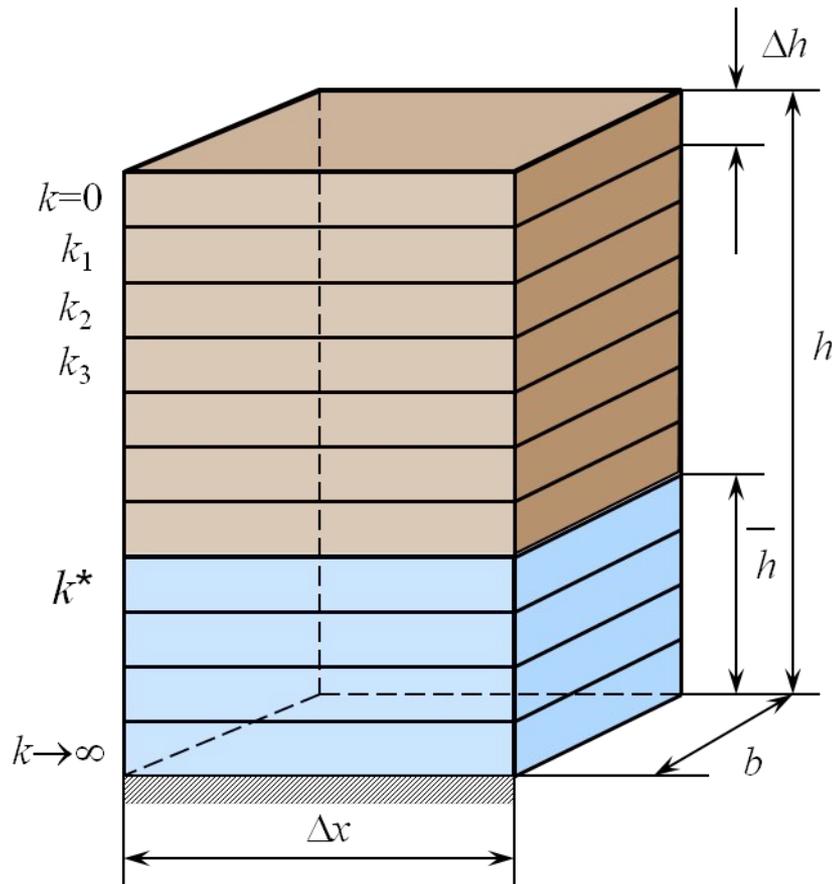
Доля запасов нефти, охваченных заводнением по разрезу продуктивного пласта, обусловлена неоднородностью пласта по вертикали, в частности, степенью изменчивости абсолютной проницаемости.

Распределение проницаемости по толщине пласта в масштабах месторождения оказывает наиболее существенное влияние на эффективность вытеснения нефти водой.

В слоисто-неоднородном пласте слои могут сообщаться (обмениваться жидкостями) друг с другом. В этом случае динамика фронта вытеснения зависит от взаимного расположения слоёв. Абсолютная проницаемость каждого слоя может изменяться по простиранию. Отдельные слои могут замещаться в пространстве слоями с иной проницаемостью, сливаться с ними или полностью выклиниваться. Чем выше степень случайности ФЕС, тем больше пласт похож на однородный.

Рассмотрим случай, когда значения проницаемости отдельных слоёв увеличиваются в направлении сверху вниз. При этом основная масса закачиваемой воды под действием силы тяжести и в соответствии с законом Дарси проникает в пласт у основания сегмента.

В расчётах процесса заводнения подобные пласты можно моделировать однородным пластом с осреднённой абсолютной проницаемостью и псевдоотносительными фазовыми проницаемостями (псевдо ОФП) для насыщающих флюидов. Охарактеризуем способ получения интегральных псевдо ОФП, в расчёте которых участвует **статистическая функция плотности распределения проницаемости $f(k)$** .



В.А. Ольховская, СамГТУ

На рисунке показан элементарный объём протяжённого пласта длиной Δx , общей толщиной h и шириной b , состоящий из набора слоёв с абсолютной проницаемостью, распределение которой подчиняется определённому вероятностно-статистическому закону (лог-нормальному, гамма-распределению, распределениям Максвелла, Саттарова и т. п.). Слой с самой высокой абсолютной проницаемостью находится в нижней части элемента, а слой с наименьшей проницаемостью – в верхней. Так как Δx мало, вода последовательно и мгновенно заполняет каждый слой, начиная с нижнего, полностью вытесняя подвижную нефть.

Таким образом, в какой-то момент времени оказывается, что из слоёв с суммарной толщиной \bar{h} произошло вытеснение нефти, и в них фильтруется только вода. В этих слоях, в соответствии с моделью «поршневого» вытеснения, осталась неизвлекаемая нефть с остаточной нефтенасыщенностью $S_{\text{н.ост}}$. В остальных слоях содержатся нефть и связанная вода.

Расход воды $\Delta q_{\text{в}}$, поступающей в единичный слой толщиной Δh , может быть определён по закону Дарси:

$$\Delta q_{\text{в}} = \frac{k \cdot (1 - S_{\text{н.ост}} - S_{\text{св}})}{\mu_{\text{в}}} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \cdot b \cdot \Delta h .$$

Соответственно, полный расход воды, поступившей во все обводнившиеся слои толщиной \bar{h} , составит:

$$q_{\text{в}} = \frac{b}{\mu_{\text{в}}} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \int_0^{\bar{h}} k \cdot (1 - S_{\text{н.ост}} - S_{\text{св}}) dh .$$

Если бы каждый слой содержал только воду, то расход через единичный слой был бы равен

$$\Delta \bar{q}_{\text{в}} = \frac{k}{\mu_{\text{в}}} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} b \cdot \Delta h .$$

Соответственно, если бы весь пласт был насыщен водой, то суммарный расход закачиваемой воды составил бы

$$\bar{q}_B = \frac{b}{\mu_B} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \int_0^h k dh .$$

Можно обозначить псевдоотносительную проницаемость для воды \bar{k}_e и определить её как отношение текущего расхода воды через элемент пласта с учётом остаточной нефти к общему расходу воды через элемент пласта при условии полного насыщения его водой:

$$\bar{k}_B = \frac{q_B}{\bar{q}_B} = \frac{\int_0^{\bar{h}} k \cdot (1 - S_{H.ост} - S_{св}) dh}{\int_0^h k dh} .$$

Учитывая вероятностно-статистическое распределение абсолютной проницаемости, то есть полагая

$$dh = h \cdot f(k) dk ,$$

из предыдущих формул получают:

$$\bar{k}_B = \frac{\int_0^{\infty} (1 - S_{\text{H.OCIT}} - S_{\text{CB}}) \cdot k \cdot f(k) dk}{\int_0^{\infty} k \cdot f(k) dk} ,$$

где $f(k)$ – функция (плотность) распределения проницаемости; k^* - проницаемость обводнившегося в данный момент слоя.

Аналогичным образом получают выражение интегральной псевдоотносительной проницаемости для нефти:

$$\bar{k}_H = \frac{\int_0^{k^*} k \cdot f(k) dk}{\int_0^{\infty} k \cdot f(k) dk} .$$

Псевдоотносительные проницаемости для нефти и воды зависят от псевдодонасыщенности \bar{S} , выражение для которой получают следующим образом.

Поровый объём ΔV_{Π} элемента пласта составляет:

$$\Delta V_{\Pi} = m \cdot b \cdot h \cdot \Delta x .$$

Объём связанной воды в необводнившихся слоях:

$$\Delta V_{\text{CB}} = m \cdot b \cdot \Delta x \int_{\frac{h}{h}}^h S_{\text{CB}} dh = m \cdot b \cdot \Delta x \cdot h \int_0^{k^*} S_{\text{CB}} \cdot f(k) dk .$$

Объём воды в обводнившихся слоях:

$$\Delta V_{\text{B}} = m \cdot b \cdot \Delta x \cdot h \int_{k^*}^{\infty} (1 - S_{\text{H.OCТ}}) \cdot f(k) dk .$$

Полный объём воды в элементе пласта: $\Delta \bar{V}_{\text{B}} = \Delta V_{\text{B}} + \Delta V_{\text{CB}} =$

$$= m \cdot b \cdot \Delta x \cdot h \cdot \left[\int_0^{\infty} S_{\text{CB}} \cdot f(k) dk + \int_{k^*}^{\infty} (1 - S_{\text{H.OCТ}} - S_{\text{CB}}) \cdot f(k) dk \right] .$$

Интегральная псевдонасыщенность, определённая как отношение полного объёма воды в элементе пласта к объёму порового пространства, таким образом, составит:

$$\bar{S} = \frac{\Delta \bar{V}_B}{\Delta V_{\Pi}} = \int_0^{\infty} S_{CB} \cdot f(k) dk + \int_{k^*}^{\infty} (1 - S_{H.OCT} - S_{CB}) \cdot f(k) dk$$

Зависимость псевдоотносительных фазовых проницаемостей от псевдонасыщенности графически может выглядеть так, как показано на рисунке. В случае возрастающей к подошве проницаемости кривая псевдо ОФП для воды выпуклая. Как уже отмечалось, ввиду действия гравитационных сил и высокой проницаемости в подошвенной части пласта вода продвигается в первую очередь по нижним слоям и охватывает верхние только после прокачки многих объёмов воды в единицах порового объёма. Фронт заводнения неустойчив, и это создаёт эффект «непоршневого» вытеснения в целом по пласту.

