

# Тепловое излучение



Тепловое излучение – это излучение, осуществляемое за счет внутренней энергии тела.

Тепловое излучение – особый вид излучения, которое обладает следующими свойствами:

- Тепловое излучение равновесное. Понятие равновесия предполагает равновесие между излучением и излучающим телом.
- Все хорошо поглощающие тела излучают в одинаковом спектральном интервале при данной температуре, то есть спектр излучения таких тел одинаковый.
- Равновесие носит динамический характер. То есть процесс излучения и поглощения идет непрерывно.

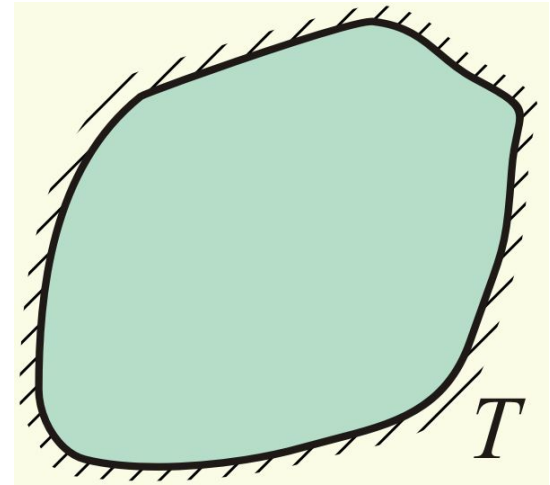
# Равновесное излучение

Рассмотрим полость, температура стенок которой поддерживается постоянной.

В начальный период времени полость будет заполнена излучением с **характерным** для материала полости спектром.

За счет частичного поглощения, за счет хаотического теплового движения, атомы полости переходят в возбужденное состояние и излучают. При этом происходит изменение интенсивности, спектрального состава, состояния поляризации света.

Система постепенно переходит в состояние равновесия, которому соответствует **наибольшая вероятность**. Это излучение называется **равновесным**

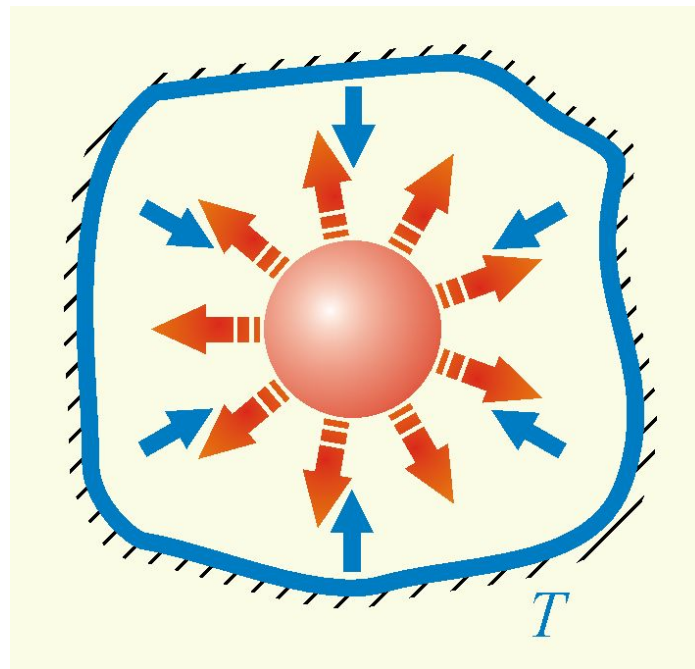
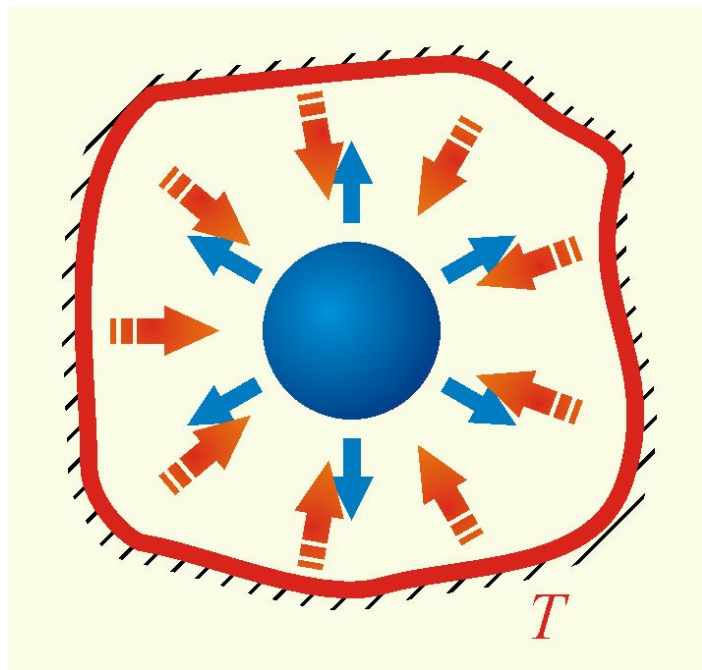


Спектральный состав и другие характеристики не зависят от свойств материала стенок полости (и тел внутри нее), а определяются только температурой стенок

Излучение также можно характеризовать этой температурой и считать ее свойством самого излучения, которое также называется *тепловым*.

Только тепловое излучение может быть равновесным.

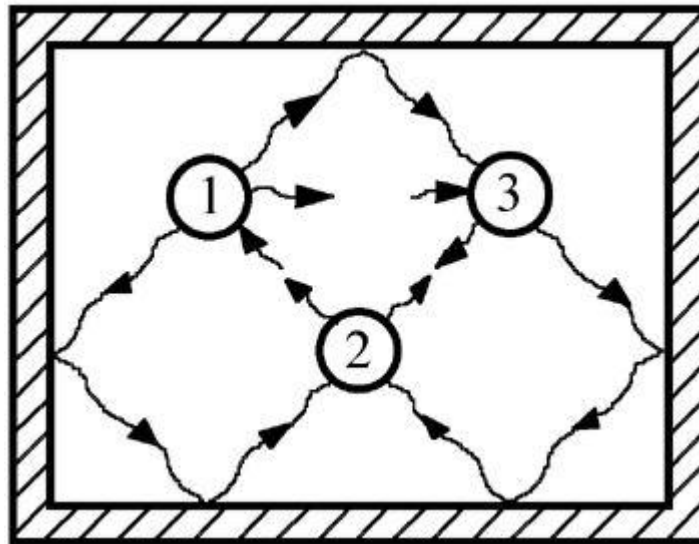
Интенсивность теплового излучения  
возрастает при повышении температуры.



При нарушении равновесия между телом и излучением, тело либо поглощает больше, чем излучает (т.е. нагревается), либо излучает, за счет убыли внутренней энергии (охлаждается).

# Равновесное излучение

- Если несколько нагретых излучающих тел окружить идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой, то по истечении некоторого промежутка времени в системе "излучающие тела + излучение в полости" установится термодинамическое равновесие. Это означает, что температуры всех тел выровняются, а распределение энергии между телами и излучением не будет изменяться со временем.



## ***Количественные характеристики теплового излучения:***

- Световой поток  $\Phi$  – энергия, излучаемая всей поверхностью нагретого тела в единицу времени.
- Энергетическая светимость  $R$  определяется потоком излучаемой энергии, отнесенным к поверхности излучающего тела, то есть энергией, излучаемой единицей поверхности тела в единицу времени по всем направлениям.

- Энергетическая светимость тела для различных интервалов различна и пропорциональна этим интервалам.

$$dR_T = r_{\omega, T} d\omega$$

$r_{\omega, T}$  - испускательная способность тела.



Энергетическая светимость зависит только от температуры. Испускательная способность зависит не только от температуры, но и от частоты.

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega$$

- полная энергетическая светимость тела.

Перейдем от частотного интервала к интервалу длин волн:

## Испускательная способность –

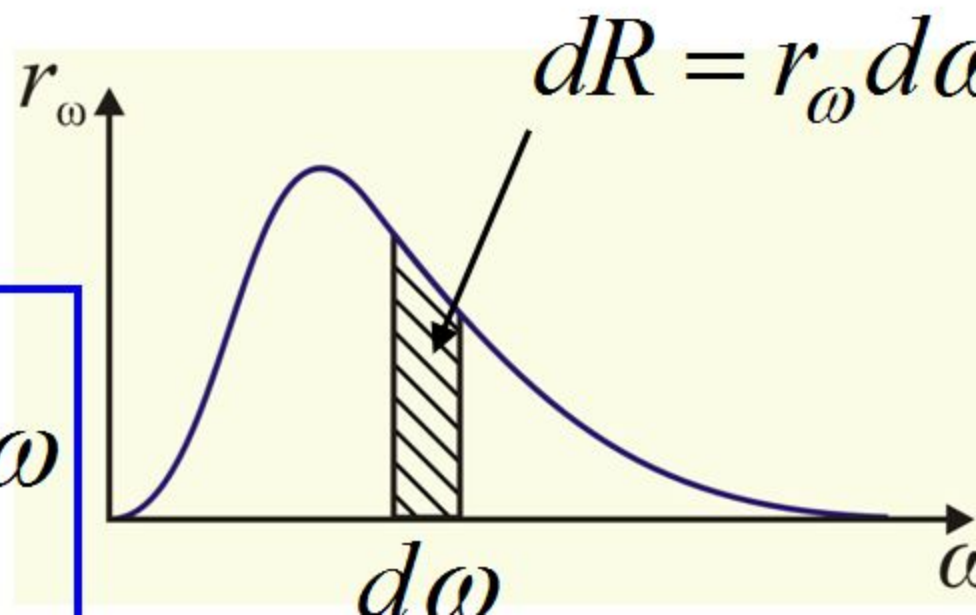
величина, равная спектральной плотности энергетической светимости

Это энергия, излучаемая телом в единицу времени с единицы площади

в единичном интервале длин волн (частот)

$$r_{\omega}(\omega, T) = \frac{dR}{d\omega}$$

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega}(\omega, T) d\omega$$



$$d\omega \rightarrow d\lambda$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

$$d\omega = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda$$

Так как  $d\omega$  и  $d\lambda$  относятся к одному и тому же интервалу, то энергетическая светимость остается величиной постоянной.

$$r_{\omega, T} d\omega = r_{\lambda, T} d\lambda$$

$$r_{\omega, T} = \frac{\lambda^2}{2\pi c} r_{\lambda, T}$$

$$r_{\omega, T} \frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda = r_{\lambda, T} d\lambda$$

$$f(\omega, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T)$$

Помимо испускательной способности тело характеризуется поглощательной способностью.

$$a_{\omega, T} = \frac{d\Phi'}{d\Phi}, \text{ где}$$

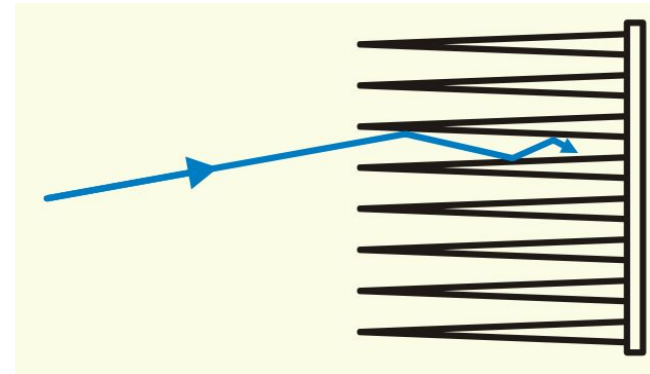
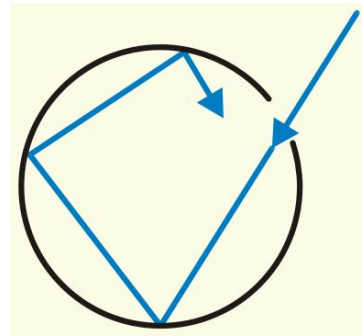
$d\Phi'$  - поток, поглощенный телом,  
 $d\Phi$  - поток, падающий на тело.

Существуют тела, которые поглощают все падающее на них излучение. Такие тела были названы абсолютно черными.

Эта величина зависит  
от природы тела,  
температуры,  
состояния поверхности,  
частоты падающего излучения.

Для абсолютно черного тела (АЧТ)

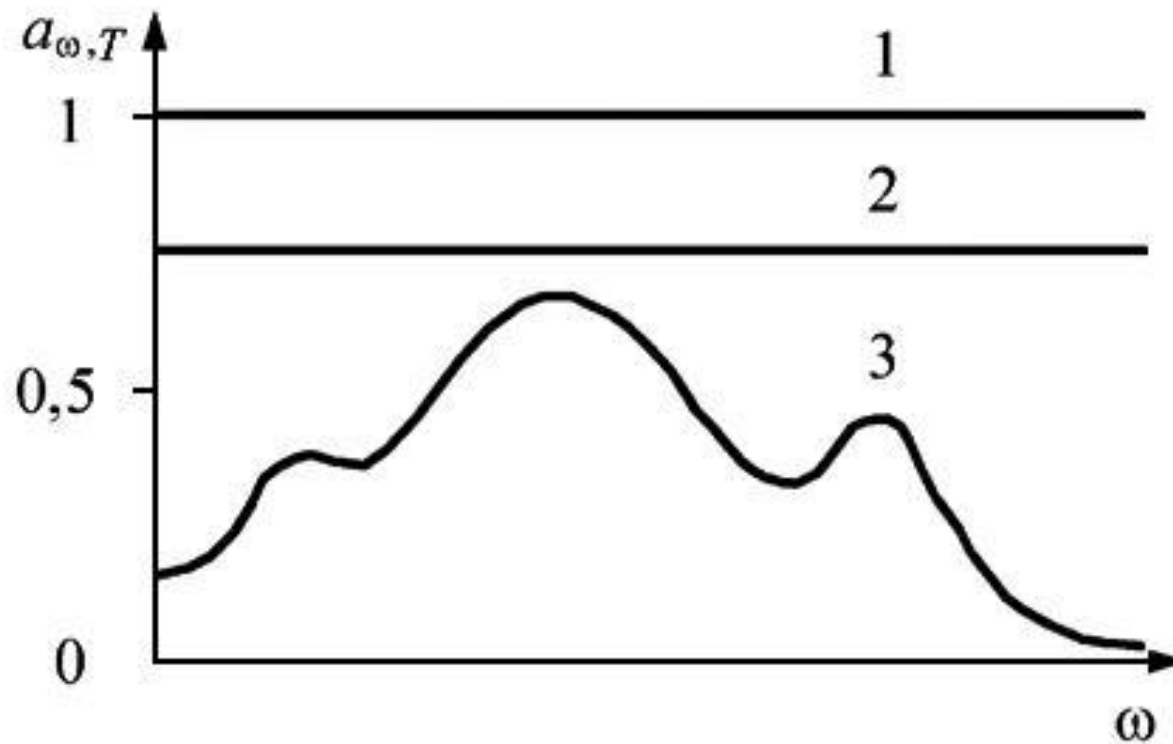
$$A(\omega, T) = 1$$



Тело называют серым, если

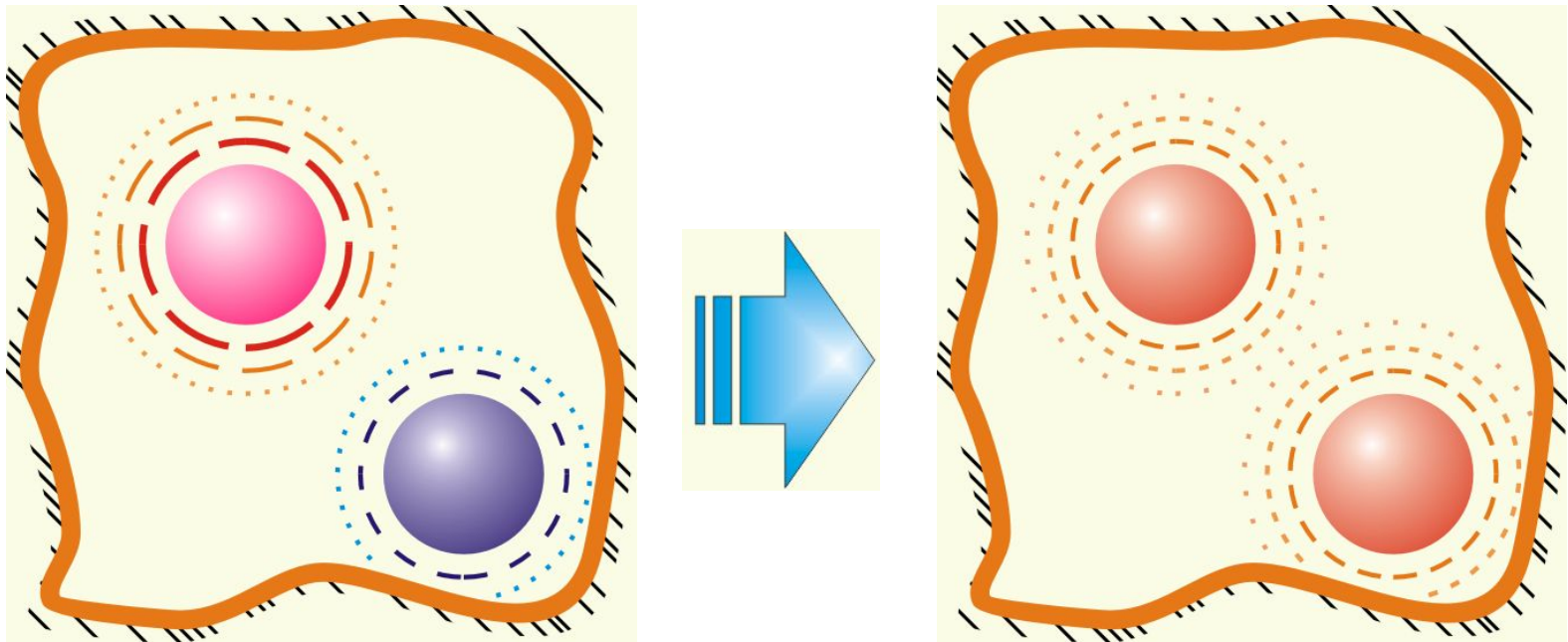
$$A(\omega, T) = A(T) < 1$$

Поглощательная способность  
абсолютно черного тела (1),  
серого тела (2),  
обычного тела (3)



# Закон Кирхгофа

Рассмотрим два тела в замкнутой полости



В этой системе устанавливается  
*динамическое равновесие* — оба тела  
будут иметь одинаковую температуру.



Если тело обладает большей излучательной способностью, то оно теряет на излучение больше энергии и, для поддержания температуры, такое тело должно больше поглощать.

$$\frac{r(\omega, T)}{A(\omega, T)} = f(\omega, T)$$

Кирхгоф, 1859

$$\left(\frac{r_{\omega, T}}{a_{\omega, T}}\right)_{1\text{ тела}} = \left(\frac{r_{\omega, T}}{a_{\omega, T}}\right)_{2\text{ тела}} = \boxtimes = \left(\frac{r_{\omega, T}}{a_{\omega, T}}\right) = f(\omega, T)$$

$f(\omega, T)$  – универсальная функция Кирхгофа или испускательная способность абсолютно черного тела.

## **Закон Стефана-Больцмана:**

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega = \sigma T^4$$

- Энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры.
- $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 \cdot К^4}$  - постоянная Больцмана

Позволяет вычислить энергию излучения по известной температуре.

Недостаток- не дает информации о спектральном составе излучения.

## *Закон смещения Вина*

Исследуя излучение абсолютно черного тела, Вин показал, что универсальная функция Кирхгофа, выраженная через длину волны должна иметь вид

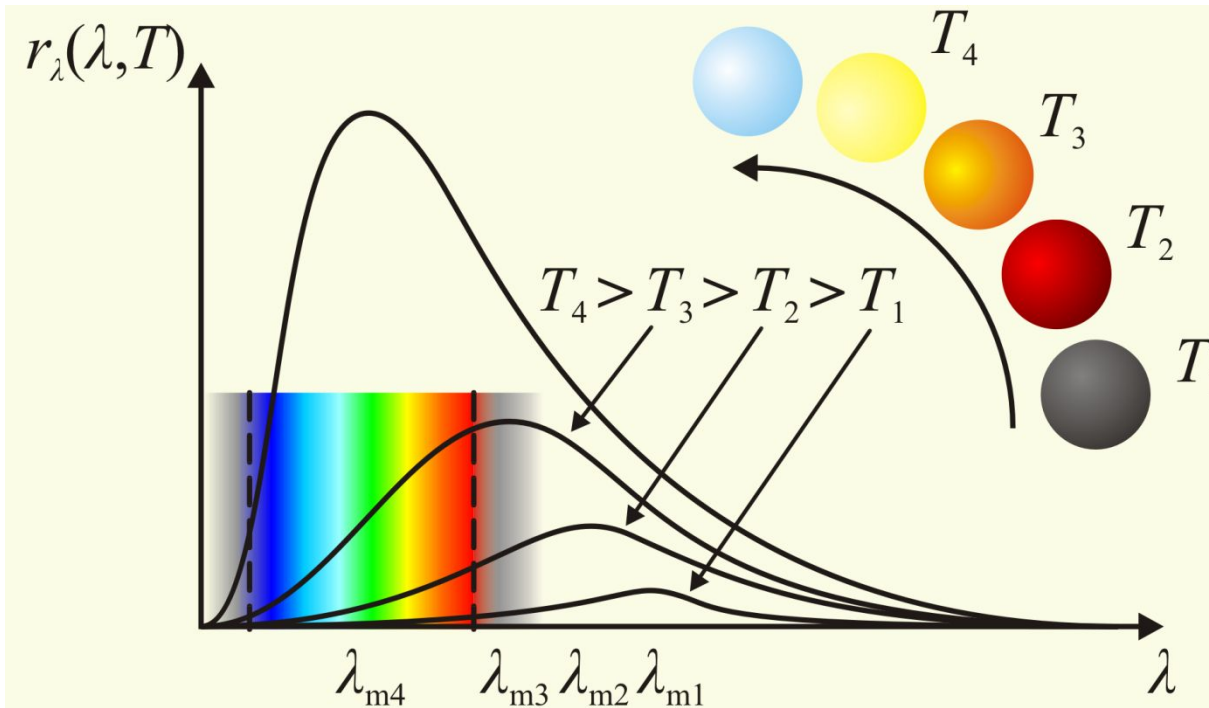
$$\varphi(\lambda, T) = \frac{c^5}{\lambda^5} \psi(\lambda \cdot T)$$

Исследуя функцию  $\varphi(\lambda, T)$  на экстремум, Вин пришел к следующему закону:

$$\lambda_{\max} \cdot T = b$$

$b = 2,90 \cdot 10^7 \overset{0}{\text{Å}} \cdot \text{K}$  - постоянная Вина.

Показывает, что с ростом температуры максимум кривой зависимости  $r_{\nu,T}(T)$  смещается в область более коротких длин волн



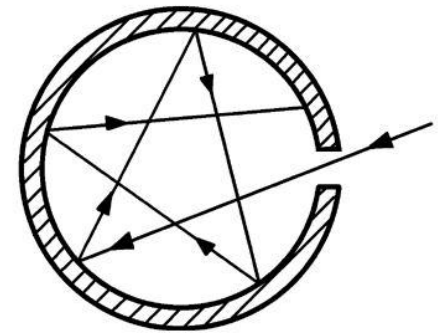
длина волны  $\lambda_m$ , соответствующая максимуму, определяется соотношением

$$\lambda_m T = b$$

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$

Объяснить особенности теплового излучения на основе классической физики пытались Рэлей и Джинс. Они в качестве модели абсолютно черного тела использовали полость. В результате многократного отражения от стенок полости, внутри нее образуются стоячие волны. Их число, возникающее в единице объема:

$$dn_{\omega} = \frac{2\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3}$$



- Согласно закону равнораспределения энергии на каждую стоячую волну приходится энергия, равная  $kT$ .

$$\varepsilon = kT = \left(\frac{1}{2} kT\right)_{\text{электрическая составляющая}} + \left(\frac{1}{2} kT\right)_{\text{магнитная составляющая}}$$

Энергетическая светимость определяется энергией, испущенной единицей поверхности в единицу времени. Если эту энергию отнести к единице объема, то получим новую функцию, которая называется плотностью энергии излучения. Между этими величинами существует простая связь

$$R_T = \frac{c}{4} U_T$$

- Подобно тому, как энергетическая светимость различна для разных частотных интервалов, различна и энергетическая плотность. Для частотного интервала :

$$dR_T = r_{\omega,T} d\omega; \quad dU_T = u_{\omega,T} d\omega;$$

$$r_{\omega,T} = \frac{c}{4} u_{\omega,T}$$



Соответствующая плотность энергии  
абсолютно черного тела:

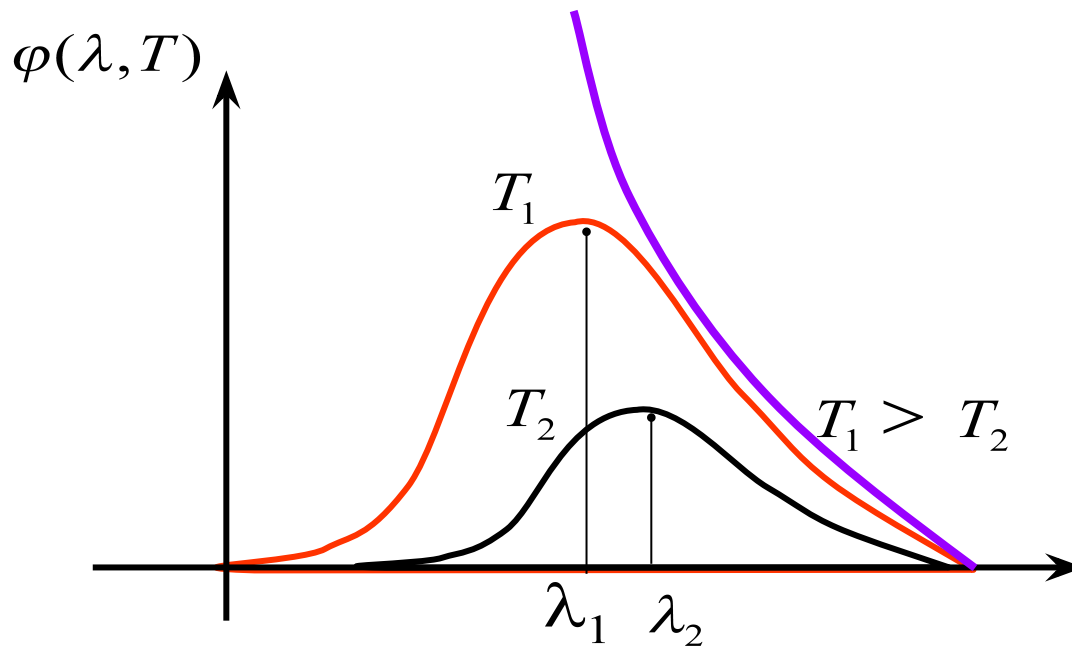
$$u_{\omega, T} d\omega = \varepsilon \cdot dn_{\omega} = kT \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$$

$$u_{\omega, T} = \frac{2k}{2\pi^2 c^3} T \omega^2; \quad r_{\omega, T} = \frac{c}{4} u_{\omega, T} = \frac{kT}{4\pi^2 c^2} \omega^2$$

Формула Рэлея – Джинса

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$$

Формула Рэля-Джинса прекрасно работает при низких частотах, а при высоких приводит к результату, который носит название ультрафиолетовой катастрофы.



Площадь, ограниченная графиком, есть не что иное, как энергетическая светимость

Однако,

$$\int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega \rightarrow \infty, \text{ а не к } \sigma T^4$$

и полученное выражение **не описывает**

- 1) равновесие между телом и излучением
  
- 2) уменьшение спектральной плотности для высоких частот

Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, атомные осцилляторы изучают энергию не непрерывно, а определенными порциями — квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания:

$$\varepsilon_0 = h\nu = \hbar\omega = hc / \lambda$$

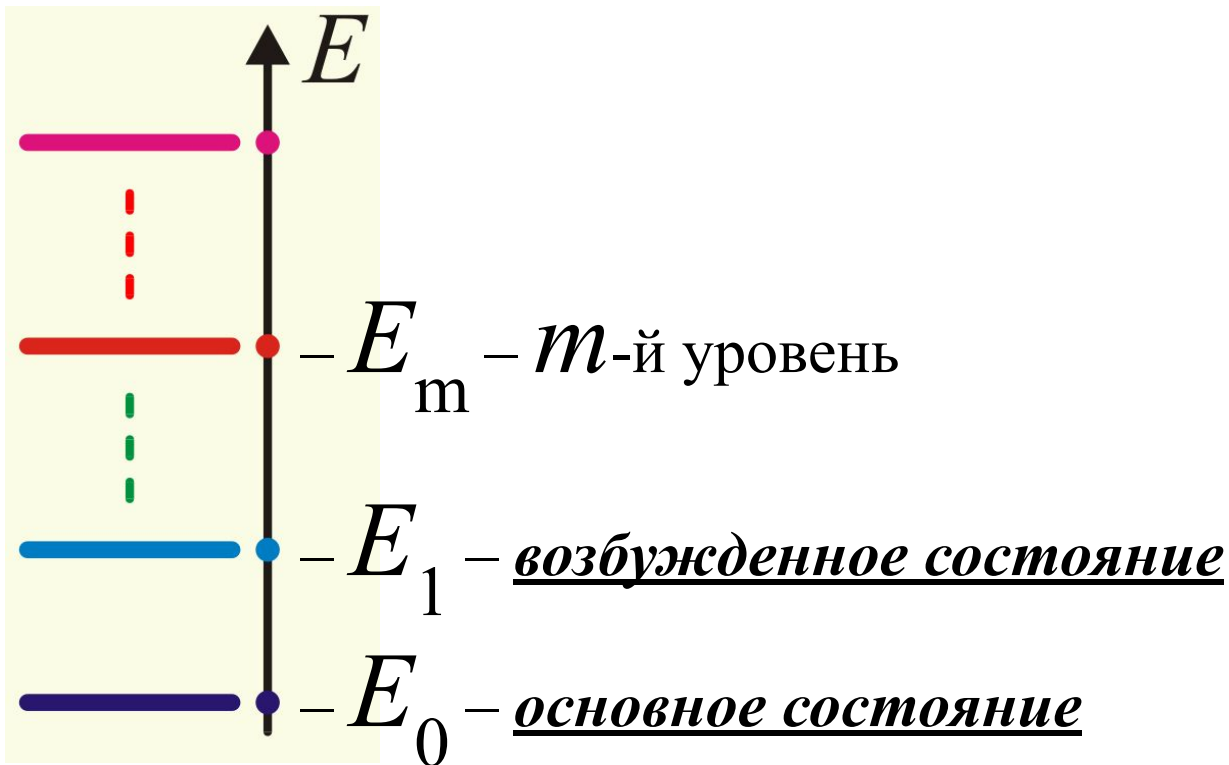
где  $\omega = 2\pi\nu$  и

$$\left. \begin{array}{l} h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ \hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \end{array} \right\} \text{постоянная Планка или квант действия}$$

$$\hbar = h / 2\pi$$

# Теория Планка

Рассматриваем вещество стенок полости как набор осцилляторов, которые могут занимать лишь **дискретный ряд уровней**



- Рассматривая систему стоячих волн, Планк предположил, что энергия, излучаемая телом, должна быть пропорциональна минимальной порции, то есть

$$\varepsilon_n = nh\nu$$

Вероятность того, что будет испущена порция света с энергией  $nh\nu = n\hbar\omega$ , определяется выражением:

$$P_n = \frac{N_n}{N}$$

$N_n$  - число случаев, приводящих к данному результату.

$N$  - общее число случаев.

- В состоянии равновесия распределение колебаний по энергиям подчиняется закону Больцмана:

$$N_n \sim e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}$$

Для вероятности получим:

$$P_n = \frac{e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}$$

Среднее значение энергии, приходящееся на одно нормальное колебание, то есть на одну стоячую волну, определяется:

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum_n \varepsilon_n P_n$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\sum_n n \hbar \omega e^{-\frac{n \hbar \omega}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{n \hbar \omega}{kT}}}$$



Вводится замена:  $e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} = x$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{\sum_n nx^n}{\sum_n x^n}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{x(1-x)}{(1-x)^2} = \hbar\omega \frac{x}{1-x}$$

$$\sum_n nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}$$

$$\sum_n x^n = \frac{1}{1-x}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

$$dn_{\omega} = \frac{2\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3} \quad u_{\omega,T} d\omega = \langle \varepsilon \rangle dn_{\omega}$$

$$u_{\omega,T} d\omega = \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \cdot \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$$

$$u_{\omega,T} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3 (e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1)}$$

$$r_{\omega,T} = f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}$$

- Формула Планка

$$r_{\omega, T} = f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}$$

В случае  $\hbar\omega \ll kT$  формула Планка переходит в формулу Рэлея-Джинса:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} = \frac{kT}{4\pi^2c^2} \omega^2$$

Проверка закона Стефана-Больцмана:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega = \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \cdot \frac{d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} = \sigma T^4$$

Проверка закона Вина:

От функции  $f(\omega, T)$  перейдем к функции  $\varphi(\lambda, T)$ .

$$f(\omega, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T)$$

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \cdot \frac{\hbar \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3}{4\pi^2c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{2\hbar\pi c}{kT\lambda}}}$$

Исследуем на максимум:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = 0$$

трансцендентное уравнение

$$x = \frac{2\pi c\hbar}{kT\lambda}$$

Уравнение имеет решение при

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0,$$

$$\frac{2\pi c\hbar}{kT\lambda_m} = 4,965, \quad \lambda_{\max} \cdot T = b$$

Вывод:

**Согласно гипотезе Планка, свет излучается порциями. Частица, несущая порцию энергии, равную  $h\nu$ , получила название фотона.**

**Постоянная Планка-это важнейшая универсальная константа, играющая в квантовой физике такую же фундаментальную роль, как и скорость света в теории относительности.**

