

Функция, её свойства и графики

Содержание

- Определение
- Виды функций
- Свойства функций
- Задание 1
- Задание 2
- Тест

Определение

Функция – зависимость одной переменной от другой, причем для любых значений x соответствует единственное значение функции y .

График функции – множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты соответствующим значениям функции.



Виды функций

- Линейная
- Прямая пропорциональность
- Обратная пропорциональность
- Квадратичная
- Квадратный корень
- Модуль
- Другие функции



Свойства функций

1. Область определения функции
2. Множество значений функции
3. Монотонность
4. Четность
5. Ограниченность
6. Наибольшее, наименьшее значение
7. Точки экстремума
8. Выпуклость
9. Пересечение с осями координат
10. Промежутки знакопостоянства



Задание 1

- Изобразите схематически графики функций

$$y = 2x + 1$$

$$y = x^2$$

$$y = 3x$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \frac{4}{x}$$

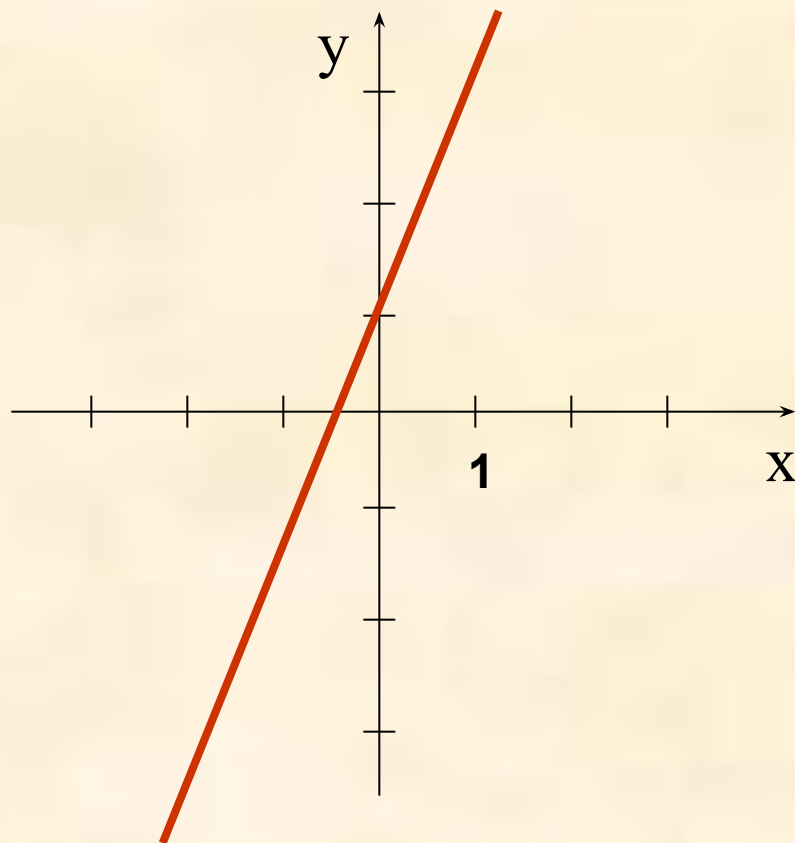
$$y = |x|$$



Пример

$$y = 2x + 1$$

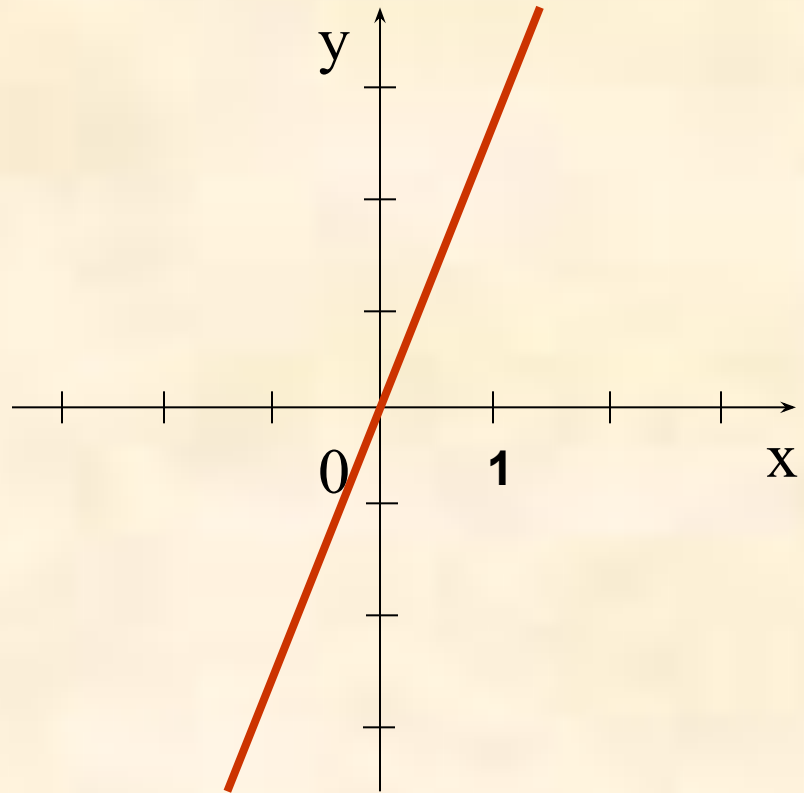
x	0	1
y	1	3



Пример

$$y = 3x$$

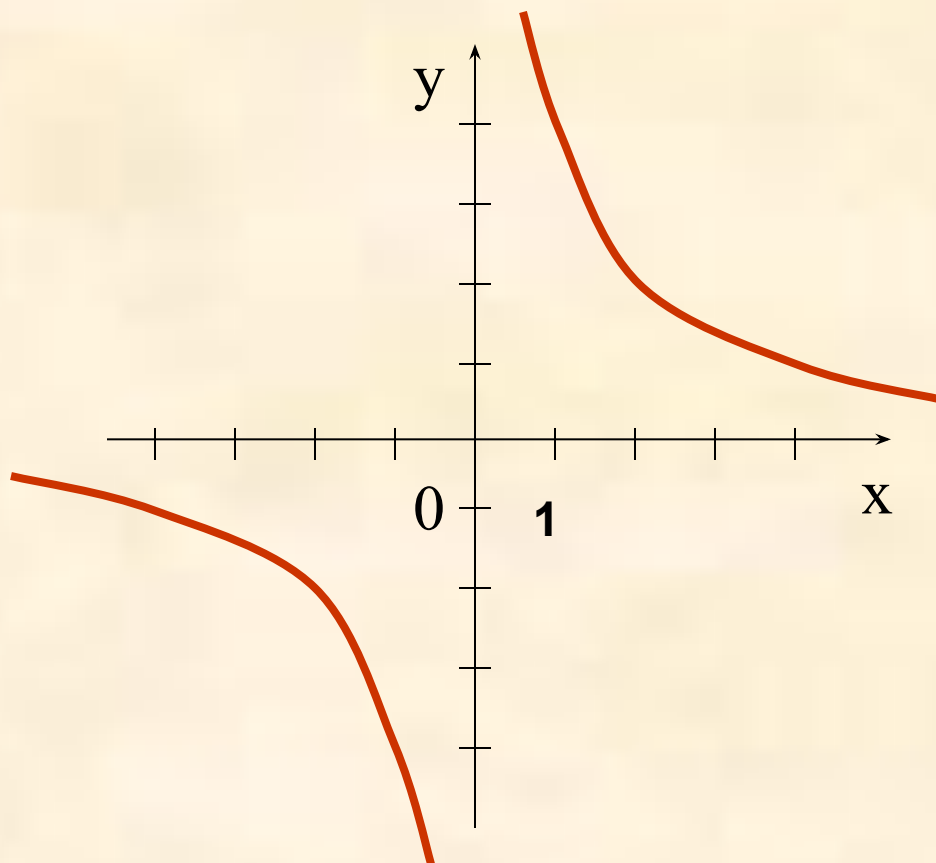
x	0	1
y	0	3



Пример

$$y = \frac{4}{x}$$

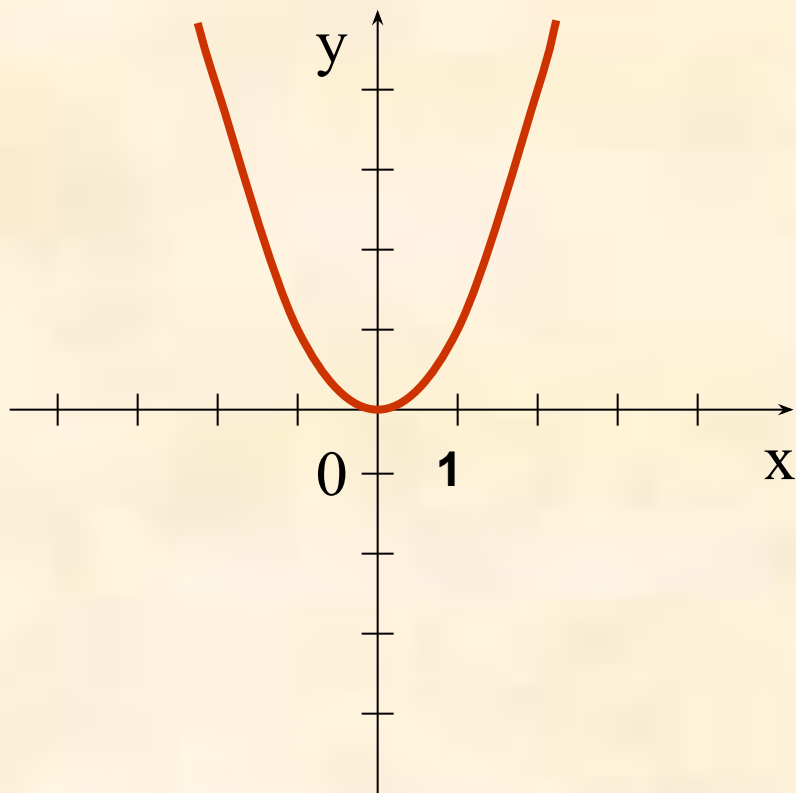
x	4	2	1	-4	-2	-1
y	1	2	4	-1	-2	-4



Пример

$$y = x^2$$

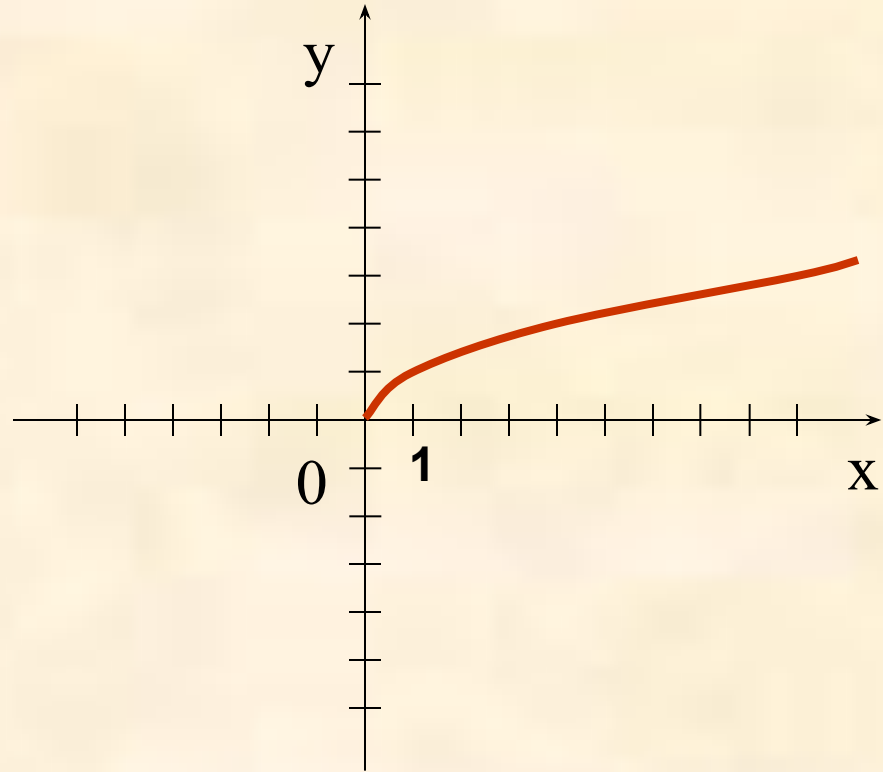
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



Пример

$$y = \sqrt{x}$$

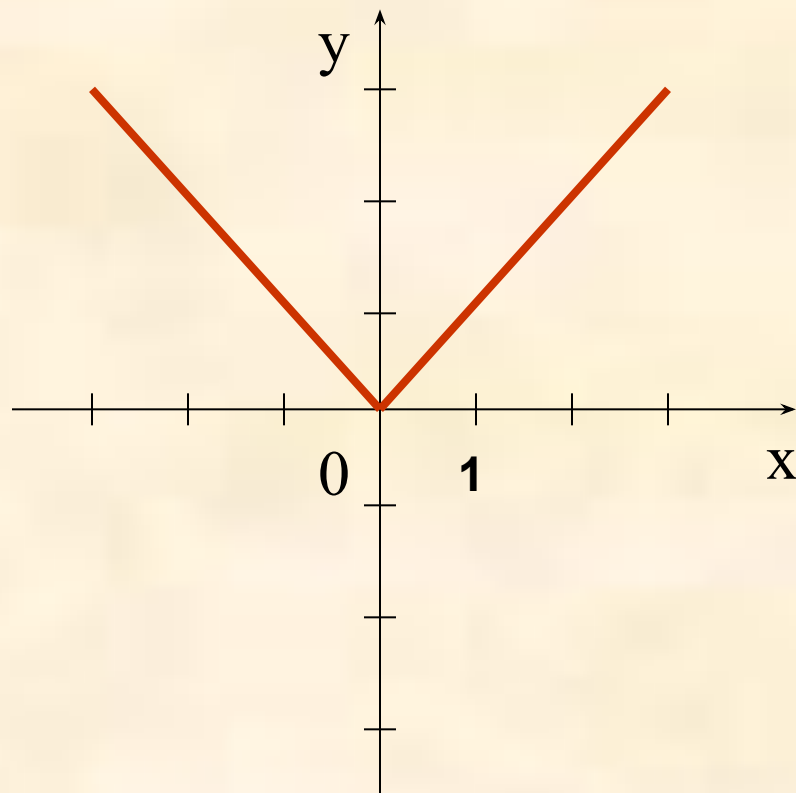
x	0	4	9
y	0	2	3



Пример

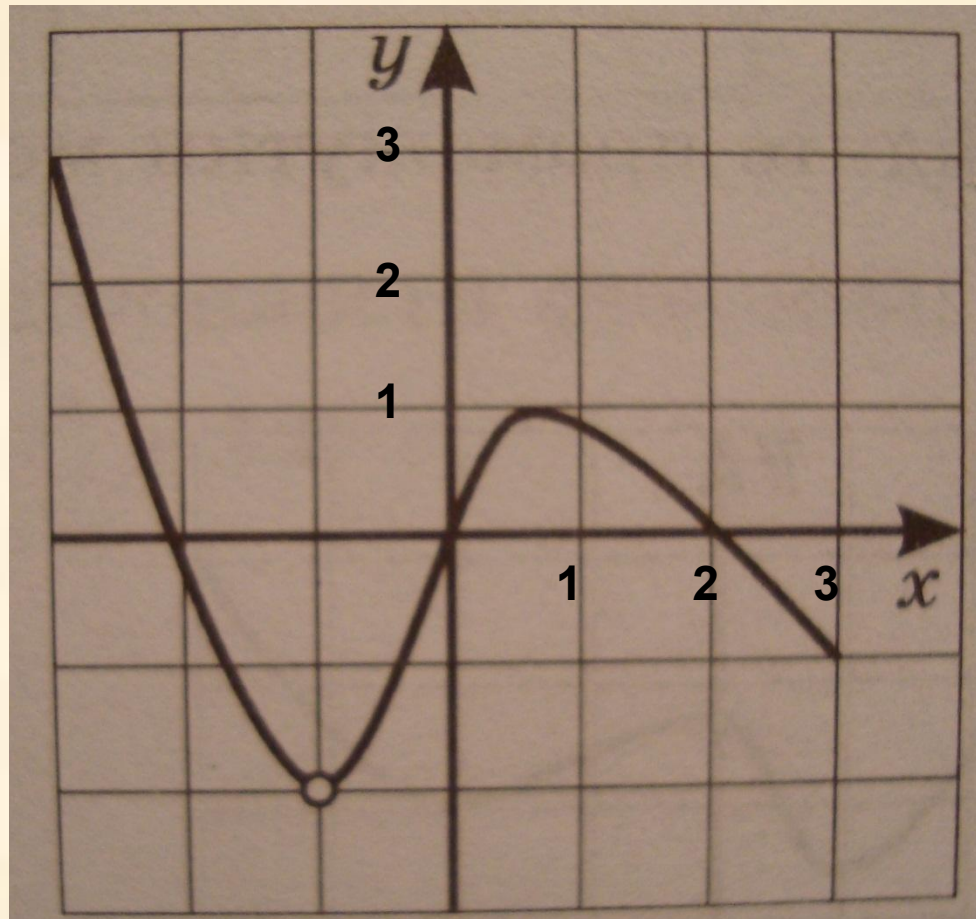
$$y=|x|$$

x	0	3	-3
y	0	3	-3



Задание 2

- Исследовать график функции



Тест

1. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{4 - 2x}$$

а) $x \geq 2$

б) $x \leq 2$

в) $x \geq \frac{1}{2}$

г) $x \leq 2$



2. Исследуйте на ограниченность функцию

$$y = 2x^2 - 3x - 1$$

а) ограничена сверху

б) ограничена снизу

в) ограничена снизу и сверху

г) не ограничена ни снизу, ни сверху



3. Среди заданных функций укажите возрастающие

1) $y = 2x^2$

3) $y = 3 - x$

2) $y = 5x - 1$

4) $y = \sqrt{x}$

а) 2, 4

б) 1, 2, 4

в) 3

г) 1, 2



4. Среди заданных функций укажите убывающие

1) $y = -x^2$

3) $y = 4 - x$

2) $y = 2x - 3$

4) $y = \sqrt{x}$

а) 1, 3

в) 3, 4

б) 3

г) 1



5. Среди заданных функций укажите четные

1) $y = 2x^2$

3) $y = 5x$

2) $y = \sqrt{x}$

4) $y = |x|$

a) 1, 3

в) 3, 4

б) 1, 2

г) 1, 4



6. Среди заданных функций укажите нечетные

1) $y = 2x^2$

3) $y = 5x$

2) $y = \frac{3}{x}$

4) $y = |x|$

а) 1, 3

в) 2, 3

б) 2, 4

г) 3, 4



7. Найдите множество значений функций

$$y = 4 - x^2$$

а) $(-\infty; 4)$

в) $[0; 4)$

б) $(-\infty; 4]$

г) $[4; +\infty)$



Верно

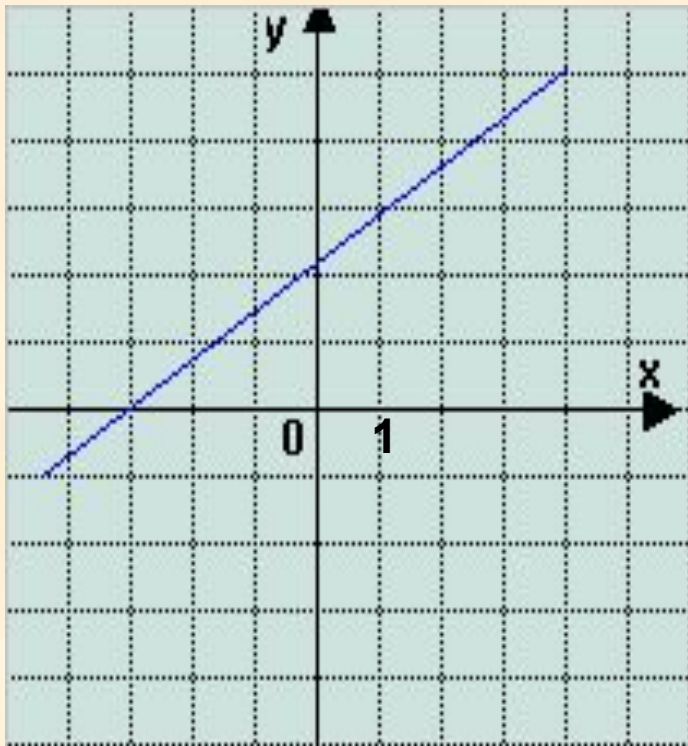


Не верно



Линейная функция $y=kx+m$ ($k>0$)

График функции - прямая



Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция не является ни четной, ни нечетной
3. Возрастает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7. $E(f)=(-\infty;+\infty)$

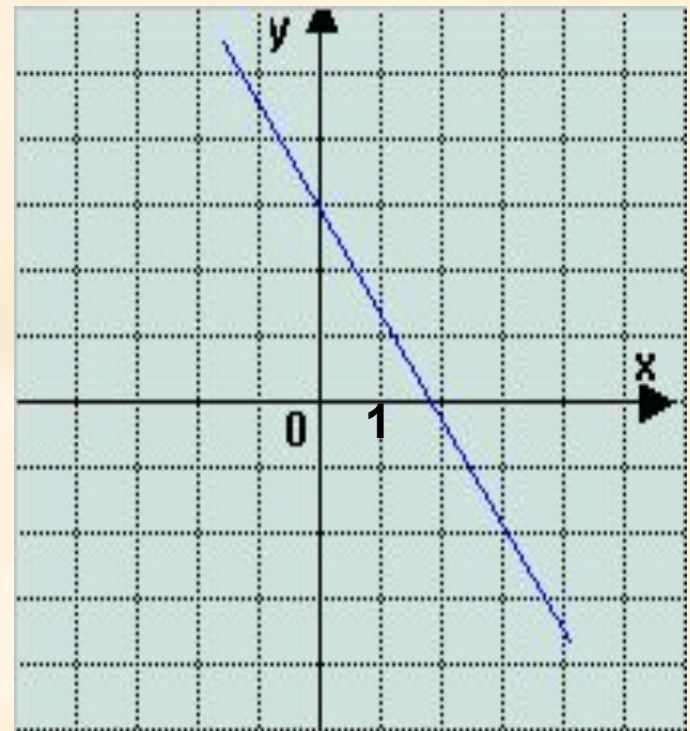


Линейная функция $y=kx+t$ ($k<0$)

Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция не является ни четной, ни нечетной
3. Убывает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7. $E(f)=(-\infty;+\infty)$

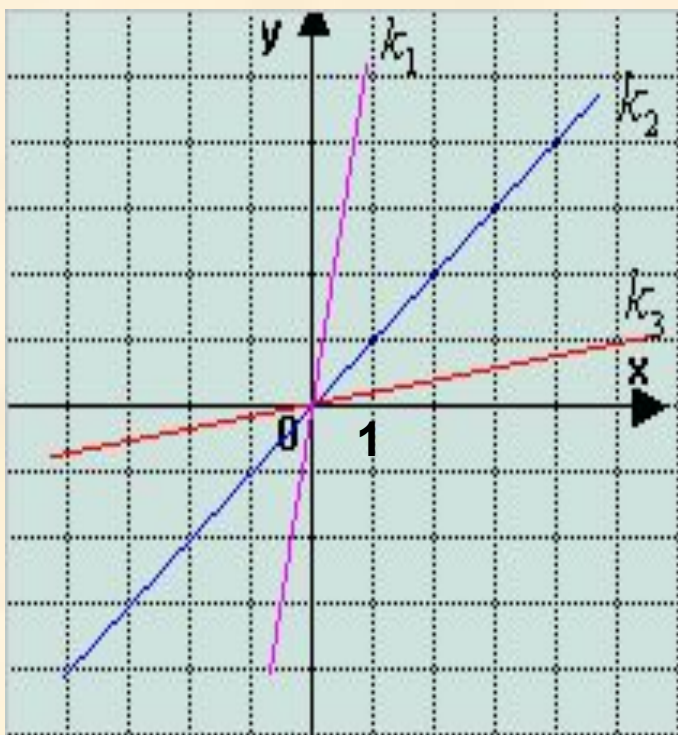
График функции - прямая



Прямая пропорциональность

$y=kx$ ($k>0$)

График функции - прямая



$$k_1 > k_2 > k_3$$

Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция является нечетной
3. Возрастает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7. $E(f)=(-\infty;+\infty)$



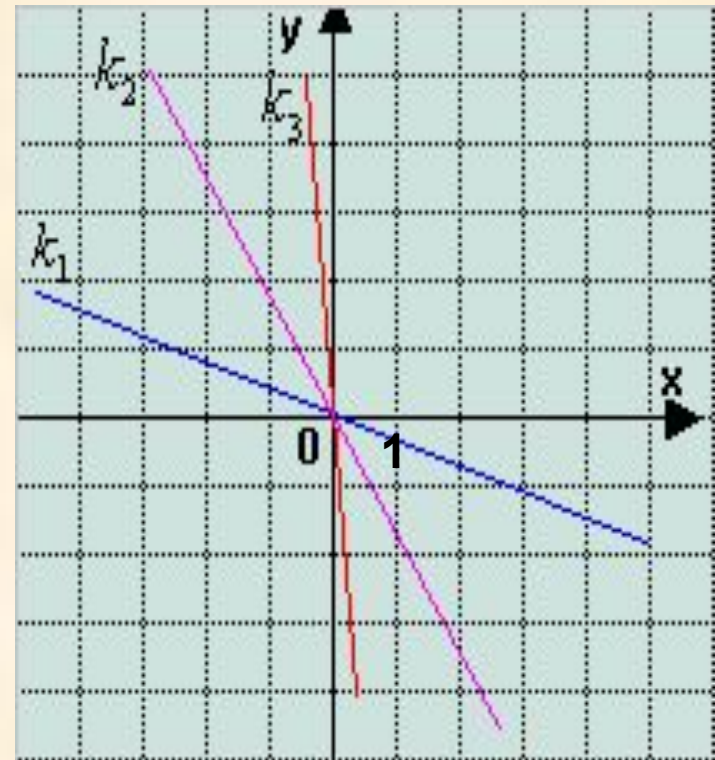
Прямая пропорциональность

$y=kx$ ($k<0$)

Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция является нечетной
3. Убывает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7. $E(f)=(-\infty;+\infty)$

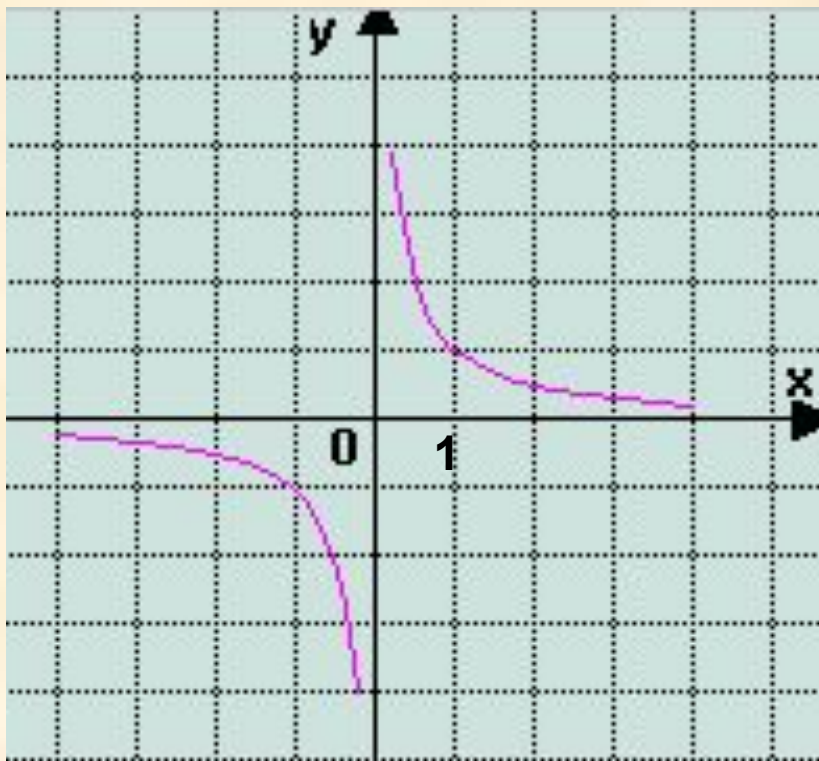
График функции - прямая



Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x} \quad (k > 0)$$

График функции - гипербола



Свойства функции

- $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Нечётная
- Убывает на открытом луче $(-\infty; 0)$, и на открытом луче $(0; +\infty)$
- Не ограничена ни снизу, ни сверху
- $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
- Непрерывна на открытом луче $(-\infty; 0)$, и на открытом луче $(0; +\infty)$
- $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Выпукла вниз при $x > 0$, выпукла вверх при $x < 0$



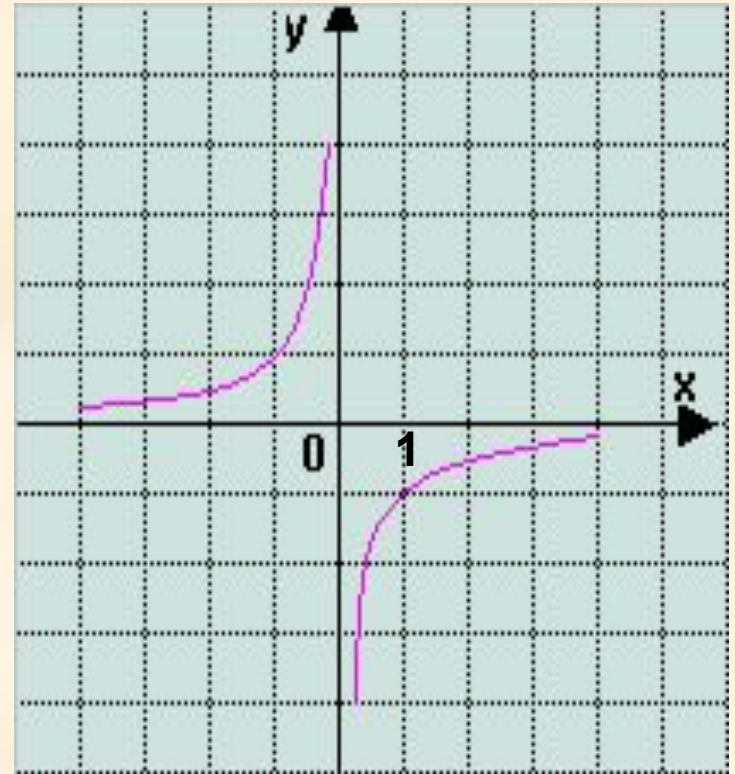
Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x} \quad (k < 0)$$

Свойства функции

- $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Нечётная
- Возрастает на открытом луче $(-\infty; 0)$, и на открытом луче $(0; +\infty)$
- Не ограничена ни снизу, ни сверху
- $U_{\text{наим}}$, $U_{\text{наиб}}$ не существует
- Непрерывна на открытом луче $(-\infty; 0)$, и на открытом луче $(0; +\infty)$
- $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Выпукла вверх при $x > 0$, выпукла вниз при $x < 0$

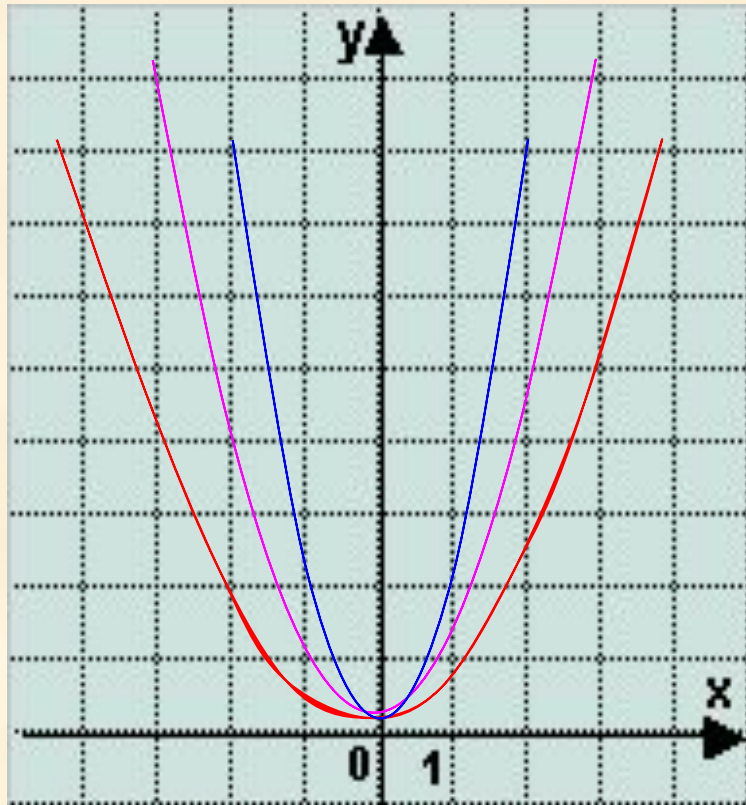
График функции - гипербола



Квадратичная функция

$y=kx^2$ ($k>0$)

График функции - парабола



— $y = 2x^2$ — $y = x^2$ — $y = \frac{1}{2}x^2$

Свойства функции

- $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- Чётная
- Убывает на луче $(-\infty; 0]$, возрастает на луче $[0; +\infty)$
- Ограничена снизу, не ограничена сверху
- $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
- Непрерывна
- $E(f) = [0; +\infty)$
- Выпукла вниз



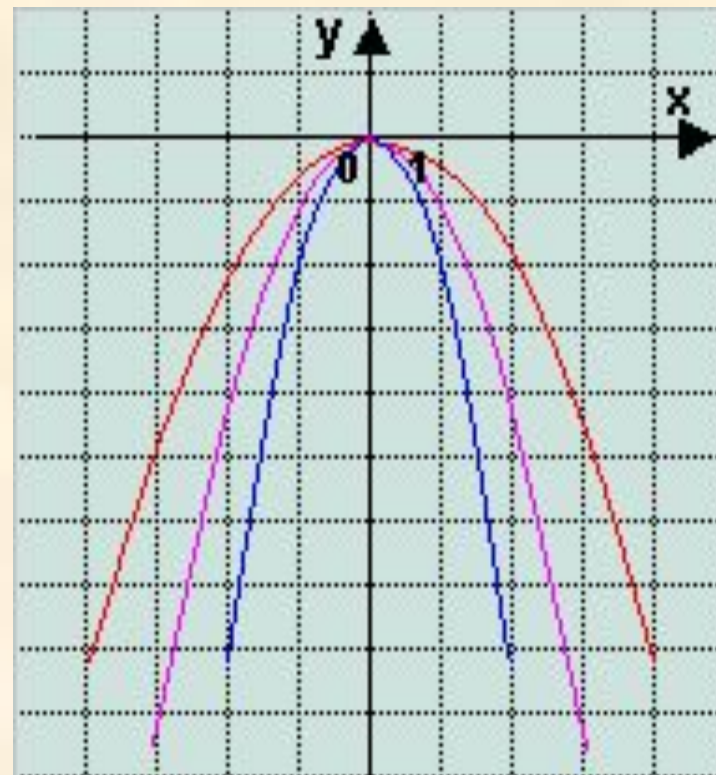
Квадратичная функция

$$y=kx^2 \quad (k<0)$$

Свойства функции

- $D(f)=(-\infty;+\infty)$
- Чётная
- Убывает на луче $[0;+\infty)$,
возрастает на луче $(-\infty;0]$
- Ограничена сверху, не
ограничена снизу
- $y_{\text{наиб}}=0$, $y_{\text{наим}}$ не
существует
- Непрерывна
- $E(f)=(-\infty;0]$
- Выпукла вверх

График функции - парабола



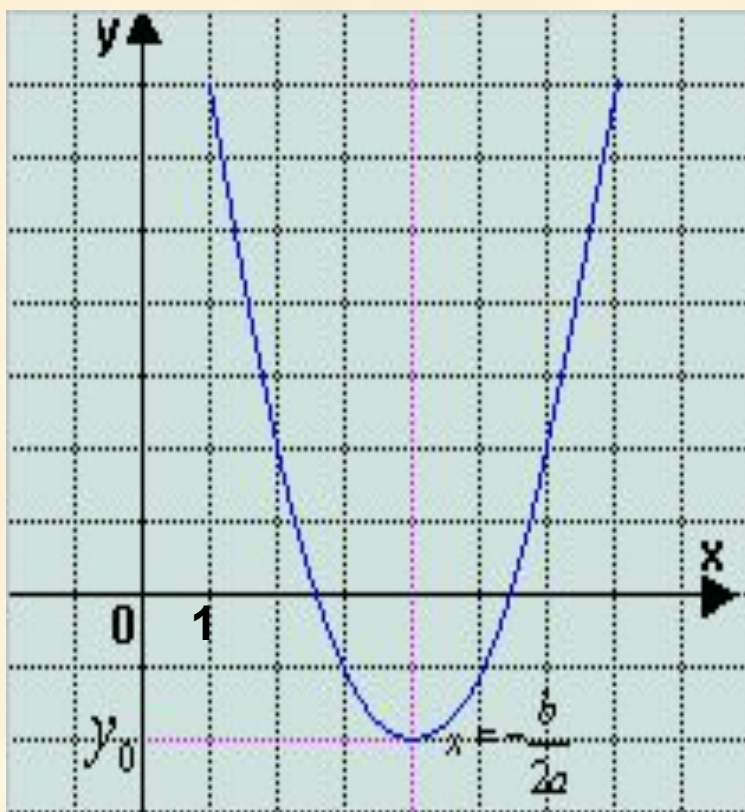
— $y = -2x^2$ — $y = -x^2$ — $y = -\frac{1}{2}x^2$



Квадратичная функция

$y=ax^2+bx+c$ ($a>0$)

График функции - парабола



Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Убывает на луче $(-\infty; -\frac{b}{2a}]$,
возрастает на луче $[-\frac{b}{2a}; +\infty)$
3. Ограничена снизу, не
ограничена сверху
4. $y_{\text{наим}} = y_0$, $y_{\text{наиб}}$ – не существует
5. Непрерывна
6. $E(f)=[y_0 ; +\infty)$
7. Выпукла вниз



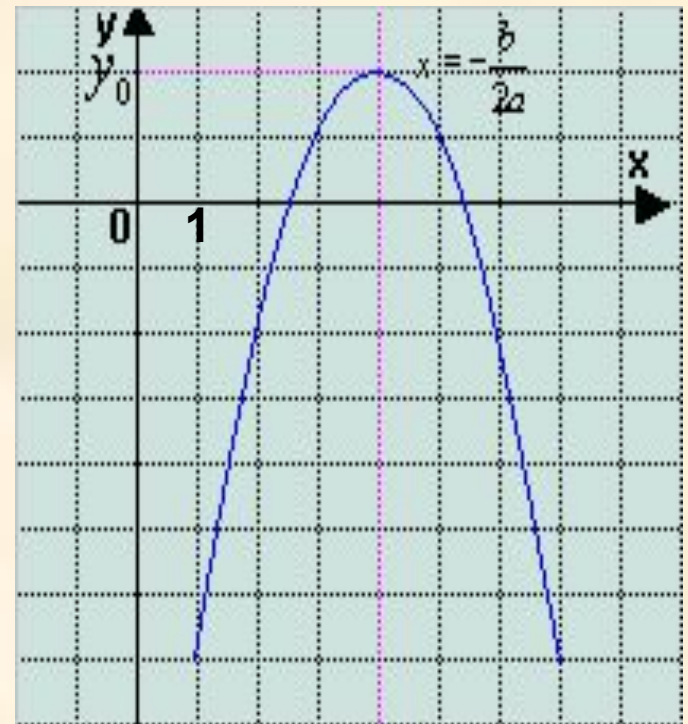
Квадратичная функция

$y=ax^2+bx+c$ ($a<0$)

Свойства функции

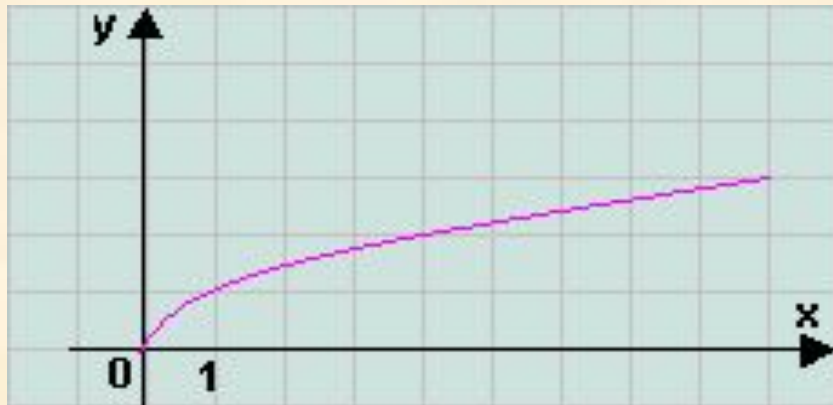
1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Возрастает на луче $(-\infty;-\frac{b}{2a}]$,
убывает на луче $[-\frac{b}{2a};+\infty)^a$
3. Ограничена сверху, не
ограничена снизу
4. $y_{\text{наиб}}=y_0$, $y_{\text{наим}}$ – не существует
5. Непрерывна
6. $E(f)=(-\infty; y_0]$
7. Выпукла вверх

График функции - парабола



Квадратный корень $y = \sqrt{x}$

График функции – ветвь параболы в первой четверти

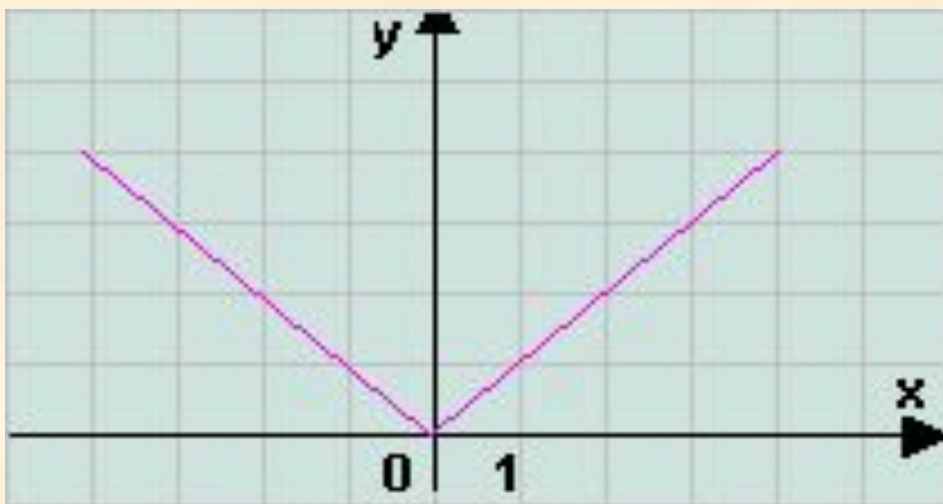


Свойства функции

1. $D(f)=[0;+\infty)$
2. Не является ни четной, ни нечетной
3. Возрастает на луче $[0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5. $y_{\text{наим}}=0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
6. Непрерывна
7. $E(f)=[0;+\infty)$
8. Выпукла вверх



Модуль $y=|x|$



Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Чётная
3. Убывает на луче $(-\infty;0]$, возрастает на луче $[0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5. $y_{\text{наим}}=0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
6. Непрерывна
7. $E(f)=[0;+\infty)$
8. Функцию можно считать выпуклой вниз

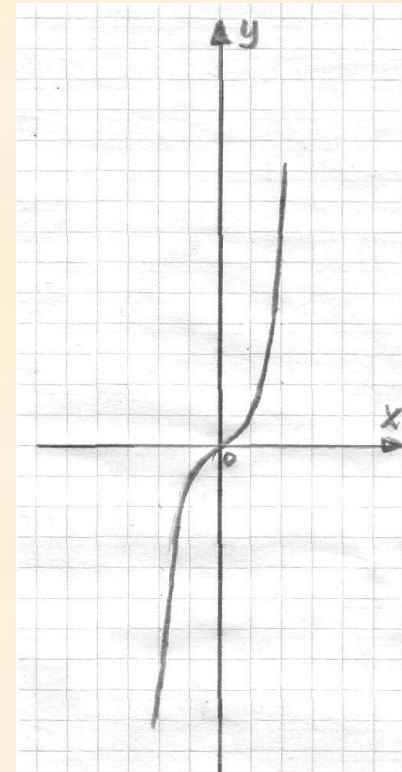


Функция $y=x^{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Нечётная
3. Возрастает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
6. Непрерывна
7. $E(f)=(-\infty;+\infty)$
8. Выпукла вверх при $x<0$
Выпукла вниз при $x>0$

График функции - кубическая парабола

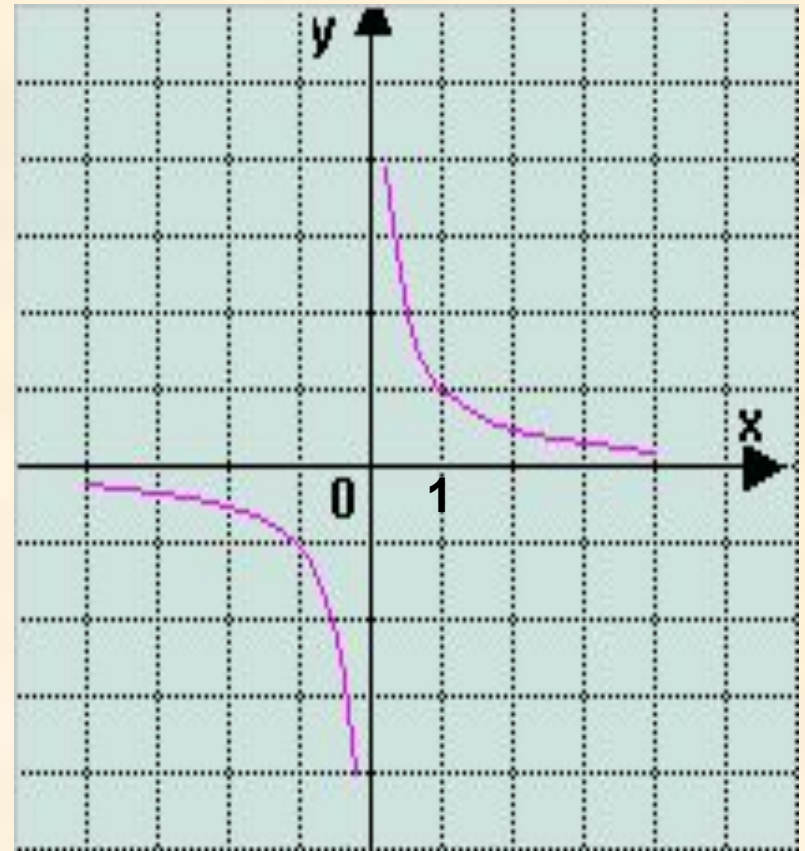


Функция $y=x^{-(2n+1)}$

Свойства функции

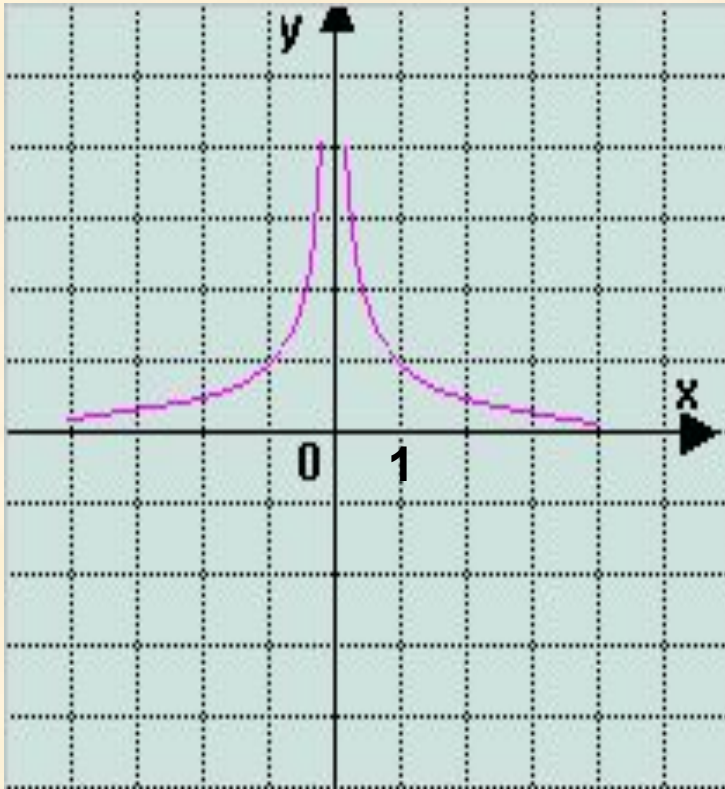
1. $D(f)=(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
2. Нечётная
3. Убывает на открытом луче $(-\infty;0)$, и на открытом луче $(0;+\infty)$
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
6. Непрерывна на открытом луче $(-\infty;0)$, и на открытом луче $(0;+\infty)$
7. $E(f)=(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
8. Выпукла вниз при $x>0$, выпукла вверх при $x<0$

График функции - гипербола



Функция $y=x^{-2n}$

График функции - гипербола



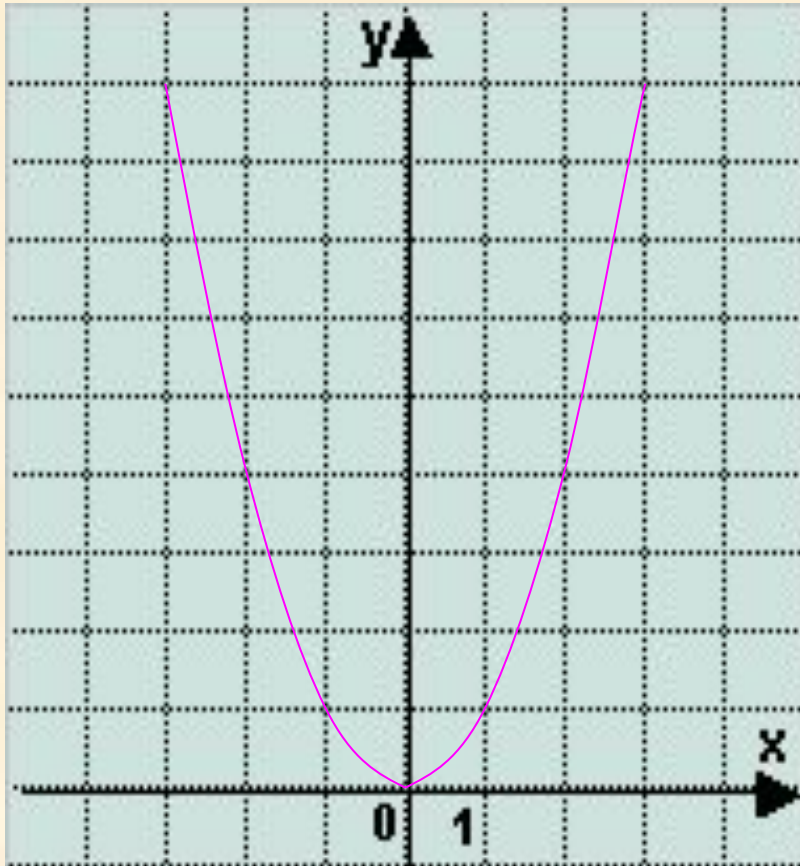
Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
2. Чётная
3. Возрастает на открытом луче $(-\infty;0)$, и убывает на открытом луче $(0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5. унаим, унаиб не существует
6. Непрерывна на открытом луче $(-\infty;0)$, и на открытом луче $(0;+\infty)$
7. $E(f)=(0;+\infty)$
8. Выпукла вниз при $x < 0$ и при $x > 0$



Функция $y=x^{2n}$ ($n \in \mathbb{N}$)

График функции - парабола



Свойства функции

1. $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Чётная
3. Убывает на луче $(-\infty;0]$, возрастает на луче $[0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5. $y_{\text{наим}}=0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
6. Непрерывна
7. $E(f)=[0;+\infty)$
8. Выпукла вниз

