

Преобразование графиков функций



Повторение:

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \sin x$, называется синусом.

Функция определена и непрерывна на всем множестве действительных чисел. Эта функция ограничена: $|\sin x| \leq 1$. Она периодическая, ее период $T = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (наименьший период 2π): $\sin(x + 2\pi n) = \sin x$, $n \in \mathbb{Z}$. Функция $y = \sin x$ — нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$ ее график

симметричен относительно начала координат. График этой функции называется синусоидой (рис. 38).

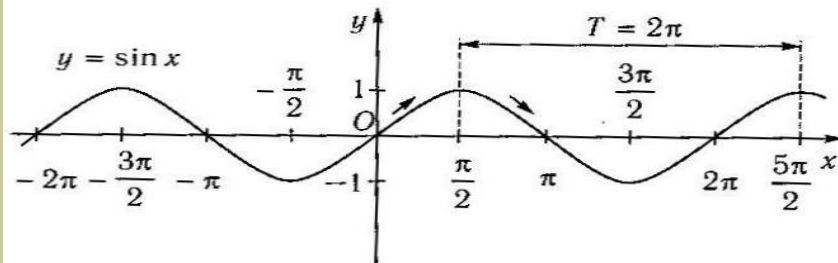


Рис. 38

Функция принимает нулевые значения при $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция $y = \sin x$ возрастает на промежутках $[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$ и убывает на промежутках $[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \cos x$, называется косинусом.

Функция определена и непрерывна при всех действительных значениях x . Эта функция ограничена: $|\cos x| \leq 1$. Она периодическая, ее период $T = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (наименьший период 2π): $\cos(x + 2\pi n) = \cos x$, где $n \in \mathbb{Z}$. Функция $y = \cos x$ — четная: $\cos(-x) = \cos x$ и ее график симметричен относительно оси ординат. График этой функции называется косинусоидой (рис. 39).

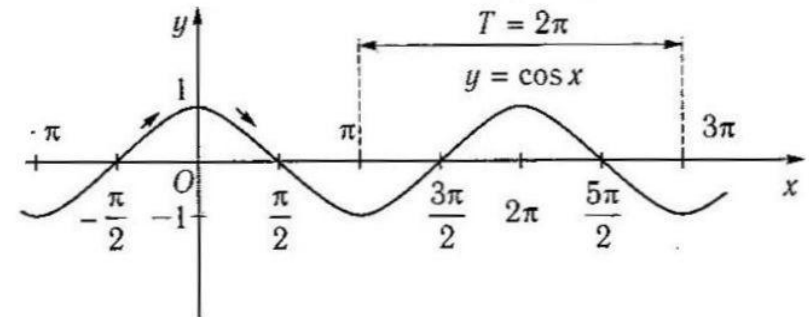


Рис. 39

Функция принимает нулевые значения при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция $y = \cos x$ возрастает на промежутках $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$ и убывает на промежутках $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \operatorname{tg} x$, называется тангенсом.

Функция определена при $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$, ее областью значений является интервал $(-\infty; +\infty)$. Она периодическая, ее период $T = \pi n, n \in Z$ (наименьший период π): $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x, n \in Z$. Функция $y = \operatorname{tg} x$ — нечетная: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ и ее график симметричен относительно начала координат. В точках $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ функция $y = \operatorname{tg} x$ не существует, и говорят, что в этих точках функция терпит разрыв, т. е. она не является непрерывной. График функции $y = \operatorname{tg} x$ называется тангенсоидой (рис. 40).

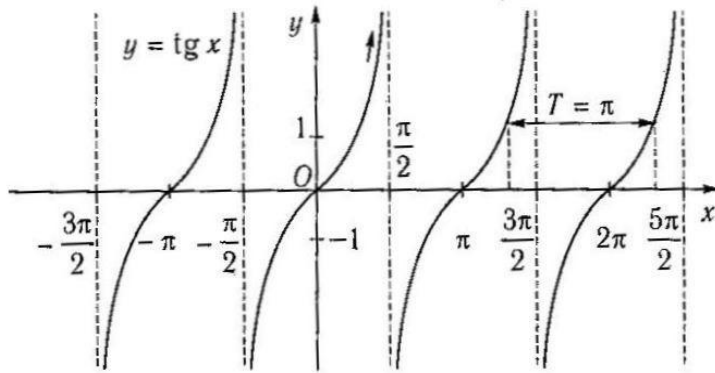


Рис. 40

Функция принимает нулевые значения при $x = \pi n, n \in Z$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция $y = \operatorname{tg} x$ возрастает на всех интервалах определения $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n), n \in Z$.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \operatorname{ctg} x$, называется котангенсом.

Функция определена при $x \neq \pi n, n \in Z$, ее областью значений является интервал $(-\infty; +\infty)$. Она периодическая, ее период $T = \pi n, n \in Z$ (наименьший период π): $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x, n \in Z$. Функция $y = \operatorname{ctg} x$ — нечетная: $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$ и ее график симметричен относительно начала координат. В точках $x = \pi n, n \in Z$ функция $y = \operatorname{ctg} x$ не существует, и говорят, что в этих точках она терпит разрыв, т. е. функция не является непрерывной. График функции $y = \operatorname{ctg} x$ называется котангенсоидой (рис. 41).

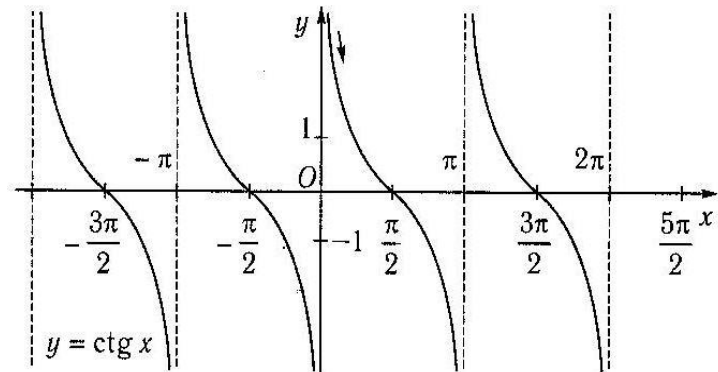


Рис. 41

Функция принимает нулевые значения при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция $y = \operatorname{ctg} x$ убывает на всех интервалах определения $(2\pi n; \pi + \pi n), n \in Z$.

■ Урок 1

Пусть задан график функции $y = f(x)$

все 7 преобразований с рисунками должны быть в конспекте

- ▶ Преобразование вида $y = kf(x)$
- ▶ Преобразование вида $y = f(x) + b$
- ▶ Преобразование вида $y = f(x - a)$
- ▶ Преобразование вида $y = f(mx)$
- ▶ Преобразование вида $y = |f(x)|$
- ▶ Преобразование вида $y = f(|x|)$
- ▶ Преобразование вида $y = -f(x)$



1. Преобразование вида $y = kf(x)$

— Это растяжение (сжатие) в k раз
графика функции $y = f(x)$
вдоль оси ординат

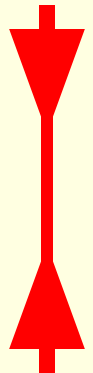
Если , $|k| > 1$, то
происходит

Растяжение



Если , $|k| < 1$,
то происходит

Сжатие

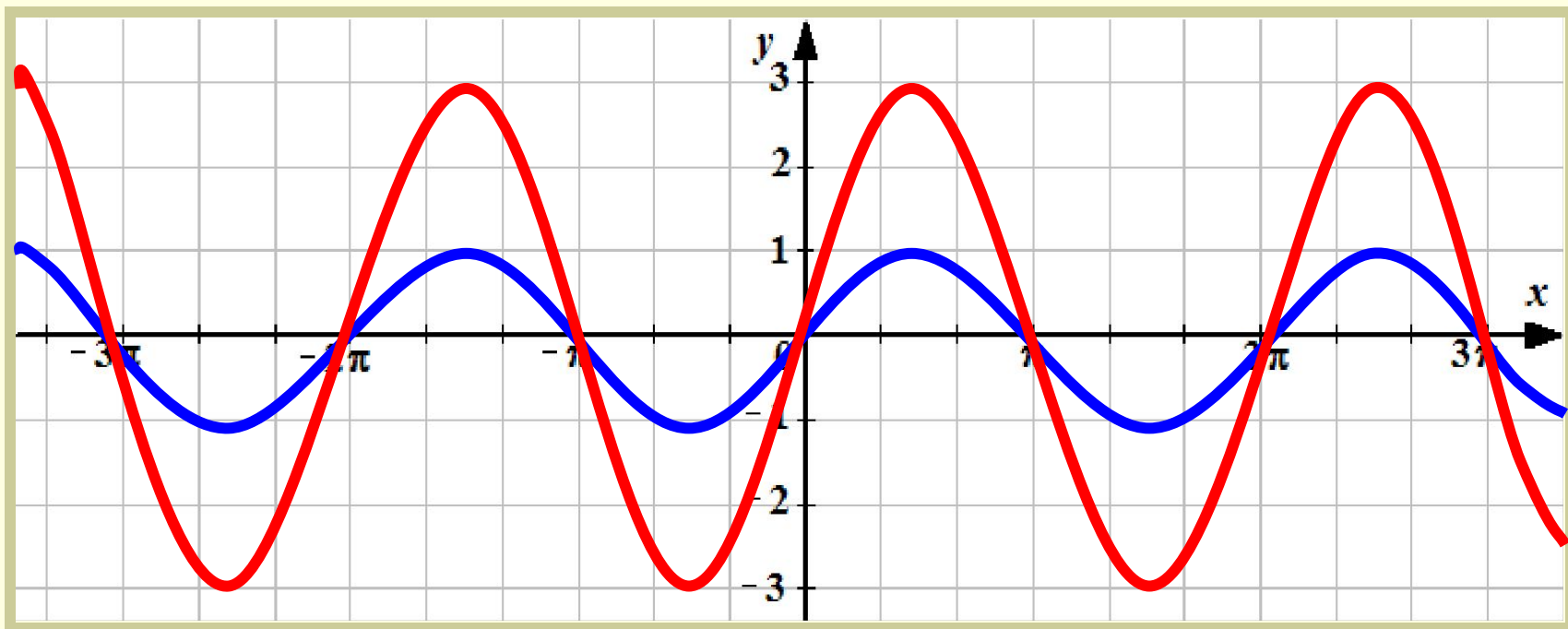


1. Преобразование вида $y = kf(x)$

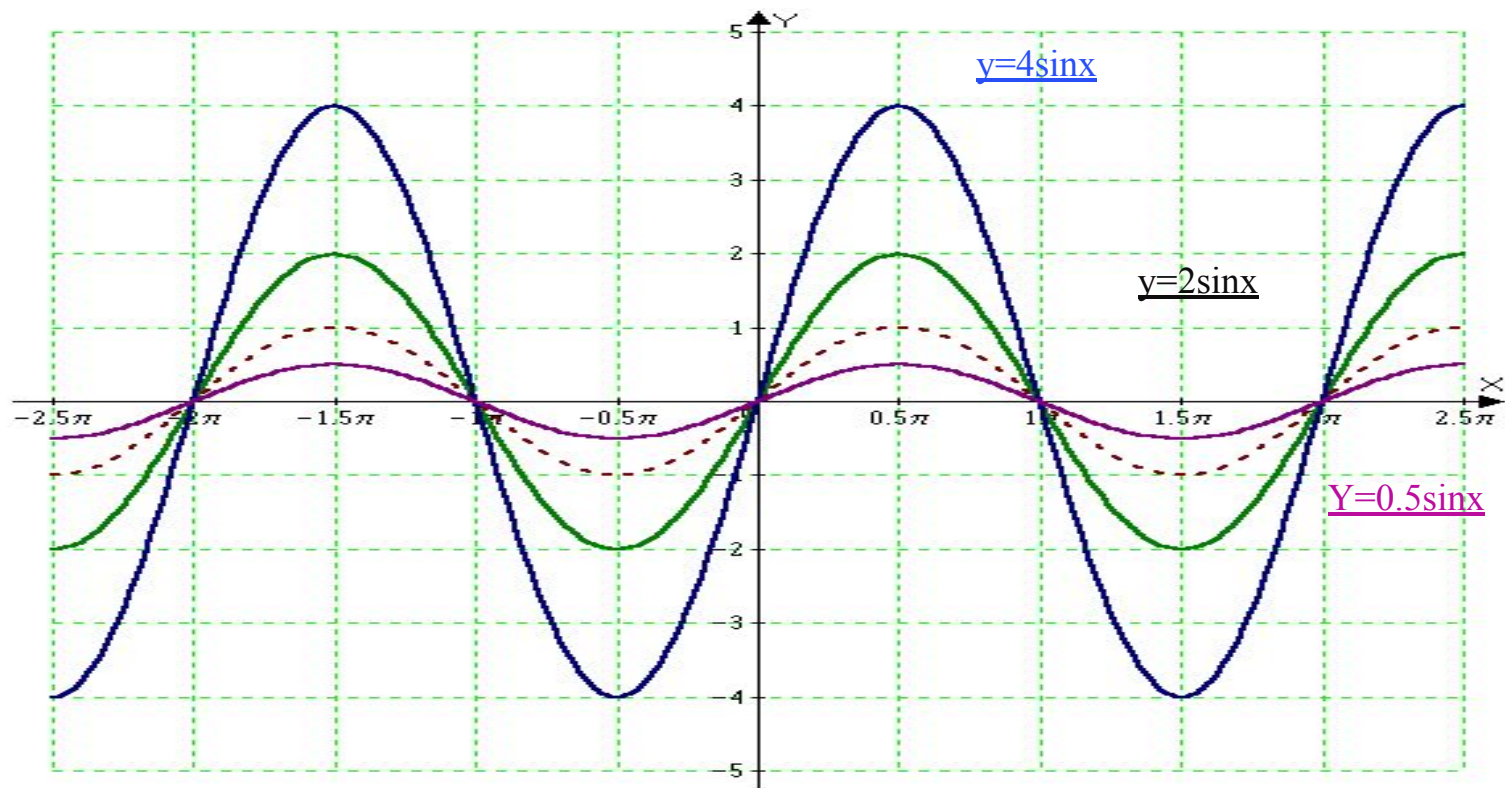
Пример: $y = 3\sin x$

❄ Строим график функции $y = \sin x$

❄ Строим график функции $y = 3\sin x$



ПОСТРОЙТЕ ГРАФИК $Y=4\sin X$ $Y=0,5\sin X$



2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на b единиц вдоль оси ординат

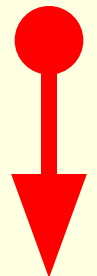
Если $b > 0$, то происходит

смещение



Если $b < 0$, то происходит

смещение

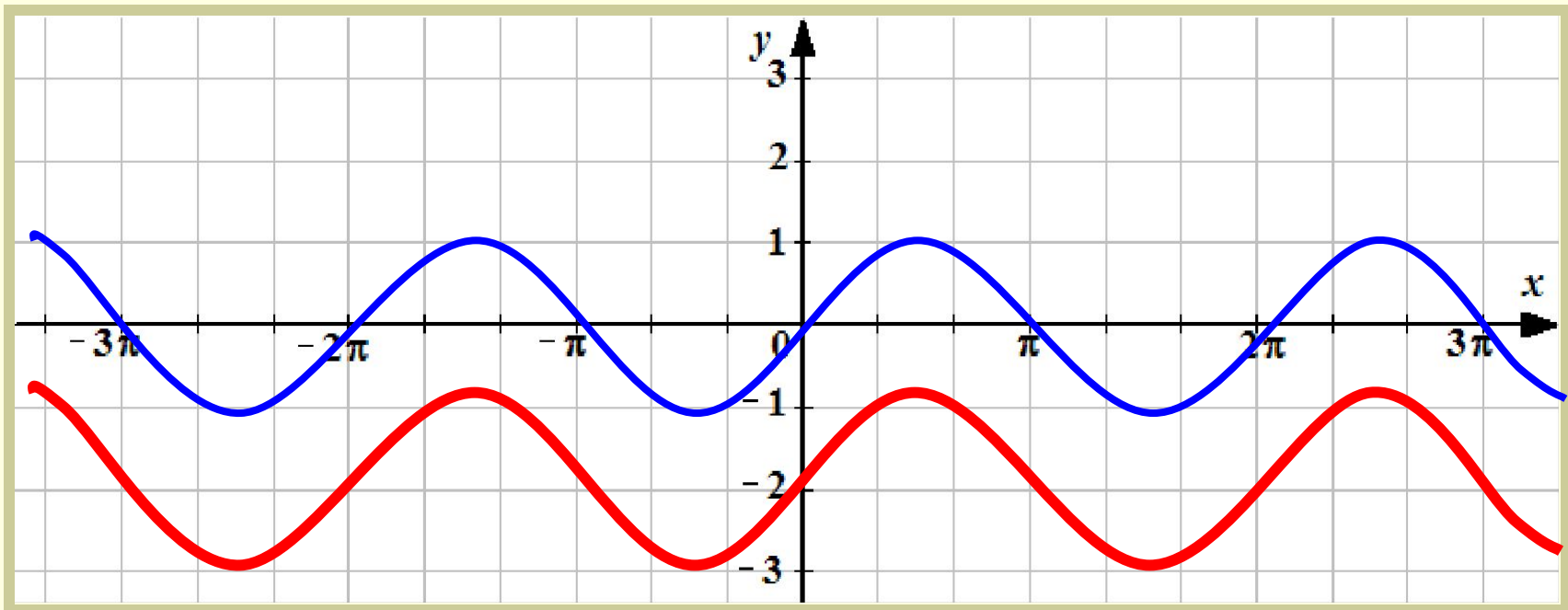


2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

Пример: $y = \sin x - 2$

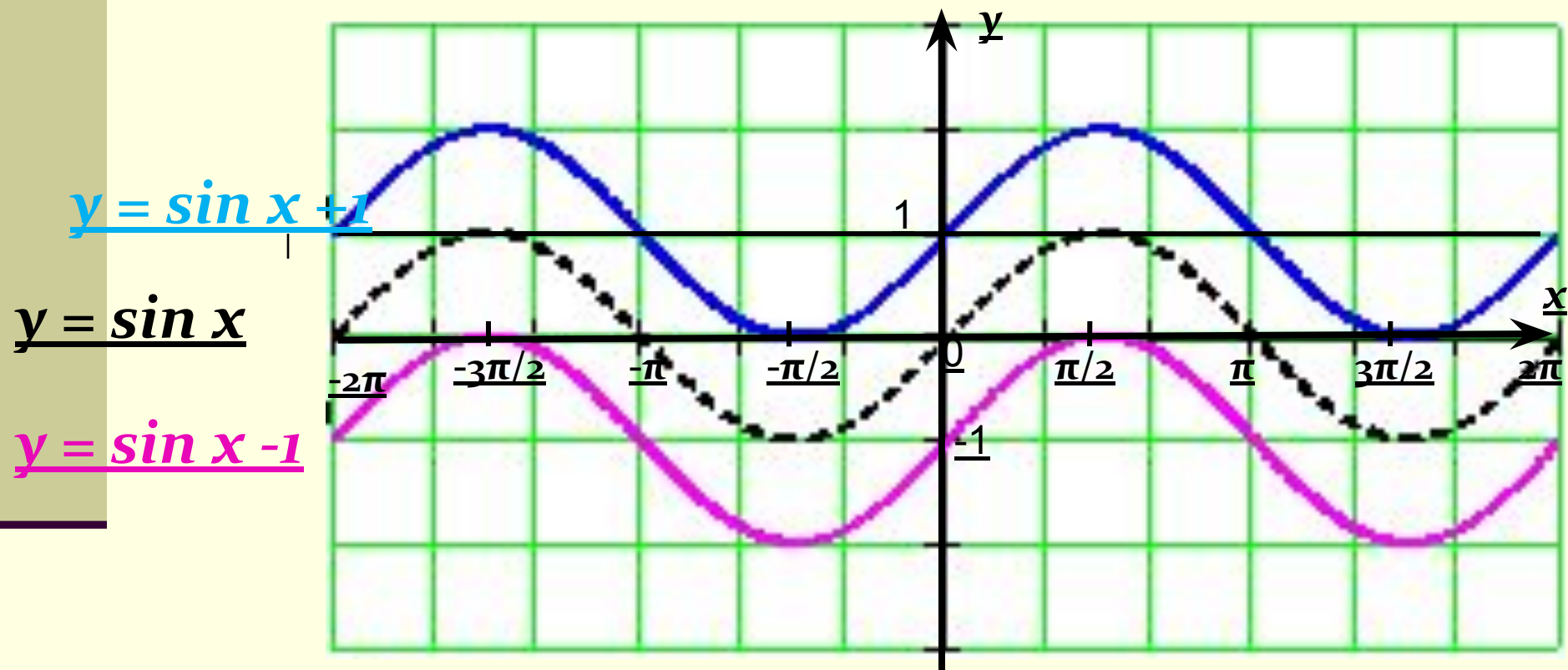
❖ Строим график функции $y = \sin x$

❖ Строим график функции $y = \sin x - 2$



Постройте графики

$y = \sin x + 1$ $y = \sin x - 1$



3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на a единиц вдоль оси абсцисс

Если $a > 0$, то происходит **смещение**



Если $a < 0$, то происходит **смещение**

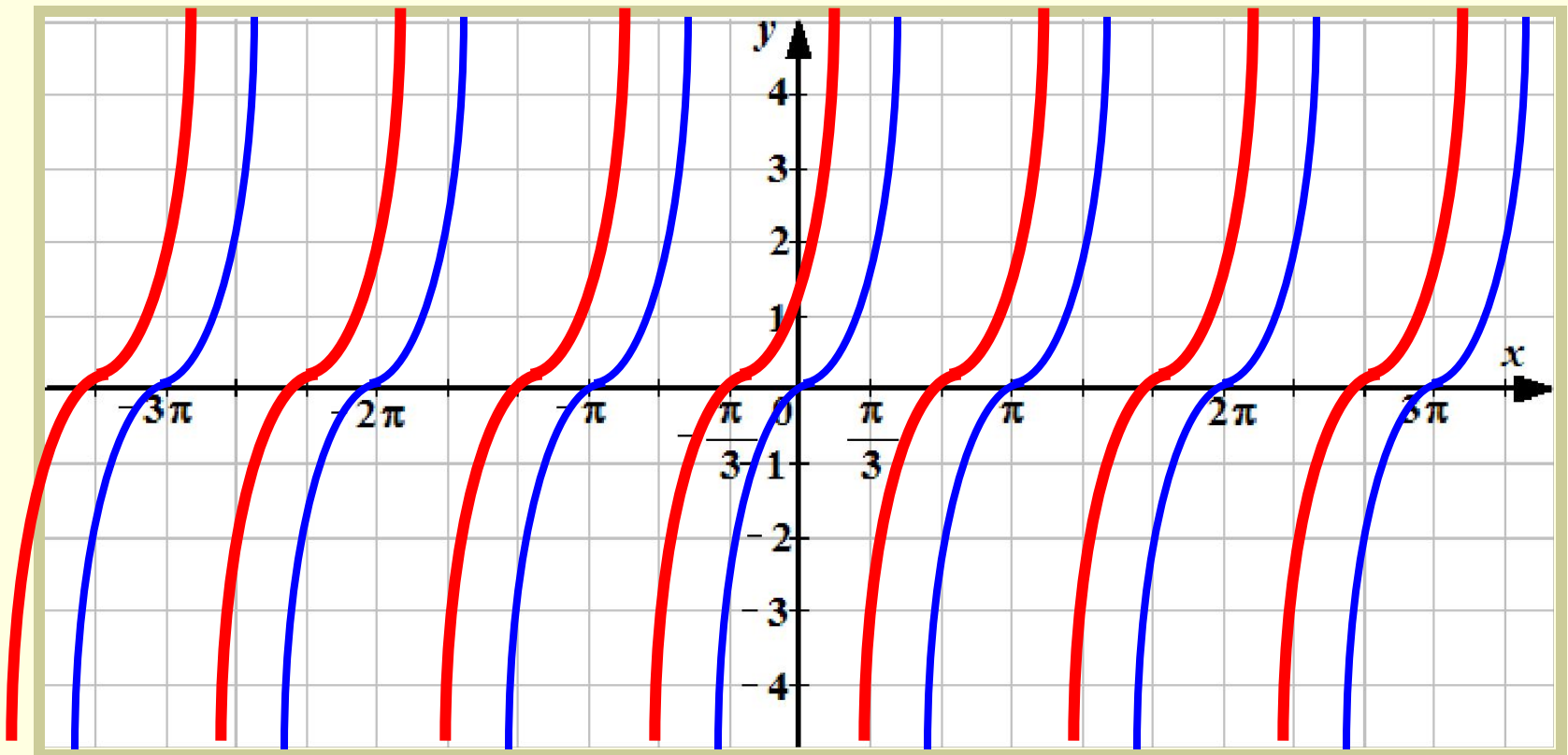


3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

Пример: $y = \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$

☀ Строим график функции $y = \operatorname{tg} x$

☀ Строим график функции $y = \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$



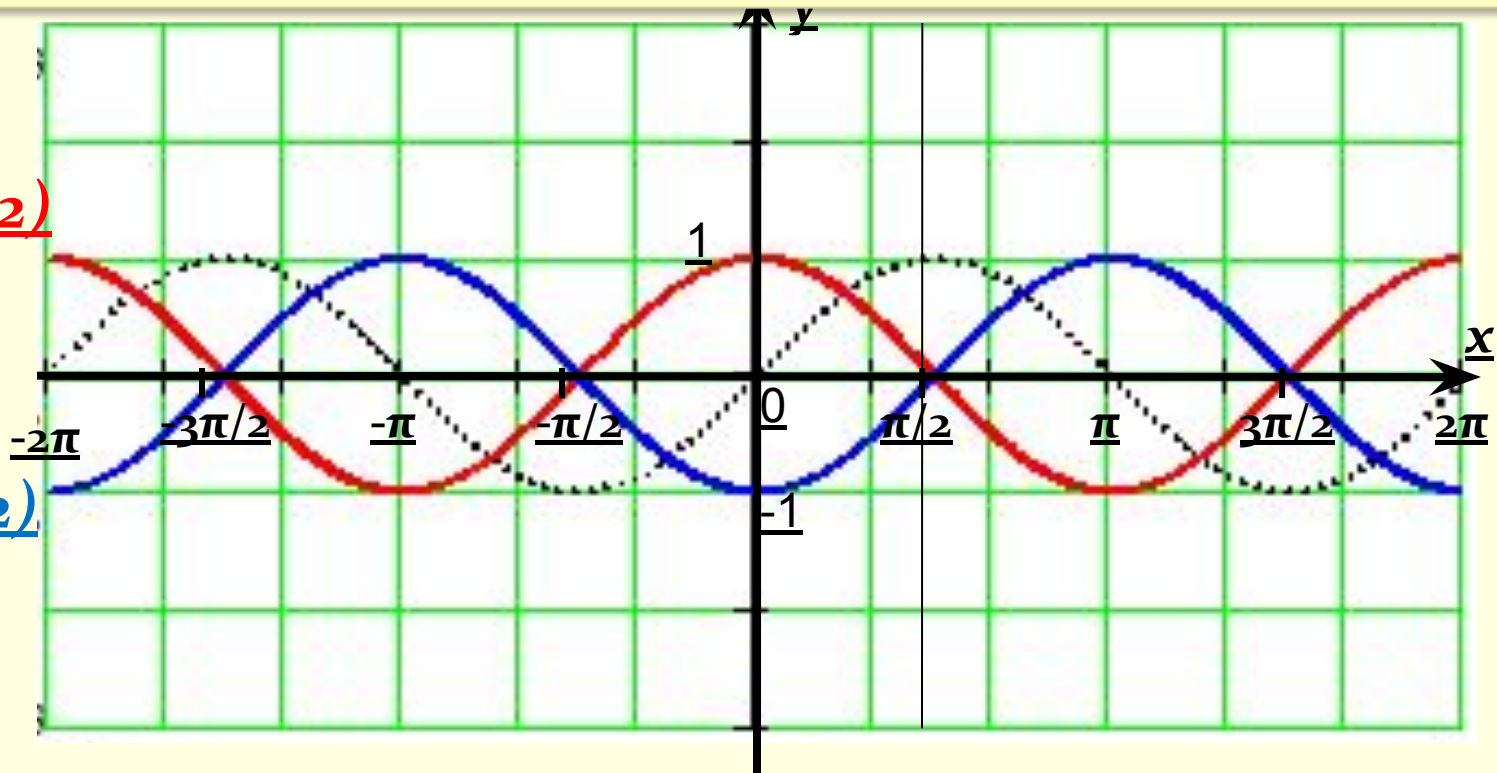
Постройте графики $y = \sin(x + \pi/2)$

$y = \sin(x - \pi/2)$

$y = \sin(x + \pi/2)$

$y = \sin x$

$y = \sin(x - \pi/2)$



4. Преобразование вида $y = f(mx)$

— Это растяжение (сжатие) в m раз графика функции $y = f(x)$ вдоль оси абсцисс

Если , $|m| > 1$, то происходит **Сжатие**



Если , $|m| < 1$, то происходит **Растяжение**

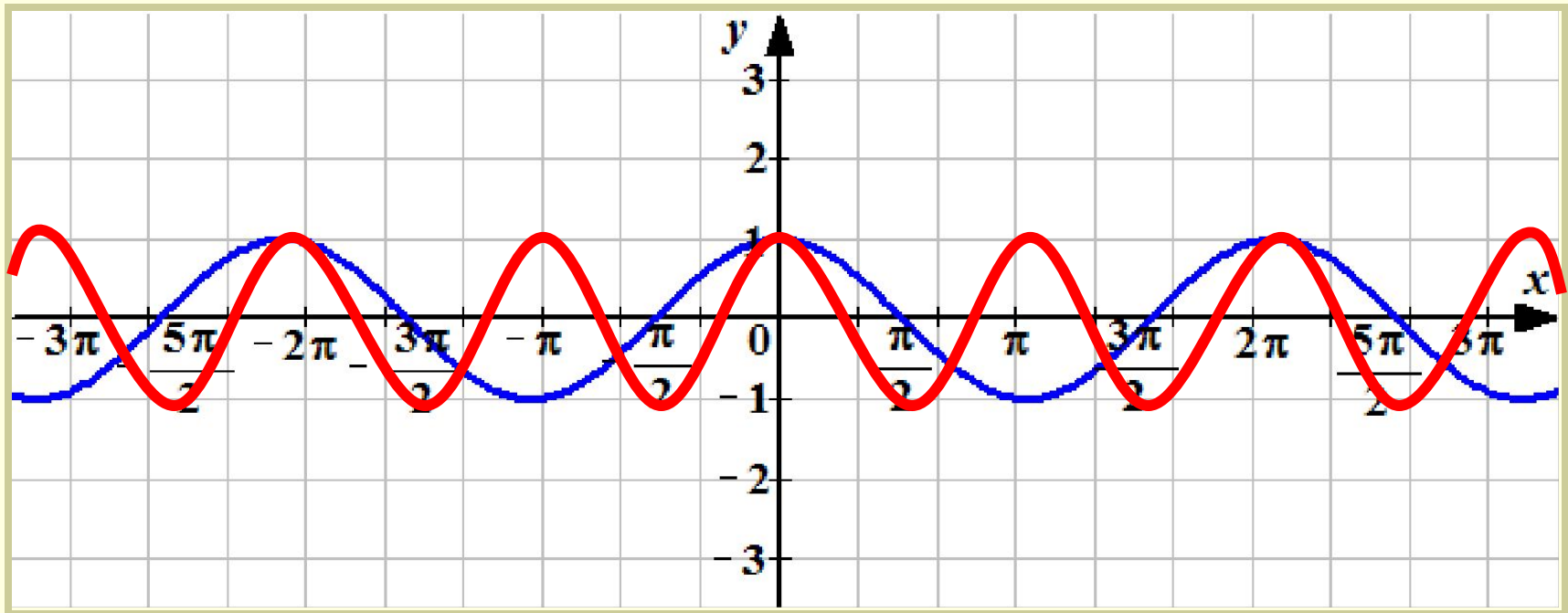


4. Преобразование вида $y = f(mx)$

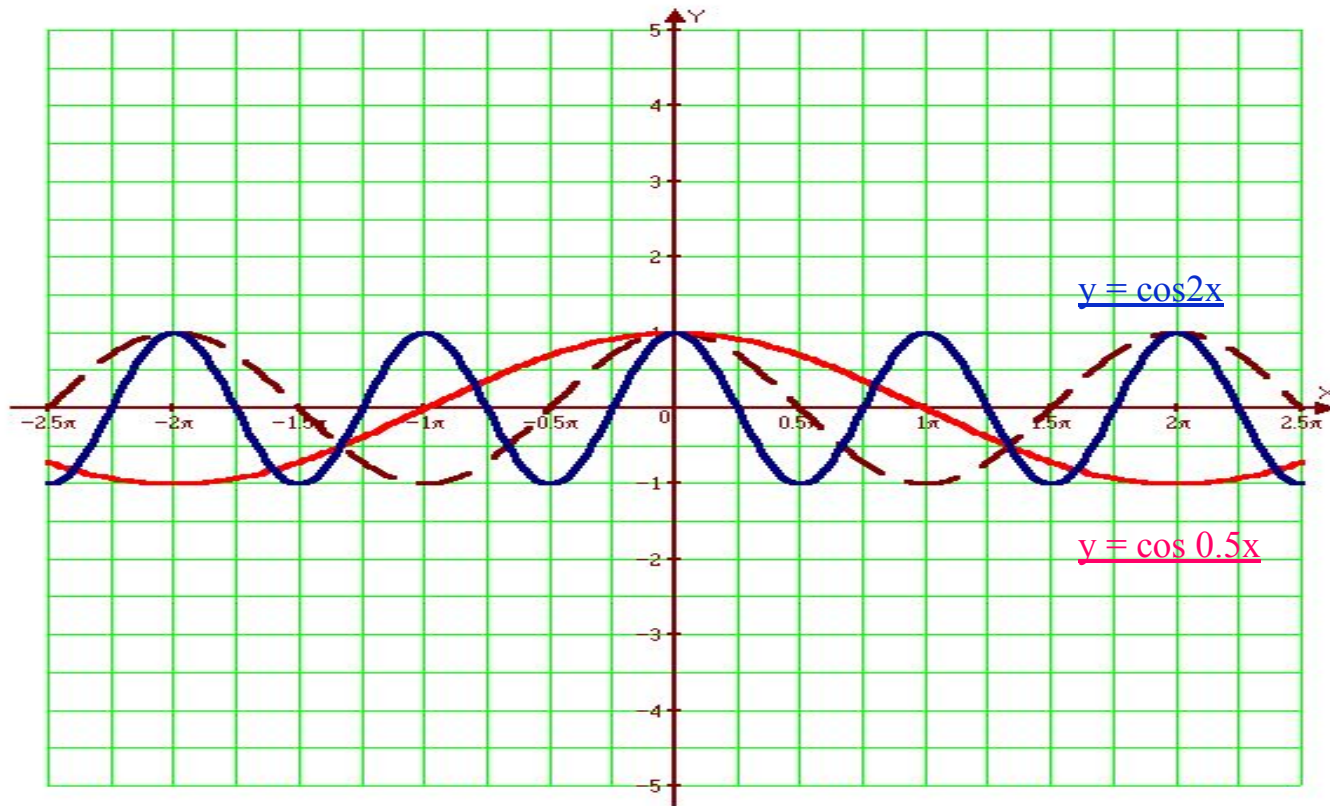
Пример: $y = \cos 2x$

⊗ Строим график функции $y = \cos x$

⊗ Строим график функции $y = \cos 2x$

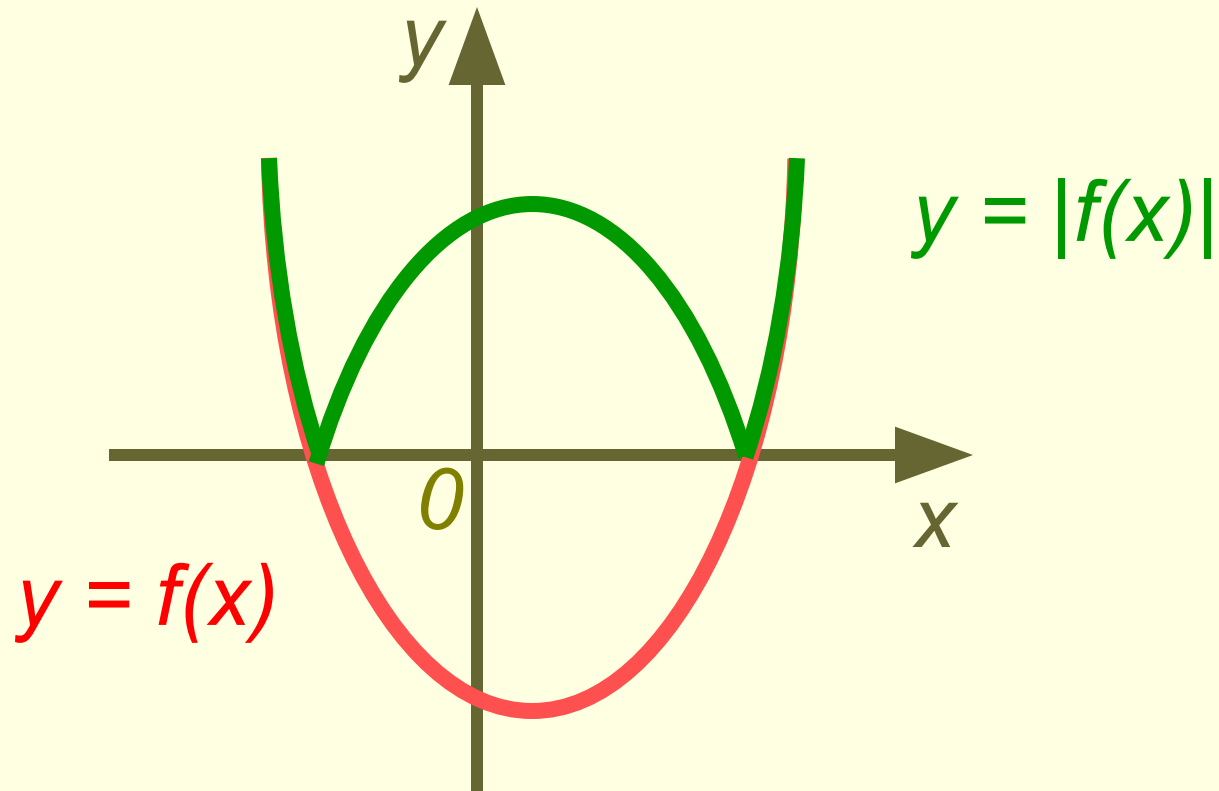


ПОСТРОЙТЕ ГРАФИК $y = \cos 0,5x$



5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

- Это отображение нижней части графика функции $y = f(x)$ в верхнюю полуплоскость *относительно оси абсцисс* с сохранением верхней части графика

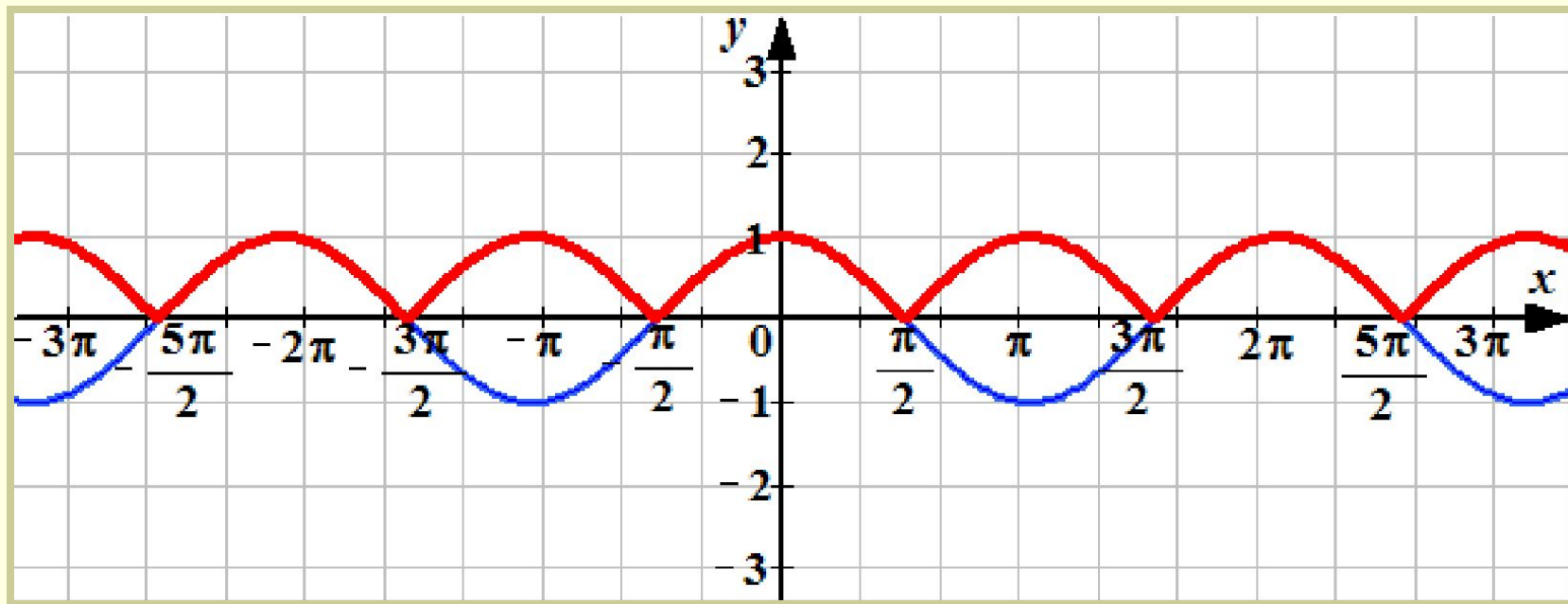


5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

Пример: $y = |\cos x|$

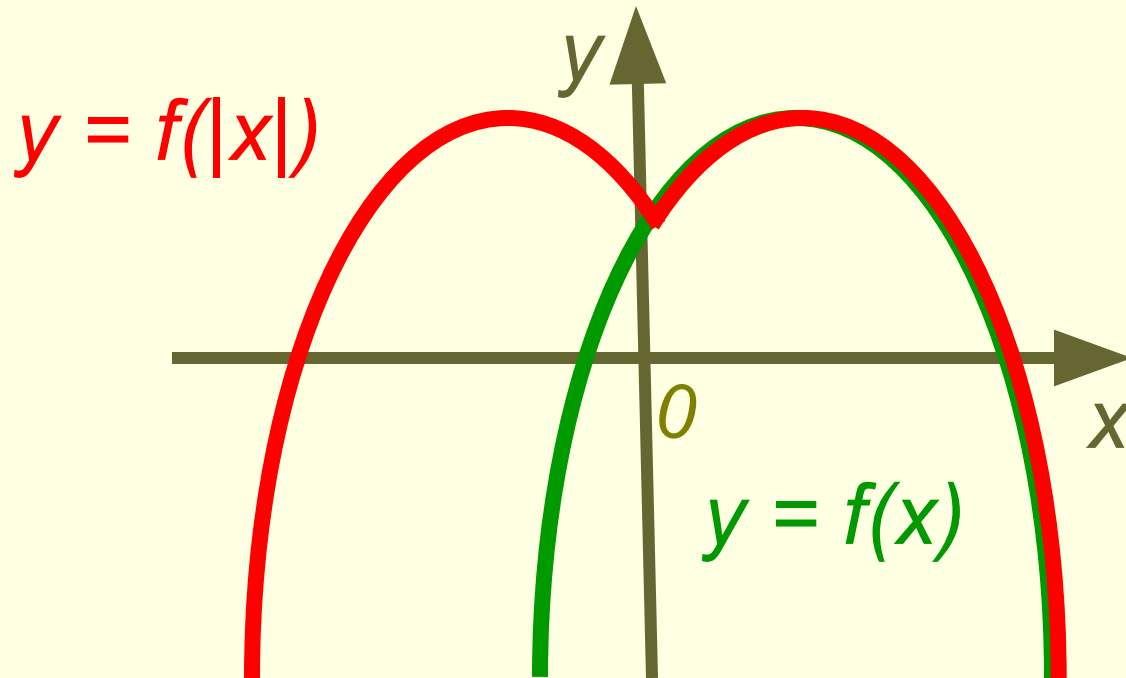
🌸 Строим график функции $y = \cos x$

🌸 Строим график функции $y = |\cos x|$



6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

- Это отображение правой части графика функции $y = f(x)$ в левую полуплоскость относительно оси ординат с сохранением правой части графика

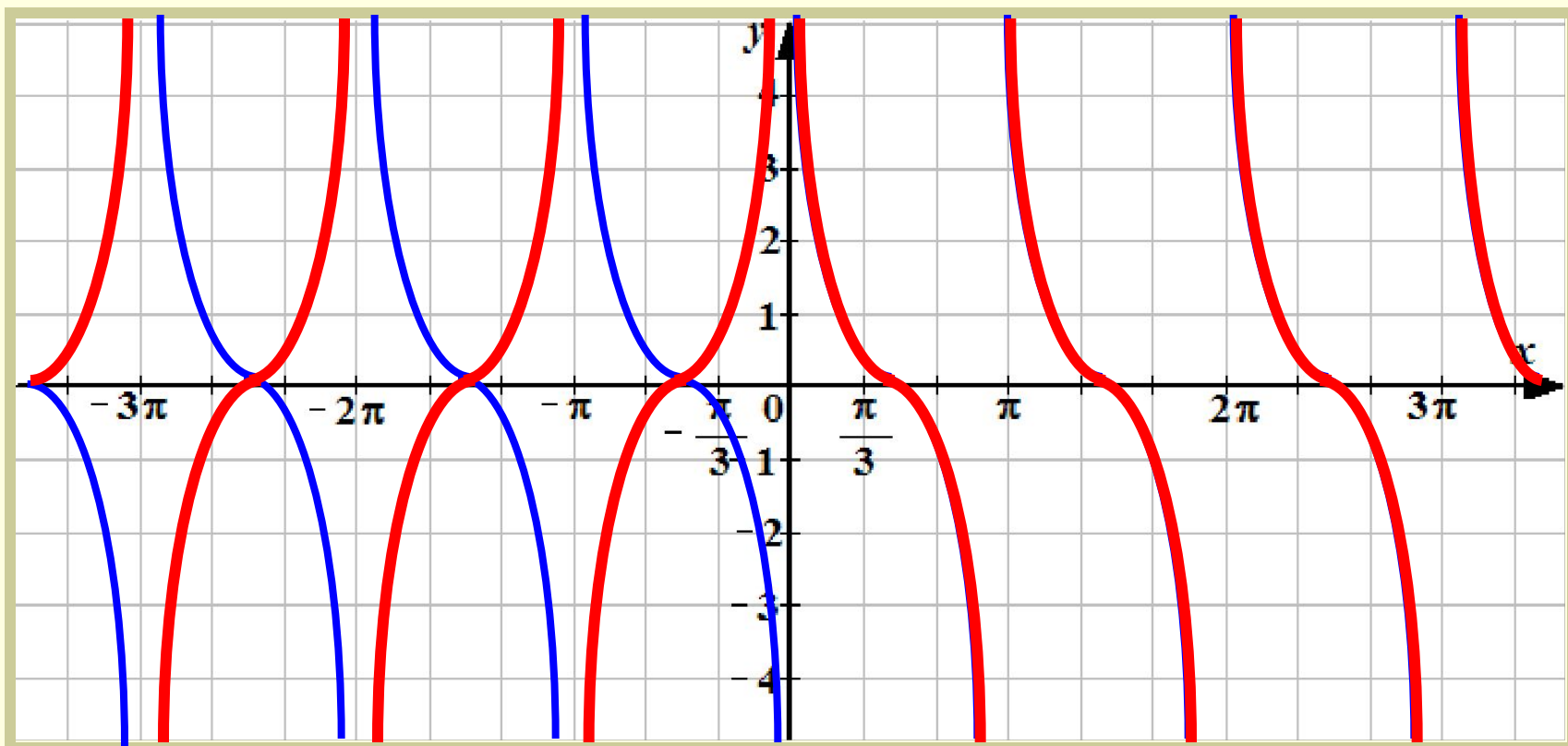


6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

Пример: $y = \operatorname{ctg} |x|$

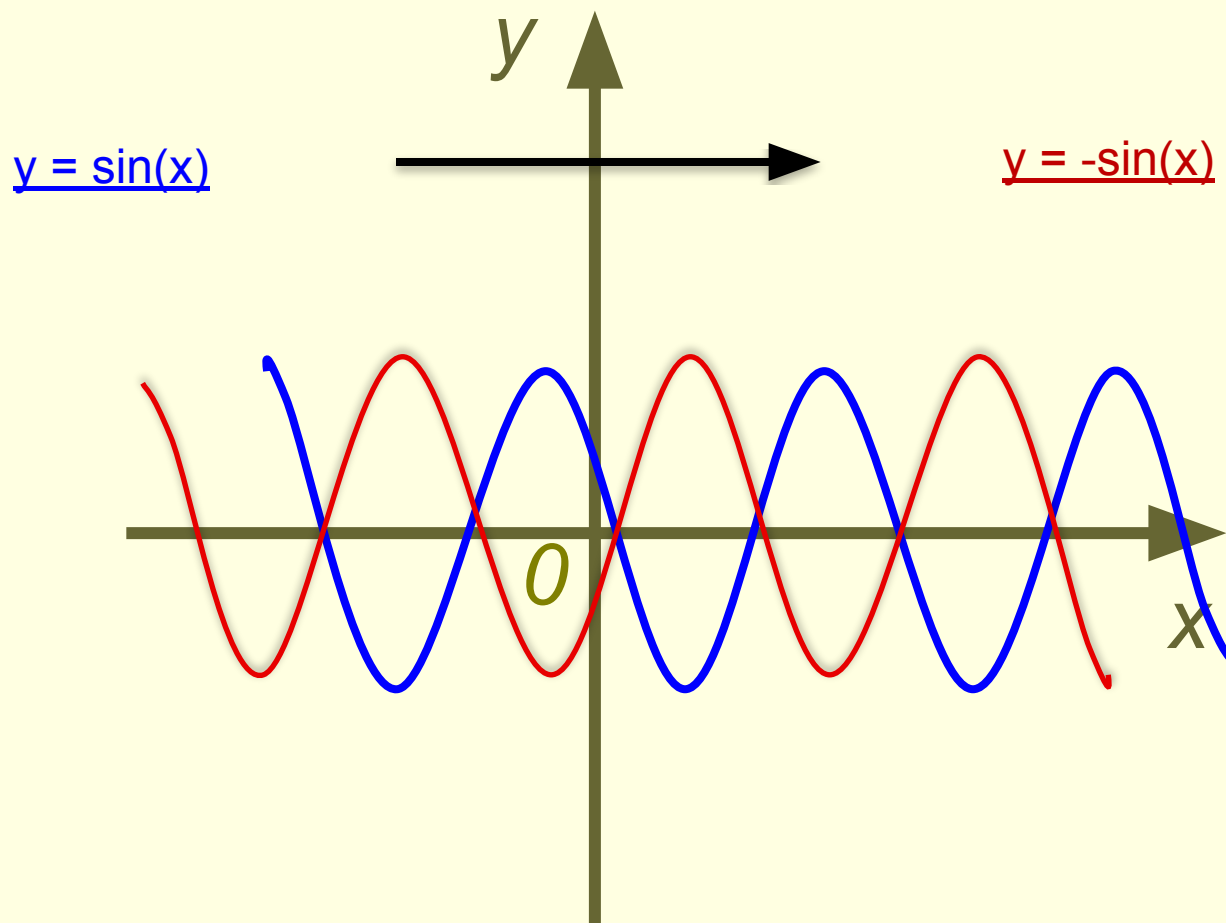
□ Строим график функции $y = \operatorname{ctg} x$

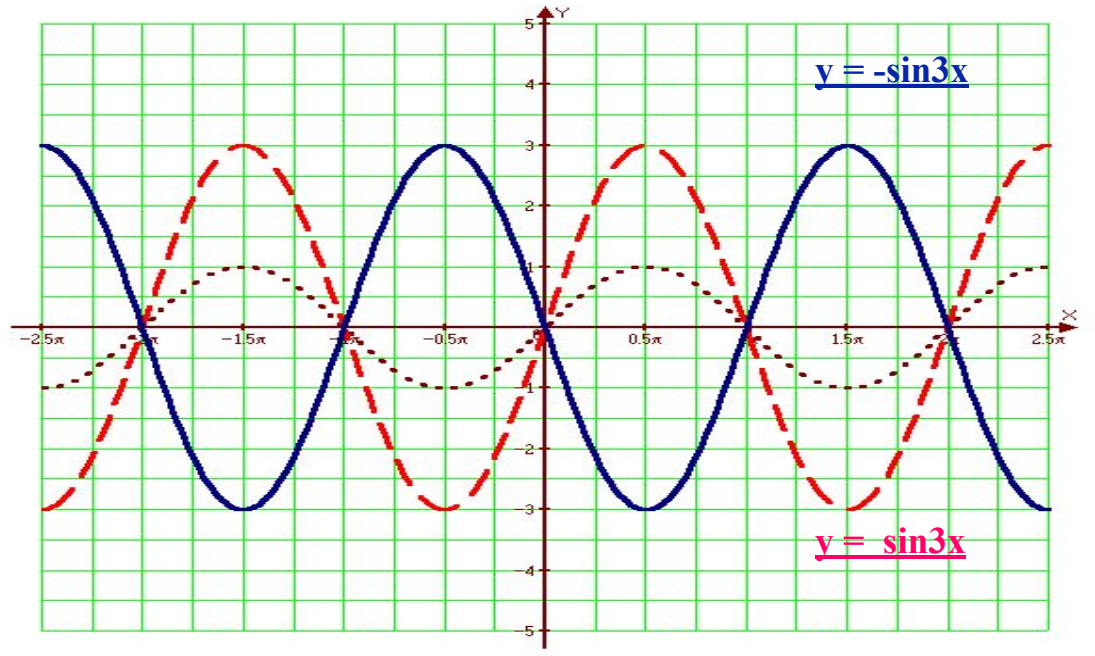
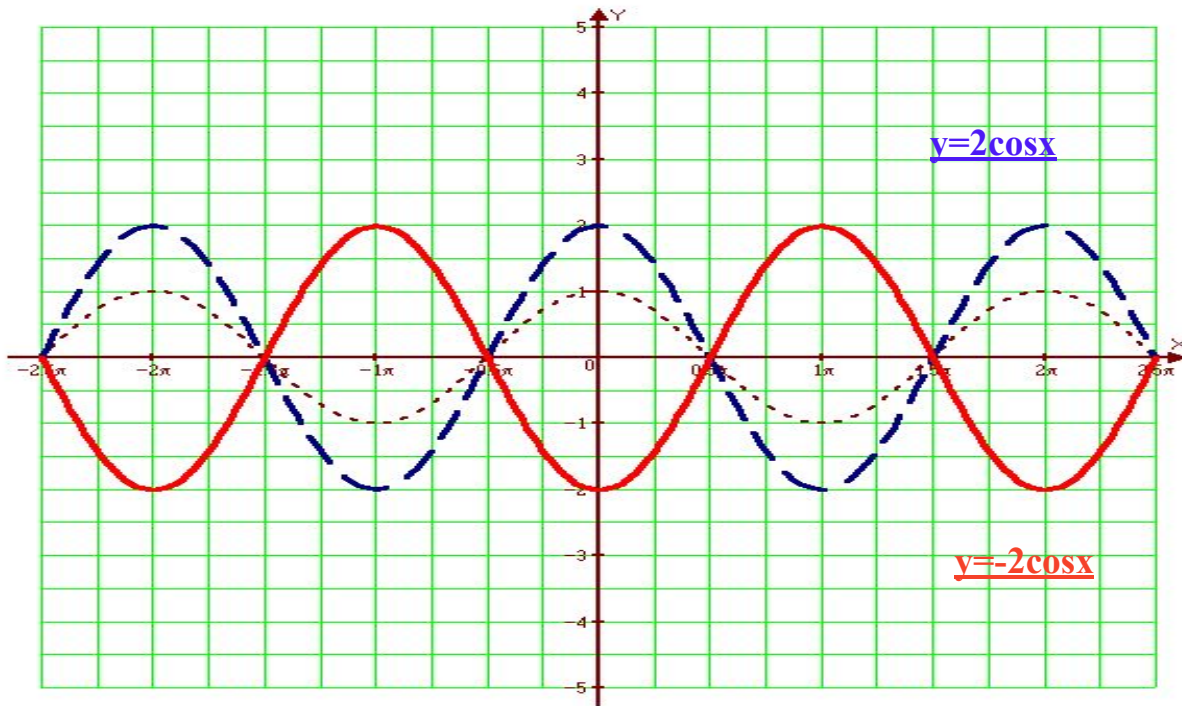
□ Строим график функции $y = \operatorname{ctg} |x|$



Преобразование вида: $y = -f(x)$ «Зеркало»

— Это отображение графика зеркально

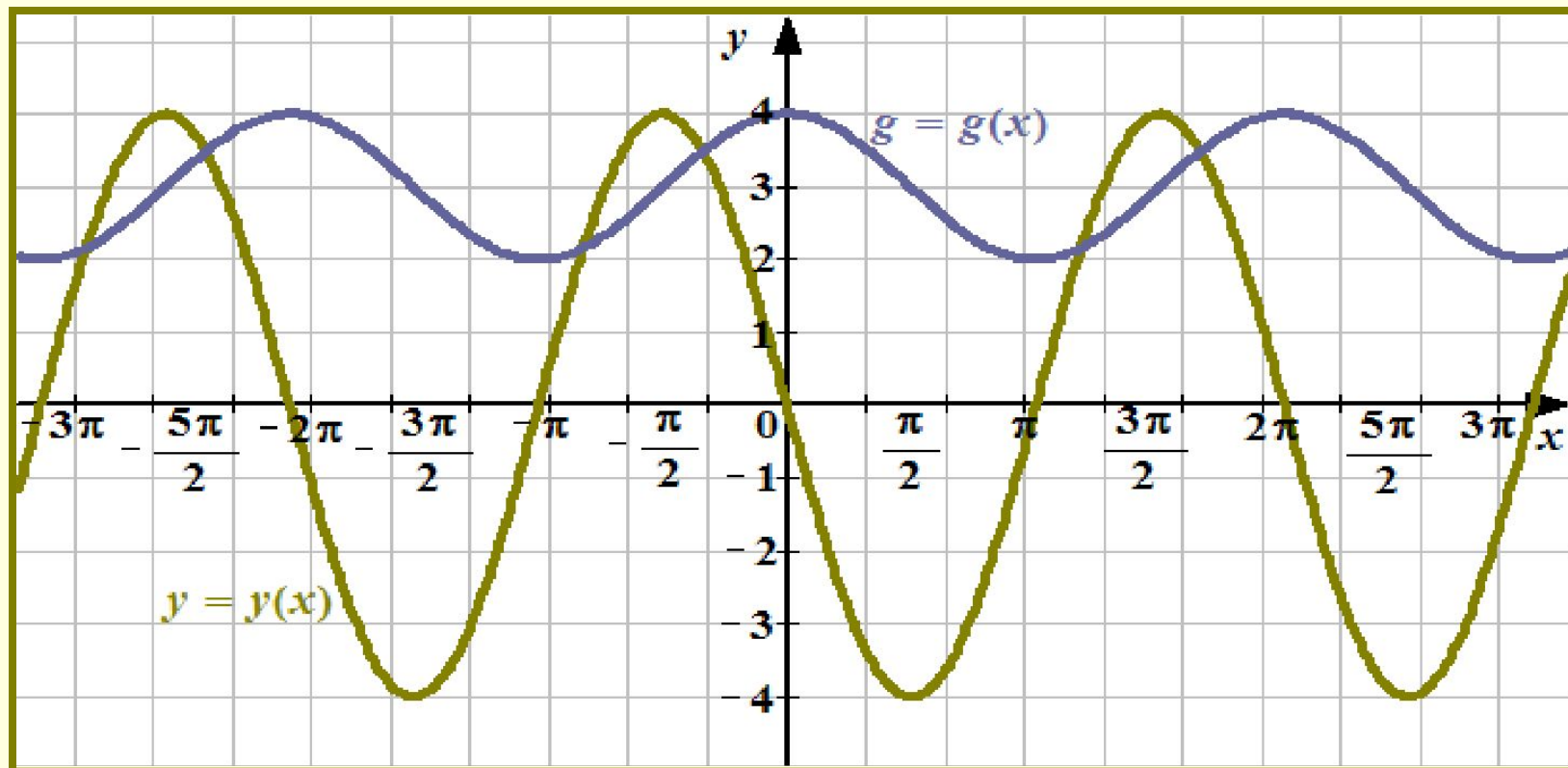




Дз выполнить конспект и задания.

Урок 2

По заданным графикам
определите вид функции:



$$y(x) = ?$$



$$g(x) = ?$$

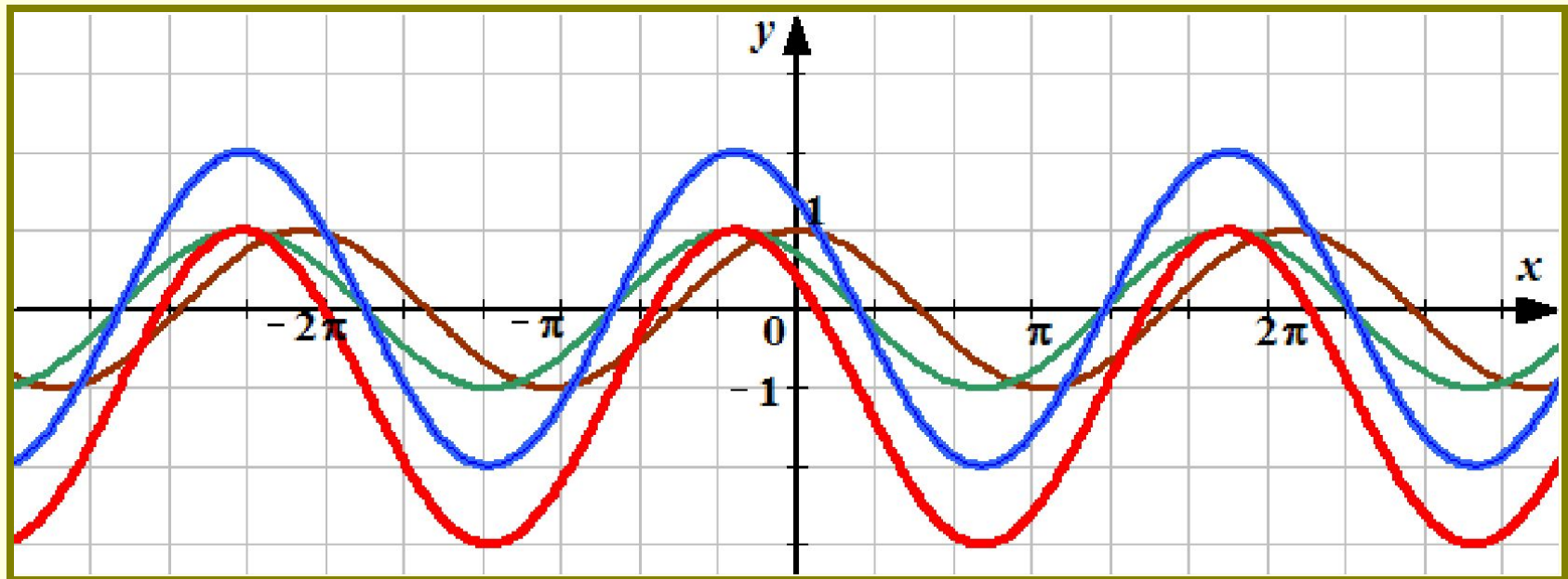
График функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

* Строим график функции $y = \cos x$

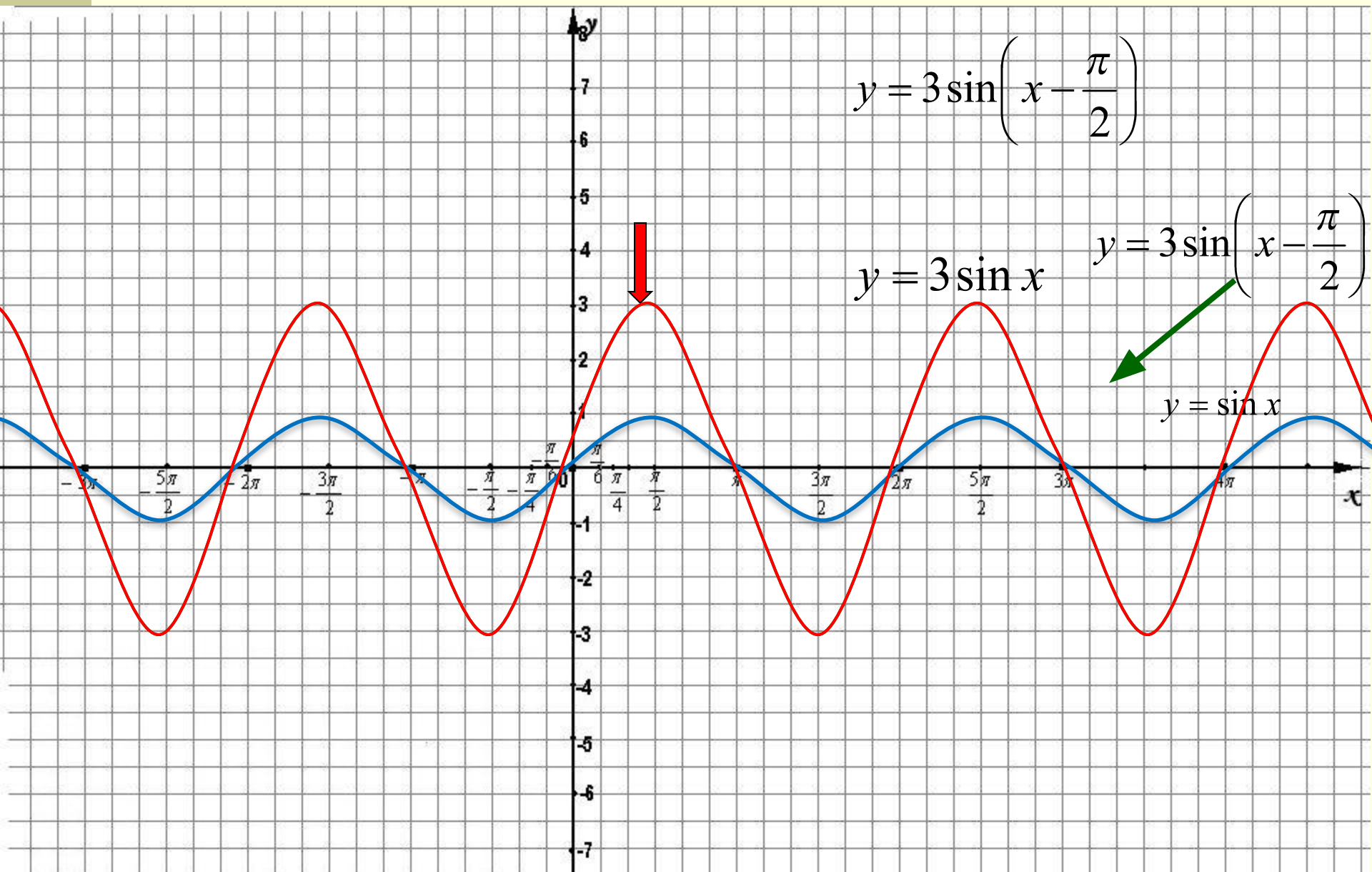
* Строим график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{4})$

* Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$

* Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

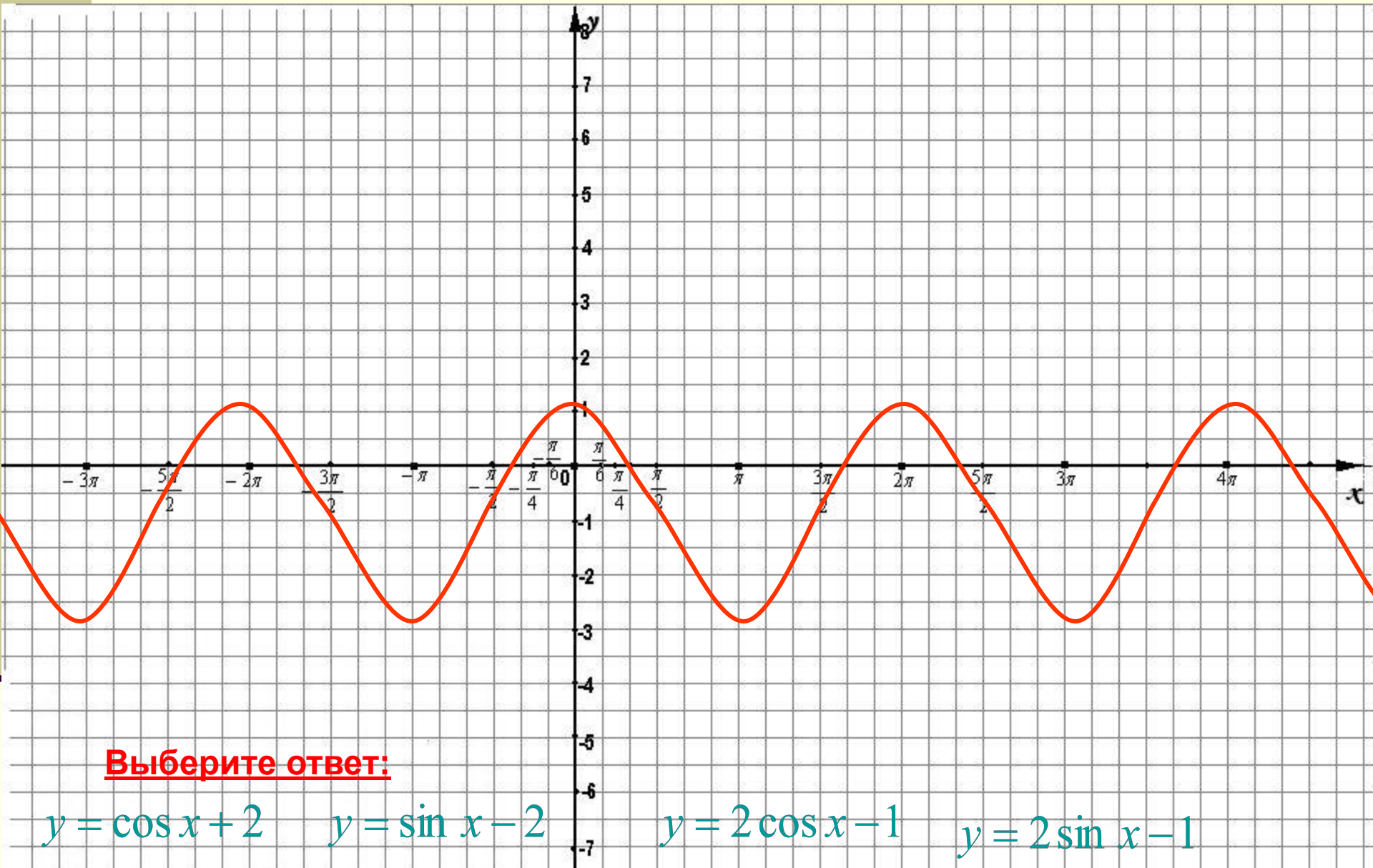


Построить график функции



Тест 1

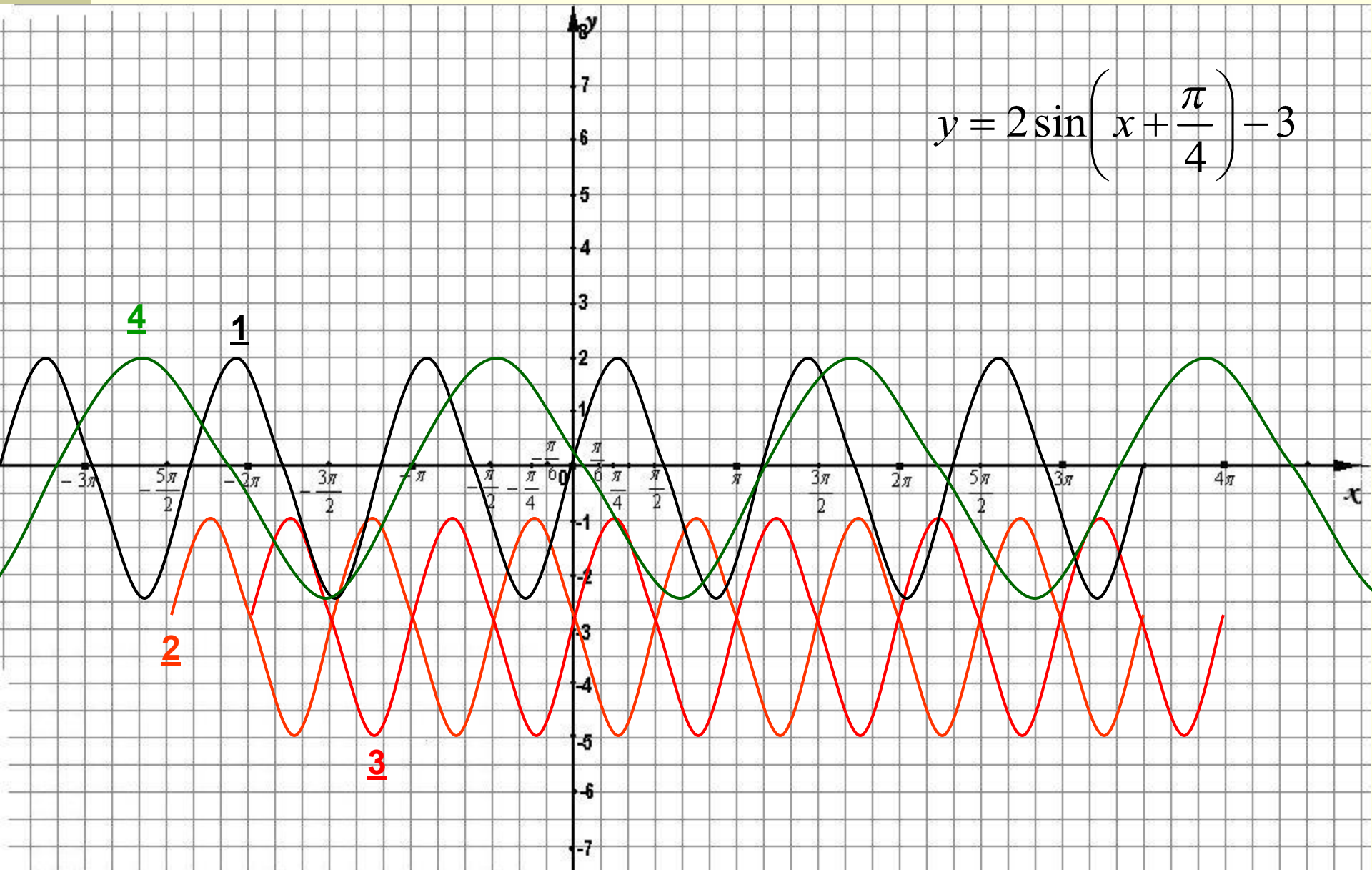
График какой функции изображен на рисунке?



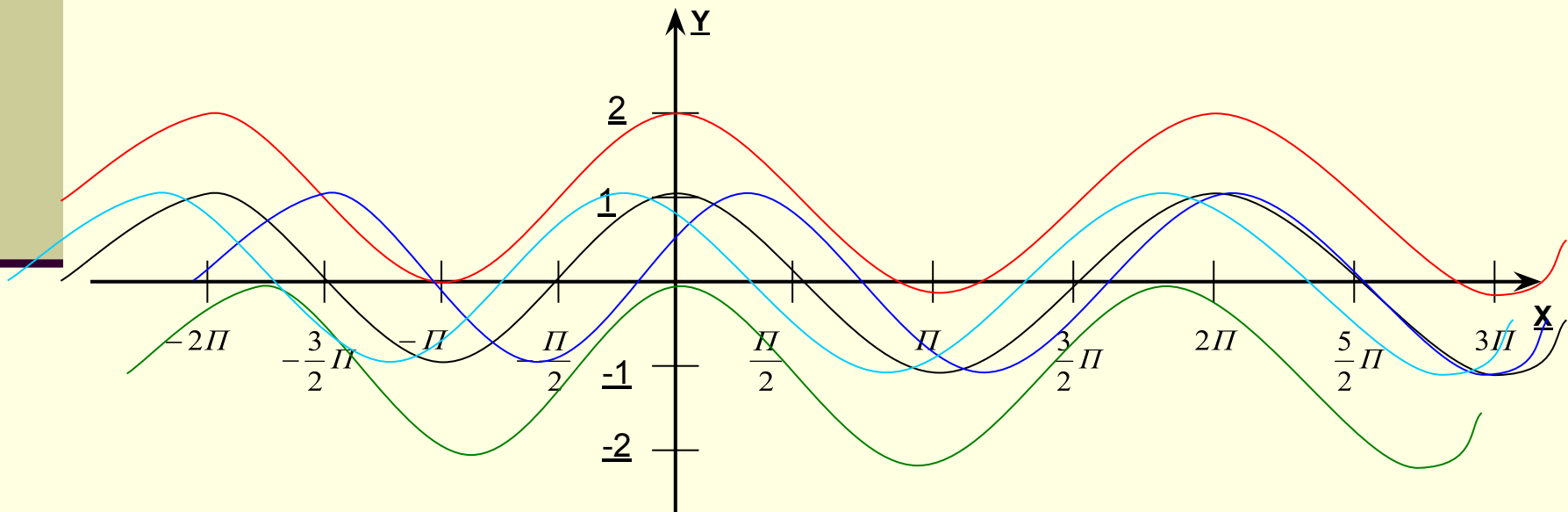
Тест 2

Укажите график функции, заданной формулой

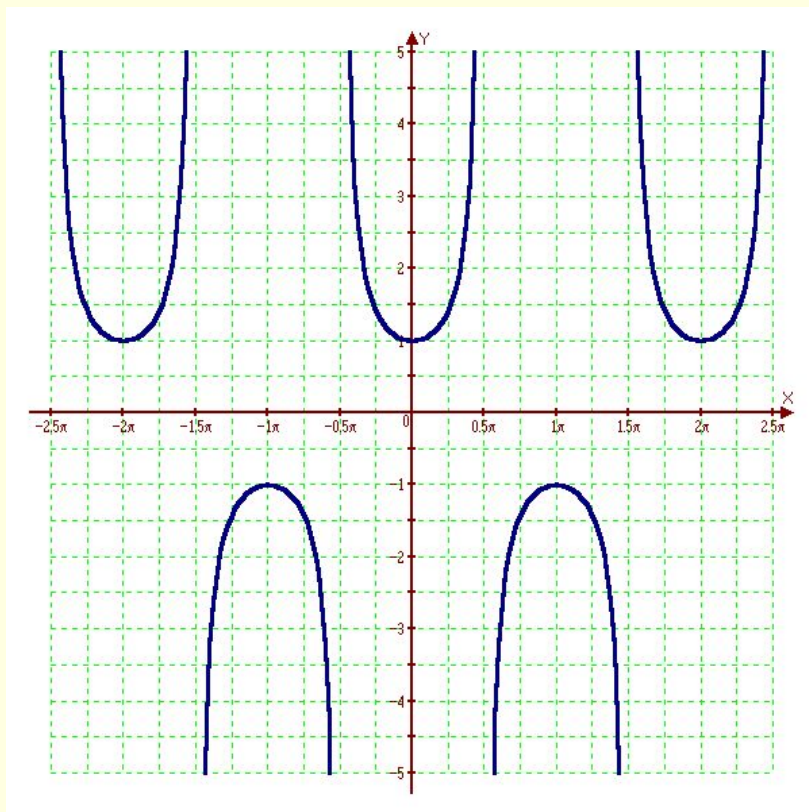
$$y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3$$



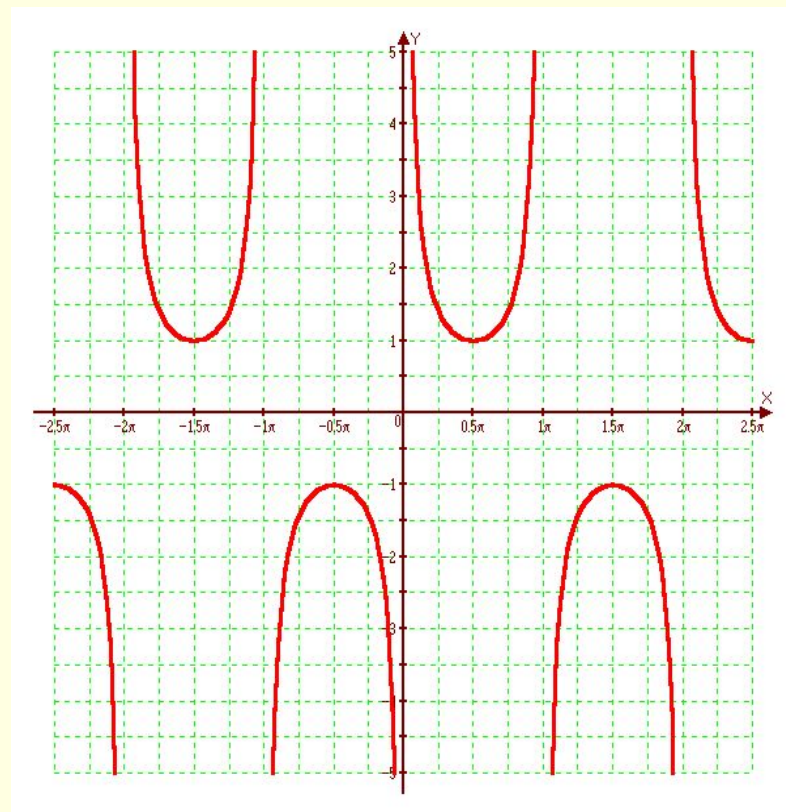
Какой из рисунков соответствует графику функции $y = \cos x + 1$?



Для любознательных...



$y = 1 / \cos x$ или $y = \sec x$
(читается секонс)



$y = \operatorname{cosec} x$ или $y = 1 / \sin x$
читается косеконс

Гармонические колебания ДКР №6

Вариант 1:

- Вариант 1:
1. $Y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x \times \frac{\pi}{2}\right)$
2. $Y = |(x^2 - 4x)|$
3. $Y = \cos|x|$

Вариант №2

1. $Y = |x^3|$
2. $Y = \sin|x|$
3. $Y = \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 2$

Вариант 1:

1. $Y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x \times \frac{\pi}{2}\right)$
2. $Y = |(x^2 - 4x)|$
3. $Y = \cos|x|$
1. $Y = |x^3|$
2. $Y = \sin|x|$
3. $Y = \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 2$

Вариант №2

$$1. Y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x \times \frac{\pi}{2}\right)$$

$$2. Y = |(x^2 - 4x)|$$

$$3. Y = \cos|x|$$

$$1. Y = |x^3|$$

$$2. Y = \sin|x|$$

$$3. Y = \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 2$$

Нужно построить в альбоме для графических работ три графика.
Для определения своего варианта, номер по списку делим на 5 и получившийся остаток - это и есть ваш вариант (например $23:5=4$, ост. 3. Ваш вариант 3, или если вы 20 по списку, остаток 0-у вас 5 вариант).
Опечатка в 1 варианте 1.

$$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right)$$