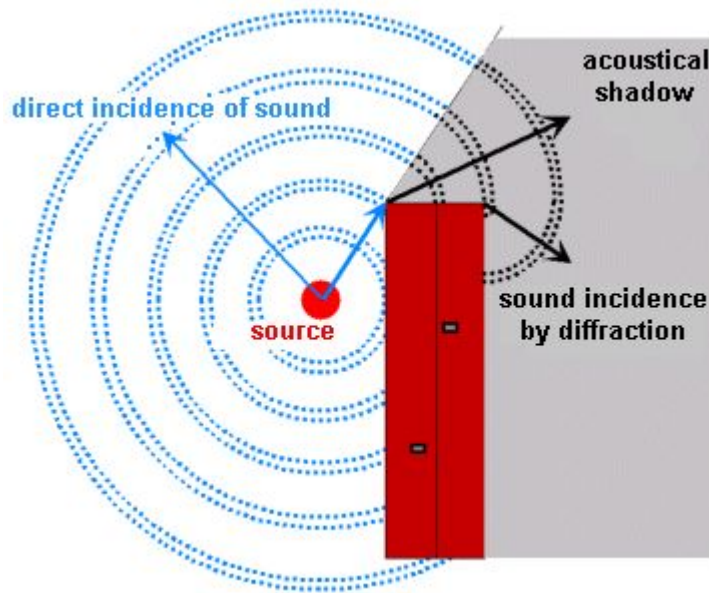


# Дифракция

*Дифракция Френеля*

# Дифракция света

Совокупность явлений, наблюдающихся при распространении света в среде с резкими неоднородностями. Но чаще всего, под дифракцией понимают огибание препятствий волнами.



В геометрической оптике, когда длина волны  $\lambda \rightarrow 0$ , дифракции нет вообще.

Дифракция наблюдается только когда длина волны  $\lambda$  – порядка размеров препятствия.

# ***Дифракция света***

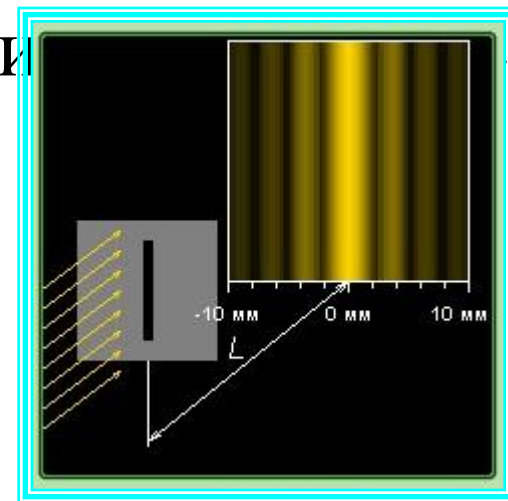
- приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. При этом образуется интерференционная картина. Т.е. дифракция света сопровождается интерференцией.

Интерферируют волны, обогнувшие препятствие .



- *Дифракционная картина* – система чередующихся светлых и темных колец, если препятствие круг или отверстие.

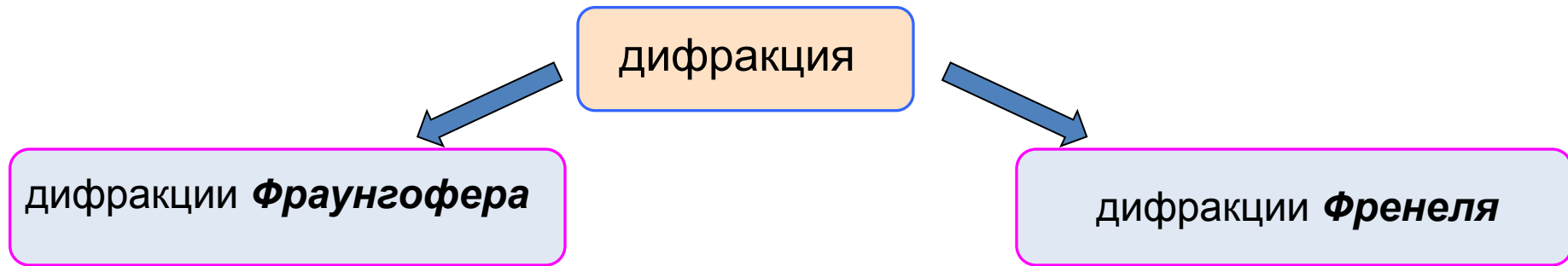
Если препятствие имеет линейный характер (щель, нить, край экрана), то на экране возникает система параллельных дифракционных максимумов.



Перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн от **конечного числа** дискретных источников, называется интерференцией.

Суперпозиция волн от источников, расположенных непрерывно – дифракция.

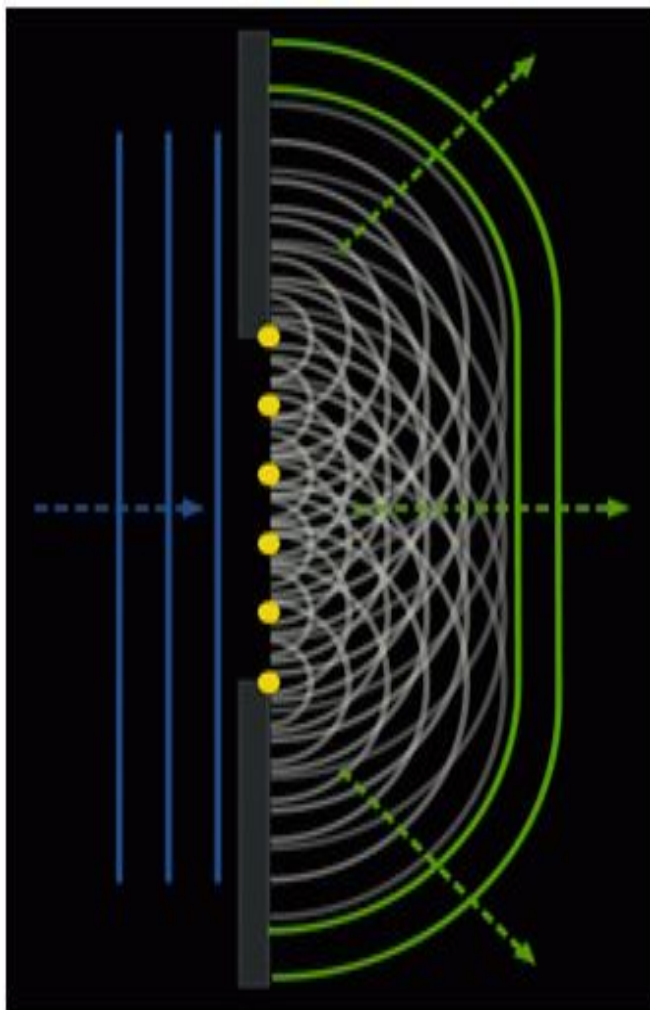
Перераспределение энергии является интерференционным, поэтому волны должны быть **когерентными** и для наблюдения **дифракции**.



если источник света и точка наблюдения расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствия и лучи, идущие в точку наблюдения, образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции в параллельных лучах

В случае расходящихся или сходящихся пучков света

# Принцип Гюйгенса



Каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн даёт положение волнового фронта в последующий момент времени

**Согласно принципу Гюйгенса**, световая волна встречает на своем пути препятствие, и мы можем найти волновой фронт в следующий момент времени. Источником вторичных волн будет открытая часть волнового фронта, поскольку через непрозрачную часть препятствия излучение не проходит.

Принцип Гюйгенса объясняет, почему свет огибает препятствия, но **не может объяснить** появление при этом интерференционной картины

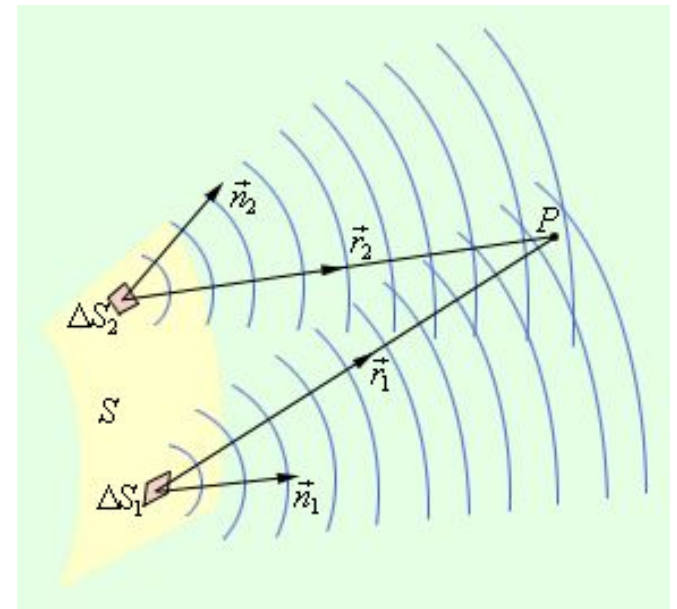
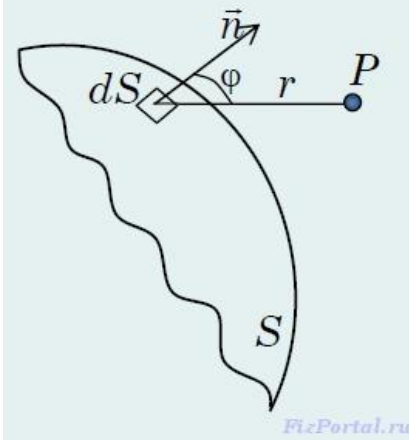
# Принцип Гюйгенса-Френеля

Френель дополнил принцип Гюйгенса методом расчета амплитуды результирующей волны в точке наблюдения.

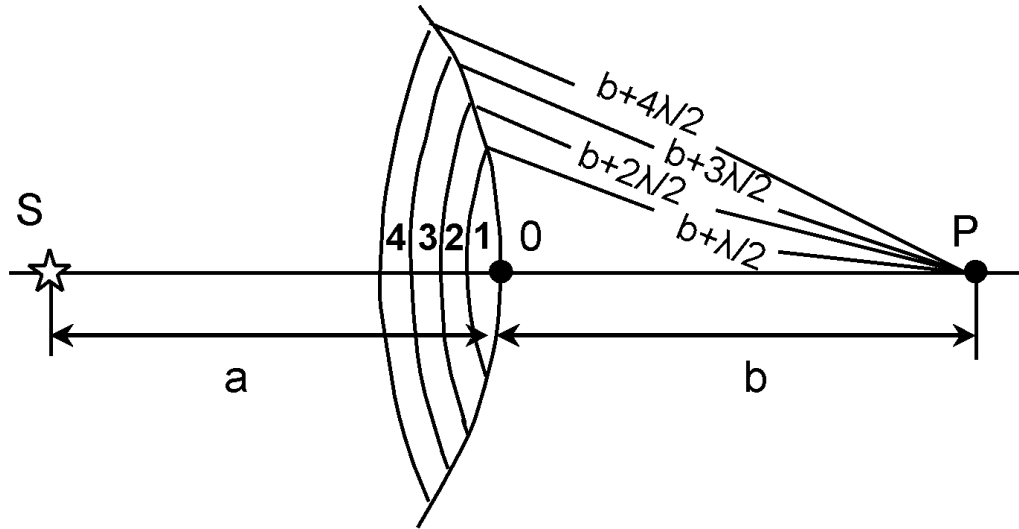
Согласно Френелю, световое поле в некоторой точке пространства является результатом интерференции вторичных источников.

Результирующее колебание в точке **P** представляет собой суперпозицию колебаний вторичных элементарных источников, взятых для всей поверхности **S** волнового фронта:

$$E = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS.$$



# Зоны Френеля



Интерференция волны от вторичных источников, расположенных на этой поверхности, определяет амплитуду в рассматриваемой точке  $P$ ,

т. е. необходимо произвести сложение когерентных колебаний от всех вторичных источников на волновой поверхности



# Зоны Френеля

Наименьшее расстояние от точки О до волновой поверхности В равно  $b$

**Первая зона** Френеля ограничивается точками волновой поверхности, расстояния от которых до точки Р равны:

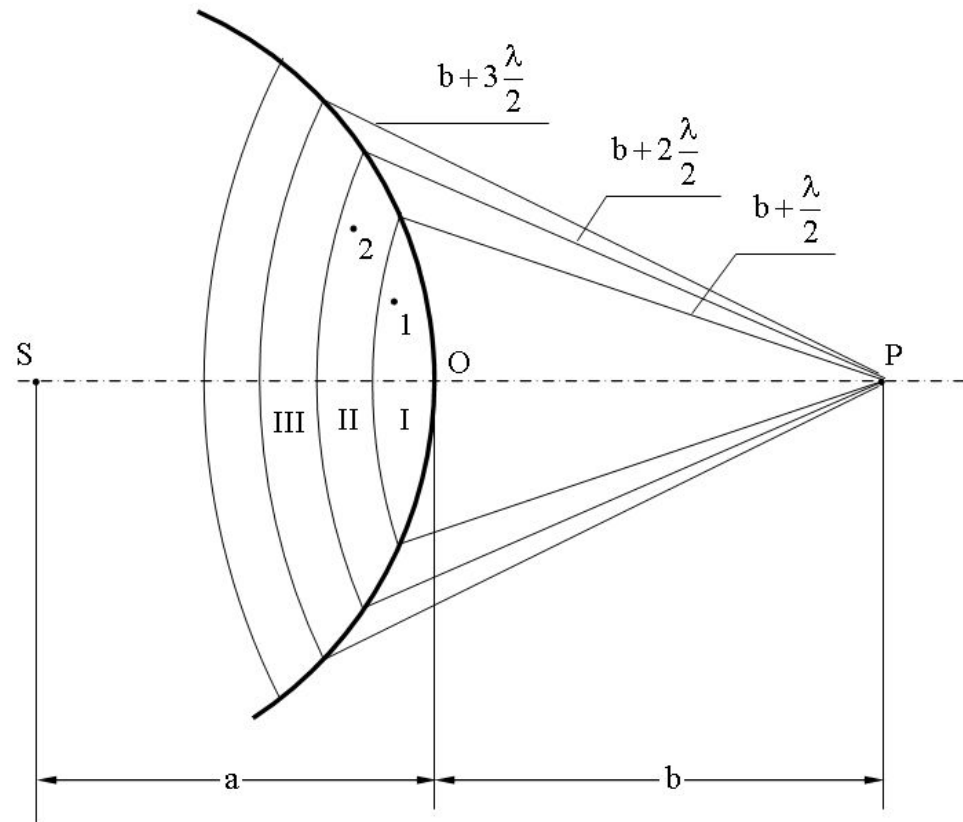
$$r_1 = b + \frac{\lambda}{2}$$

**Вторая зона:**

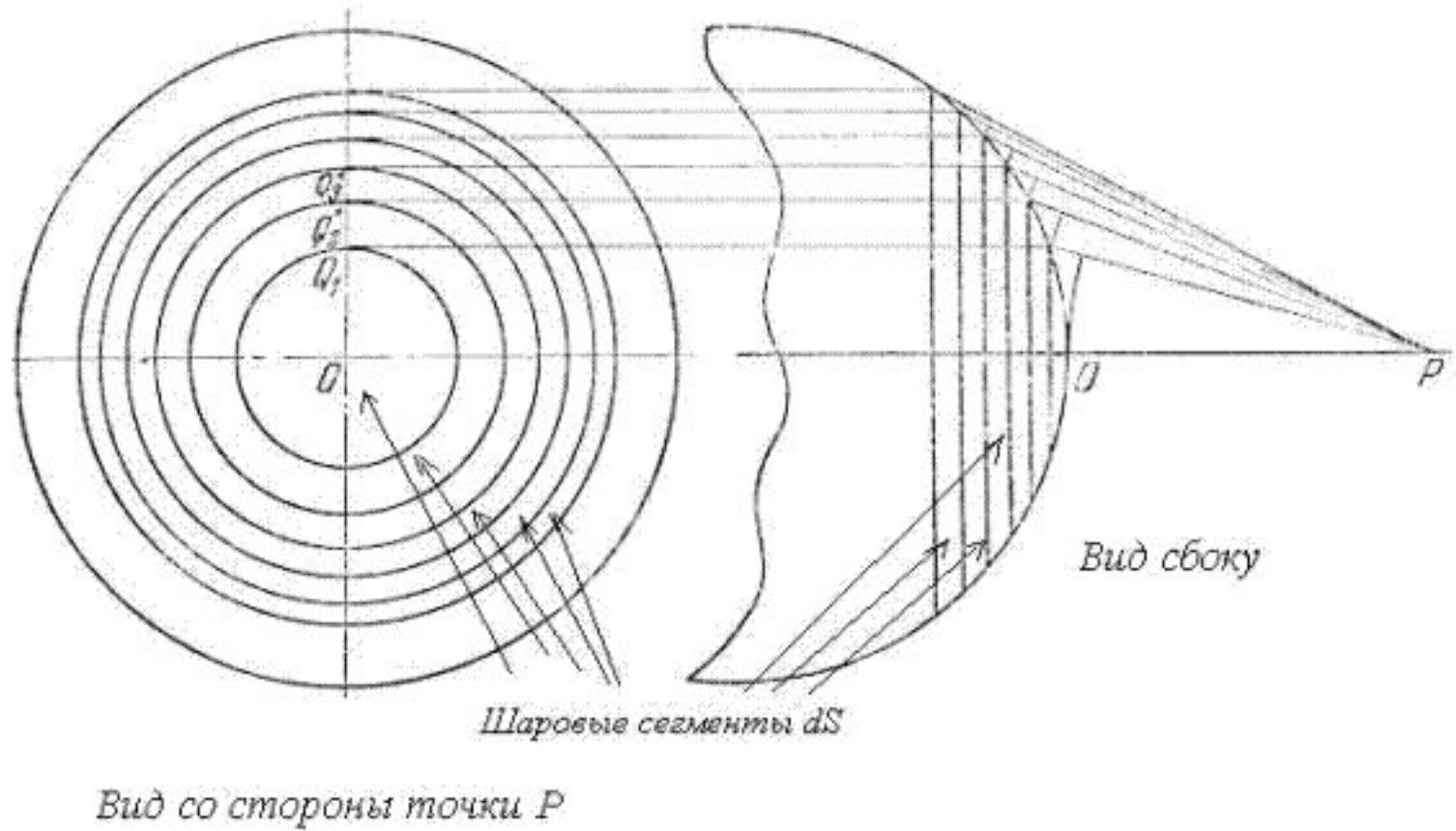
$$r_2 = b + \frac{\lambda}{2} = b + \lambda$$

$\lambda$  — длина световой волны

Аналогично определяются границы других зон



# Зоны Френеля из точки P



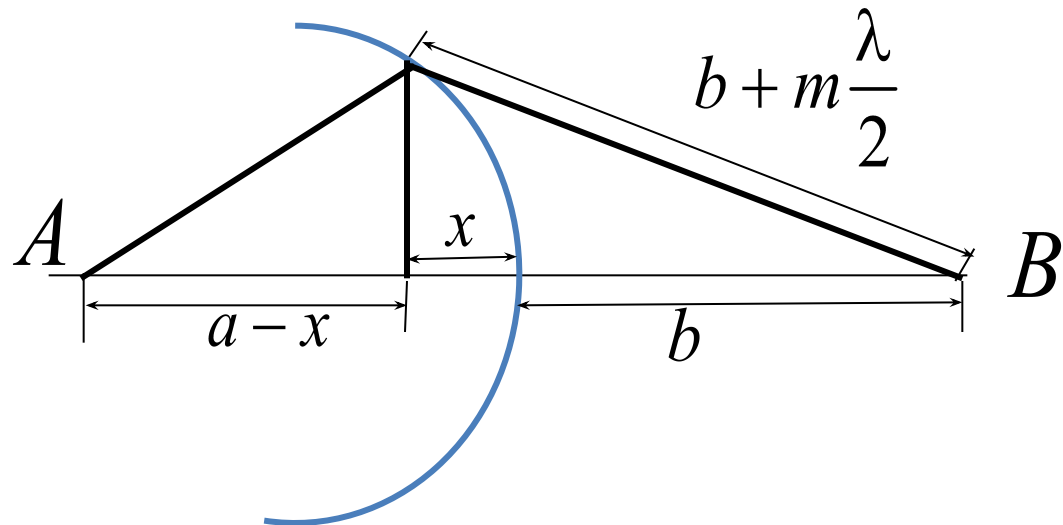
Вычислим размеры этих зон.

$$r_m^2 = a^2 - (a - x)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x)^2$$

$$a^2 - a^2 + 2ax - x^2 = b^2 + m\lambda b + m^2 \frac{\lambda^2}{4} - b^2 - 2bx - x^2$$

$$2ax + 2bx = m\lambda b$$

$$x_m = \frac{m\lambda b}{2(a + b)}$$



- Площадь  $S_m$  ( $m$ - сегмент)

$$S_m = 2\pi\alpha \cdot x_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b} m$$

$$S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b} (m-1)$$

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}$$

Если разность хода от двух соседних зон равна половине длины волны, то колебания от них приходят в точку  $P$  в противоположных фазах и наблюдается интерференционный минимум, если разность хода равна длине волны, то наблюдается интерференционный максимум

Пусть действие первой зоны (центральной) возбуждает в точке  $P$  колебание с амплитудой  $A_1$ , второй  $A_2$  и т.д., причем  $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$

Благодаря выбранному способу разбиения действия соседних зон ослабляют друг друга. Т.к. разность хода волны от соседних зон  $\lambda/2$ , то они приходят в точку  $B$  в противофазе и накладываясь ослабляют друг друга.

Таким образом,  $A_{рез} = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots =$

$$= A_1 - (A_2 - A_3) - (A_4 - A_5) - \dots$$

Т.к.  $A_2 > A_3$ ,  $A_4 > A_5$ , то  $A_2 - A_3 > 0$  и  $A_4 - A_5 > 0$

...

и  $A_{рез} < A_1$                        $I_{рез} < I_1$

Амплитуда результирующего колебания в точке  $P$ , получающегося вследствие взаимной интерференции света, идущего в точку  $P$  от различных участков сферической волны, меньше амплитуды, создаваемой действием одной лишь первой зоны. Действие всей волны на точку  $B$  сводится к действию её малого участка, меньшего, чем центральная зона, площадь которой

$$\frac{\pi ab}{a + b} \lambda$$

Преобразуем результирующую амплитуду

$$A_{\text{рез}} = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots,$$

Т.к.  $A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$  в силу монотонного убывания,

тогда 
$$A_{\text{рез}} = \frac{A_1}{2}$$

Таким образом, если оставить открытой только первую зону Френеля, то интенсивность света в точке наблюдения будет в 4 раза больше, чем при отсутствии преграды

$$A_1 = 2A_{\text{рез}}$$



радиус произвольной зоны Френеля

$$r_m^2 = a^2 - \left( a - \frac{m\lambda b}{2(a+b)} \right)^2 =$$
$$= a^2 - a^2 + \frac{m\lambda ab}{a+b} - \frac{m^2 \lambda^2 b^2}{4(a+b)^2}$$

Учитывая малость  $\lambda^2$

$$r_m^2 = m \frac{ab}{a+b} \lambda \Rightarrow r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} \lambda m}.$$

Опыт с зонной пластинкой подтверждает метод зон Френеля

Изготавливают экран, состоящий из последовательно чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, радиусы которых удовлетворяют соотношению для  $r_m$  при заданных  $a$ ,  $b$  и  $\lambda$ .

Приготовленный таким образом экранчик носит название зонной пластинки.

Волновой фронт, профильтрованный через такую зонную пластинку в точке наблюдения дает:

$$A_{\text{рез}} = A_1 + A_3 + A_5 + \dots; \text{ если открыта центральная зона,}$$

т.е. **Арез** значительно большую, чем при полностью открытой волновой поверхности. Пластина играет роль линзы с фокусным расстоянием

$$f = \frac{r^2 m}{m \lambda}$$

Действительно

$$r_m^2 = \frac{tab\lambda}{a+b}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{m\lambda}{r_m^2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{r_m^2 / m\lambda}$$

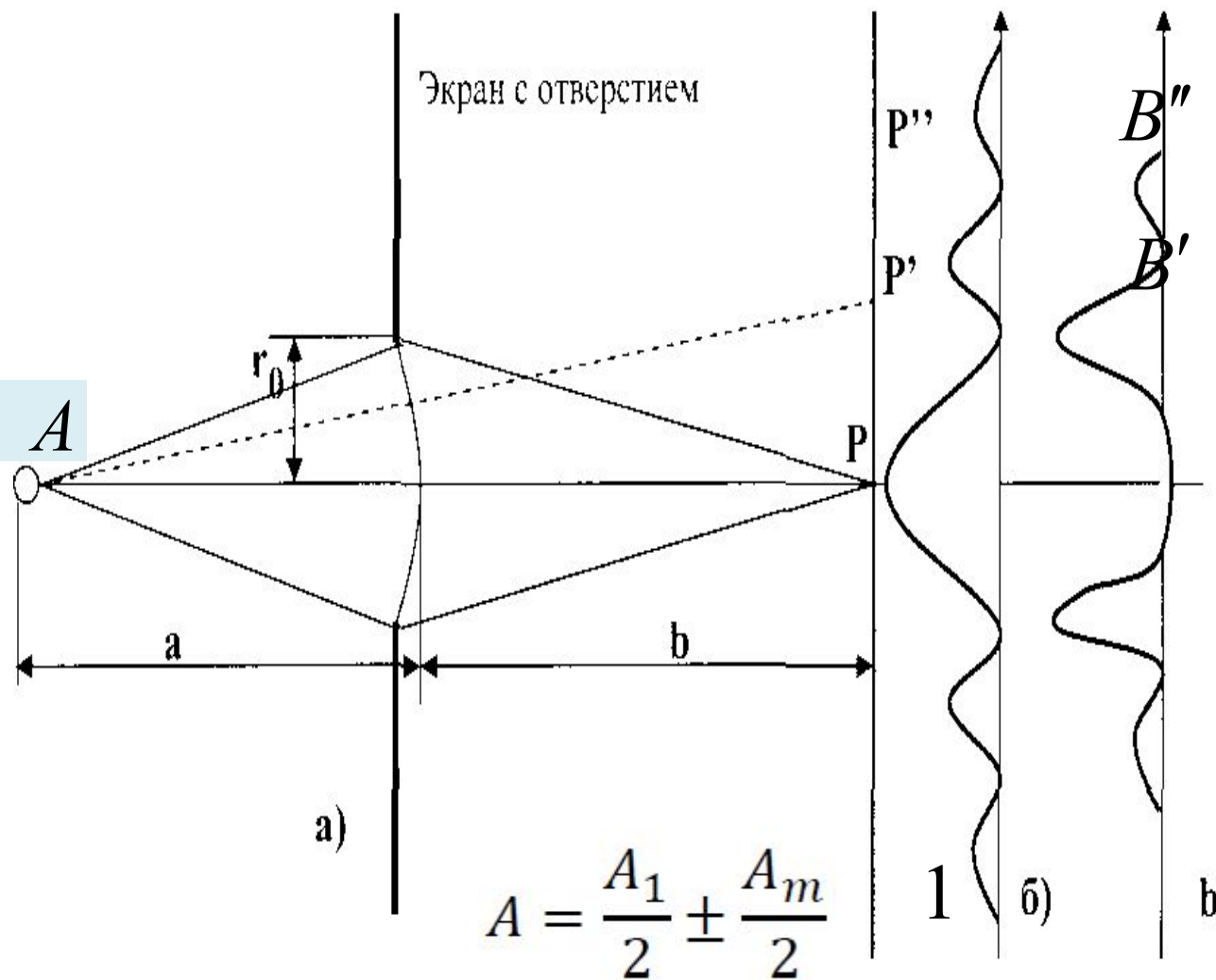
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\tau}$$

Сравним с формулой для линзы

С помощью зонной пластинки можно достичь еще большей яркости изображения, если не задерживать колебания, приходящие в точку  $P$  от четных зон, а сообщить им изменения фазы на  $\pi$ . Такая пластинка называется фазовой зонной пластинкой.

# Дифракция Френеля от круглого отверстия

Пусть сферическая волна, идущая из точки  $A$ , встречает на своем пути экран с круглым отверстием. Исследуем явление в точке  $P$ , лежащей на линии, соединяющей  $A$  с центром круглого отверстия. В зависимости от размера отверстия в нем уложится больше или меньше число зон, что и определит результат дифракции в точке  $P$ .



Если расстояния  $a$  и  $b$  удовлетворяют соотношению  $r_0 = \sqrt{\frac{mab}{a+b}} \lambda$ , то число зон, укладывающихся в отверстие радиусом  $r_0$ , будет

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right),$$

а амплитуда в точке наблюдения будет равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_m,$$

- Воспользуемся представлением

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

- Тогда  $A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}$  если  $m = 2k + 1$ , т.е. нечетное, и  $A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m$  если  $m = 2k$ , т.е. четное.

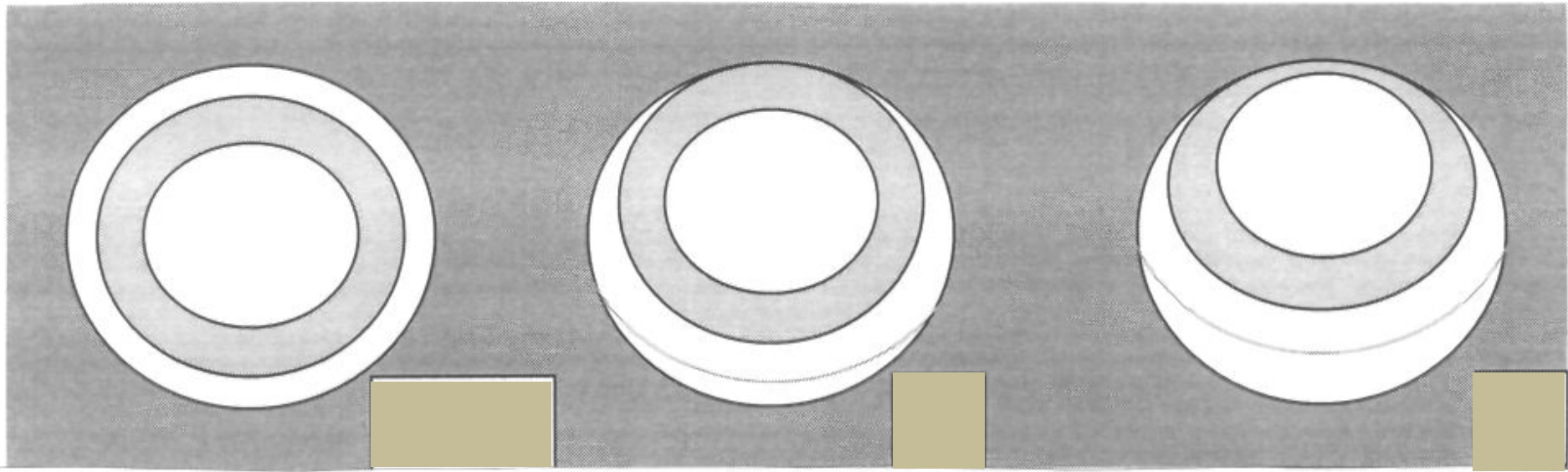
Так как  $\frac{A_{m-1}}{2} - A_m = -\frac{A_m}{2}$ , то  $A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$ .

Если отверстие открывает одну или небольшое нечетное число зон, то действие в точке  $P$  будет больше, чем в отсутствие экрана. Если же отверстие открывает четное число зон, то световое возбуждение в точке  $P$  будет меньше, чем при свободной волне. Наименьшая освещенность соответствует двум открытым зонам.

По мере перемещения точки наблюдения вдоль прямой  $AB$  число открытых зон будет меняться и в точке наблюдения будут попеременно наблюдаться максимум или минимум интенсивности.



## Перемещение в направлении, перпендикулярном прямой АВ



- Если площадь частично открытых нечетных зон превышает площадь частично открытых четных зон, то в точке наблюдения будет максимум интенсивности (рис.1).

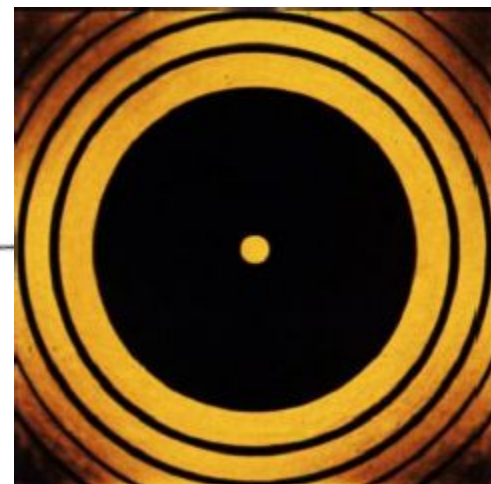
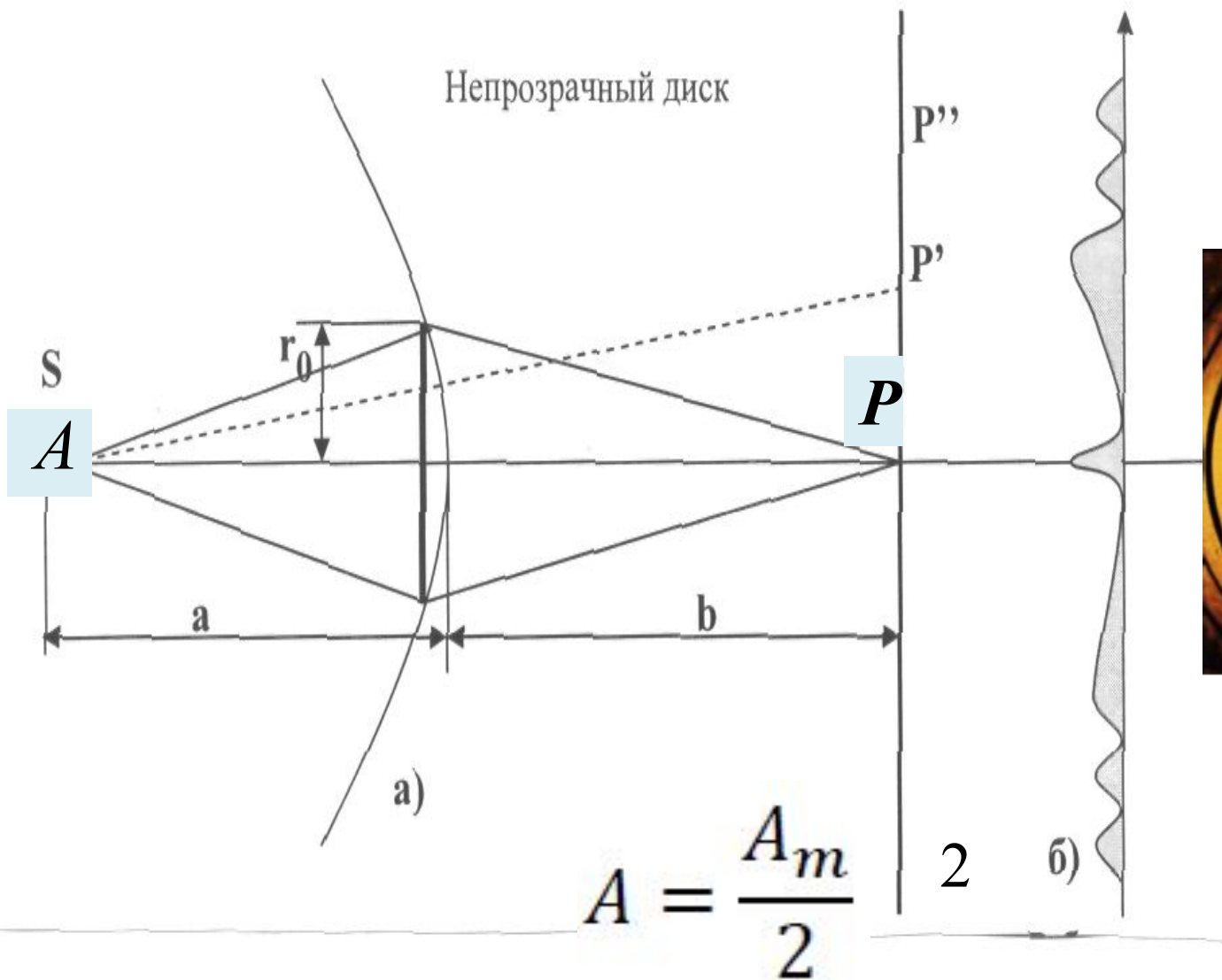
# Дифракция Френеля от диска

Поместим между источником света **A** и точкой наблюдения **B** непрозрачный круглый диск радиуса  $r_0$ .

Диск закроет  $m$  первых зон Френеля, амплитуда в точке **B** будет

$$\begin{aligned} A &= A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \\ &= \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}. \end{aligned}$$

Характер картины на экране можно выяснить с помощью тех же самых рассуждений, что и выше.



В случае непрозрачного круглого диска дифракционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец. В центре картины помещается светлое пятно.

Если диск **закрывает** большое число зон Френеля, то **светлое пятно в центре отсутствует**, и **освещенность в области геометрической тени практически всюду равна нулю**.

Если же отверстие **открывает** большое число зон Френеля, то внутри области, ограниченной геометрической тенью, **освещенность оказывается практически постоянной**. Чередование темных и светлых колец в обоих случаях наблюдаются лишь в очень узкой области на границе геометрической тени.

Если взять экран с отверстием, оставляющим открытым только центральную зону Френеля, амплитуда в точке Р будет равна  $A$ , т.е в 2 раза больше, чем от всей волны.

Соответственно интенсивность света  $I \sim A^2$  будет в 4 раза выше. Т.о. это алгебраическое сложение амплитуд.

### Метод сложения амплитуд

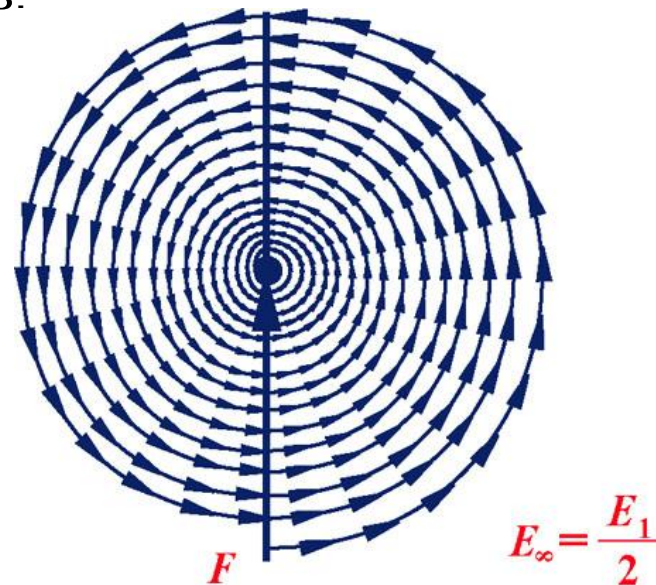
Решим графическим сложением амплитуд (векторов амплитуд). Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны, подобные зонам Френеля, но меньшие по ширине так, чтобы разность хода от краев зоны до точки Р составляло одинаковую для всех зон малую долю  $\lambda$ . Так как амплитуда  $A_m$  убывает, то получается не замкнутая фигура, а спираль.

Если бы величина  $A_m$  не убывала, то был бы ноль.

Если ширину кольцевых зон устремить к нулю, то в пределе получим спираль, закрученную к точке С.

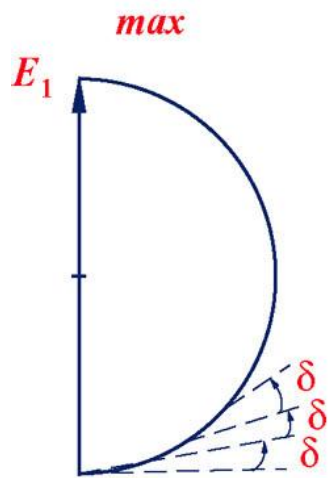
Колебание, возбуждаемое в точке Р всей волновой поверхностью, изображается вектором ОС.

Амплитуда равна  $\frac{1}{2}$  амплитуды.



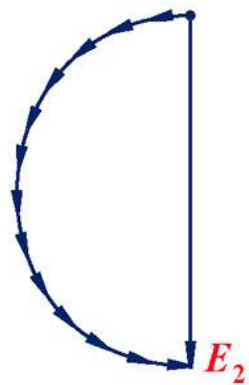
# Метод сложения амплитуд

1-я зона



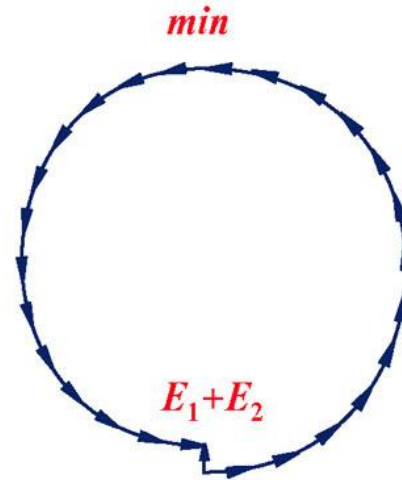
*a)*

2-я зона



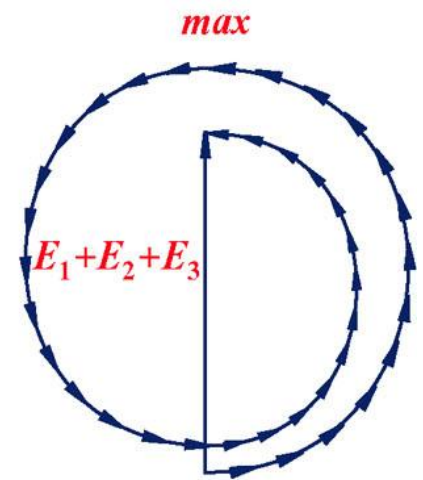
*б)*

1-я + 2-я зоны



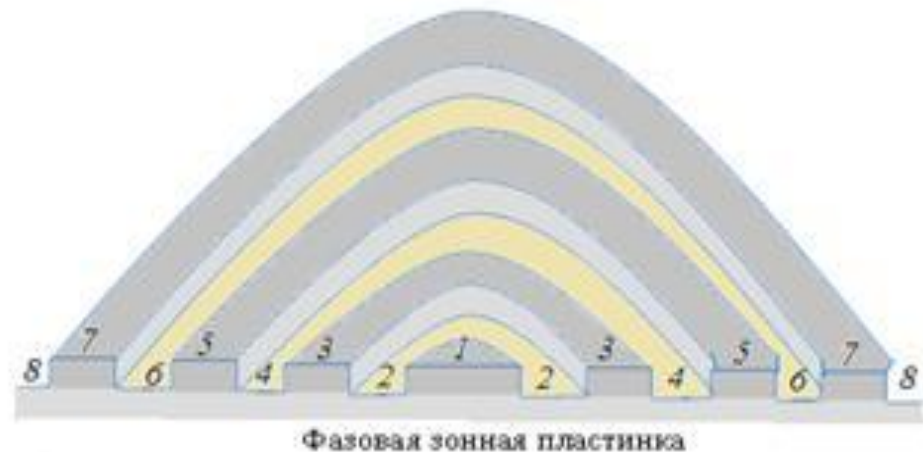
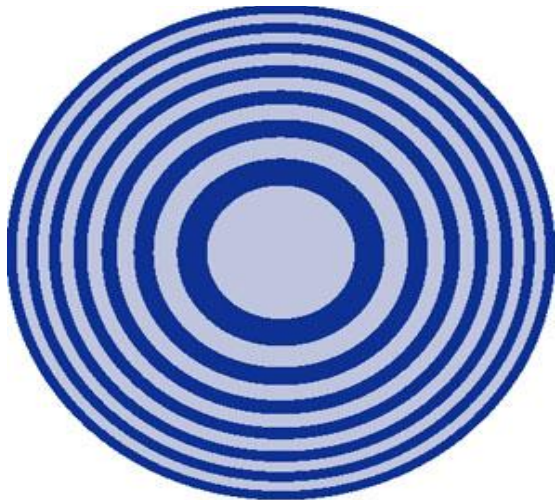
*в)*

1-я + 2-я+3-я зоны



*г)*

Колебания от четных и нечетных зон Френеля ослабляют друг друга (в противофазе). Если поставить на пути волны пластинку, которая перекрывала бы все четные (или нечетные) зоны, то интенсивность света в точке Р резко возрастает. Такая пластинка называется амплитудной зонной пластинкой. Еще большего (в 2 раза по амплитуде или в 4 раза по интенсивности) эффекта можно достичь не перекрывая четные зоны, а изменяя фазу их колебаний на  $\pi$ . Этот эффект достигается с помощью фазовой зонной пластики – прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующих четным или нечетным зонам, отличается на определенным образом подобранную величину.



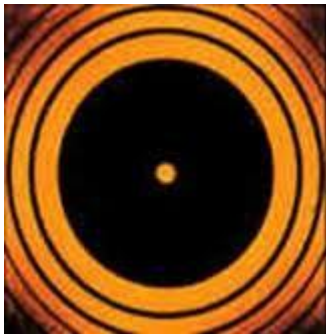


## «Пятно Пуассона»

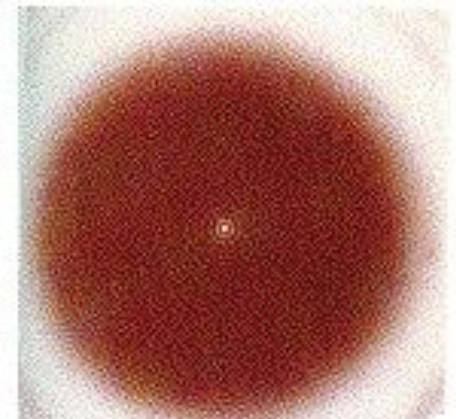
Парижская Академия Наук предложила объяснение дифракции света в качестве темы на премию за 1818 год. Френель представил мемуар, в котором с волновой точки зрения объяснялись все известные оптические явления.

Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля следует абсурдный вывод: в центре геометрической тени, отбрасываемой небольшим диском, должно находиться светлое пятно.

Араго тут же провел эксперимент, который подтвердил существование предсказанного Пуассоном пятна. Это принесло победу и всеобщее признание в научном мире волновой теории света.



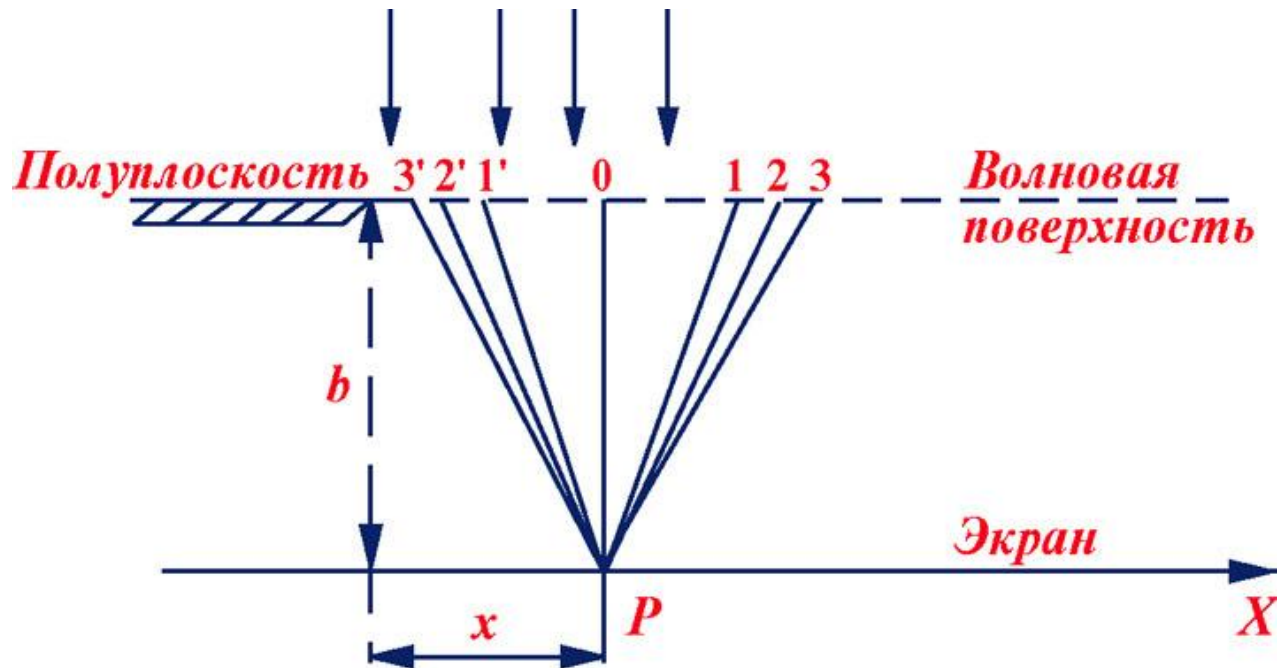
Симеон Дени Пуассон



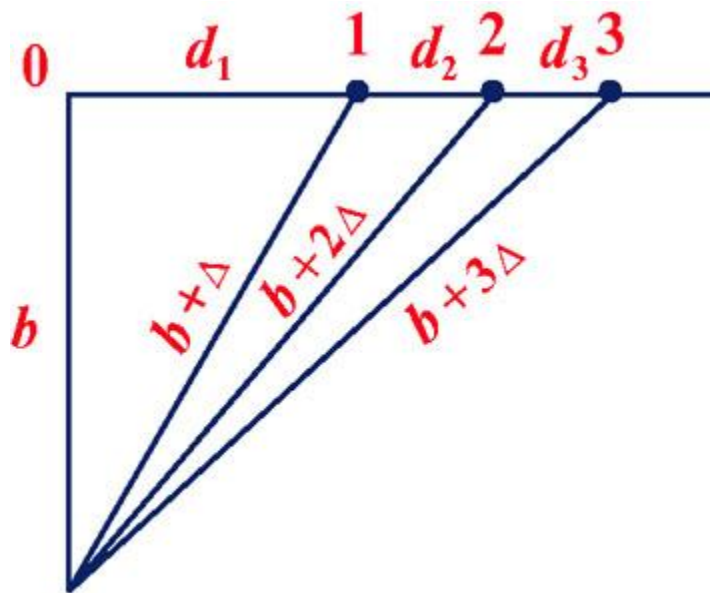


# Дифракция от прямолинейного края полуплоскости

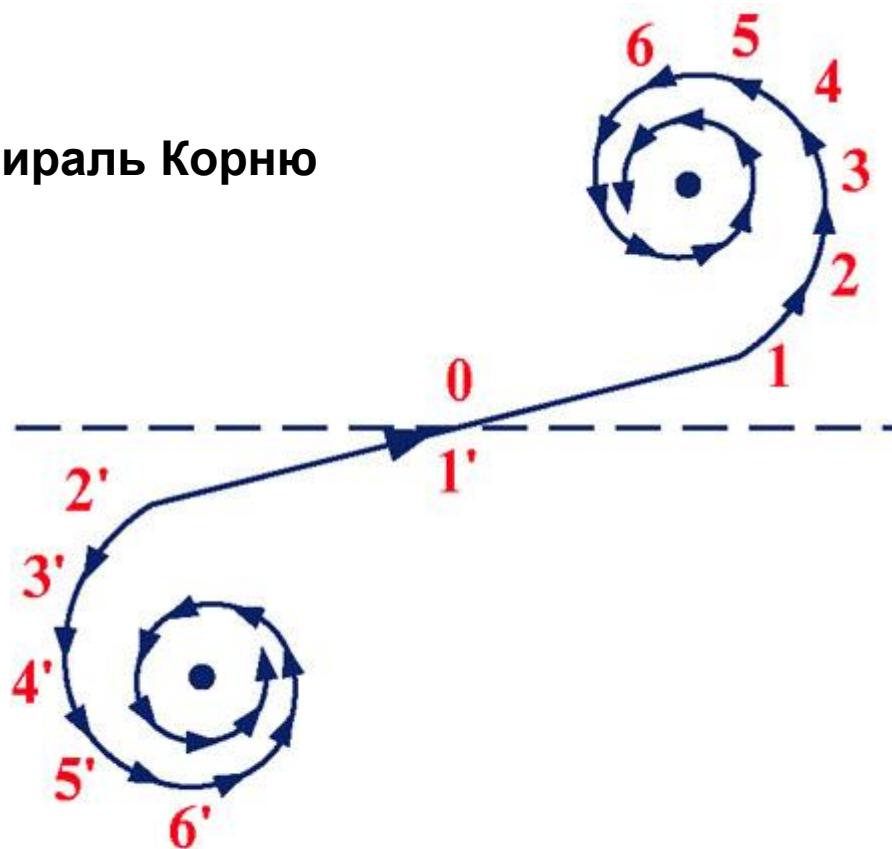
Результат дифракции Френеля на крае полубесконечной плоскости характеризуется проникновением части световой энергии в область геометрической тени. В освещенной области (справа от края полуплоскости) образуется система параллельных краю полос, период и контрастность которых убывают по мере удаления от границы, т.е. в положительном направлении оси  $X$ . По мере роста координаты « $x$ » интенсивность волны приближается к значению т.е. значению интенсивности в отсутствие препятствия.



Разбиение на зоны ведется путем последовательного добавления половины длины волны к расстоянию  $b$  от точки наблюдения  $P$  до границы полуплоскости. Поперечный размер зон быстро убывает, поэтому амплитуды вторичных волн от элементарных зон убывают быстрее, чем в случае круглого отверстия, при этом спираль Френеля трансформируется в спираль Корню, имеющую два фокуса.



Спираль Корню



Спираль Корню позволяет найти амплитуду светового колебания в любой точке экрана.

## 4. Дифракция Френеля от бесконечно длинной щели

Ее можно получить, расположив рядом две полуплоскости, тогда задачу о дифракции Френеля от щели можно решить с помощью спирали Корню. Для точки  $P$ , лежащей против середины щели, начало и конец результирующего вектора находятся в симметричных относительно начала координат точках спирали.



Если сместиться в точку  $P'$ , лежащую против края щели, начало результирующего вектора переместится в середину спирали  $O$ , а конец – переместится по спирали в направлении полюса  $F1$ .

При углублении в область геометрической тени начало и конец результирующего вектора будут скользить по спирали и, наконец, окажутся на минимальном расстоянии ( $P''$ ), соответственно и интенсивность будет минимальна. При дальнейшем движении точки  $P$  влево, начало и конец вектора снова отойдут друг от друга и интенсивность будет расти. Если двигать точку  $P$  вправо от середины, картина будет симметрична. Если изменять ширину щели, интенсивность в средней точке  $P$  будет пульсировать, проходя через максимумы и отличные от нуля минимумы.

график зависимости интенсивности от координаты  $x$ , то есть от положения точки наблюдения  $P$

