

ЕГЭ

**Дерево
вероятностей в
задачах ЕГЭ**

Морозова Н.М.

учитель математики

гимназии № 399 Санкт-Петербурга

Теория

Теорема. Вероятность произведения двух независимых событий A и B равна произведению этих вероятностей:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Теорема. Вероятность суммы двух несовместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Теорема. Вероятность суммы двух совместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

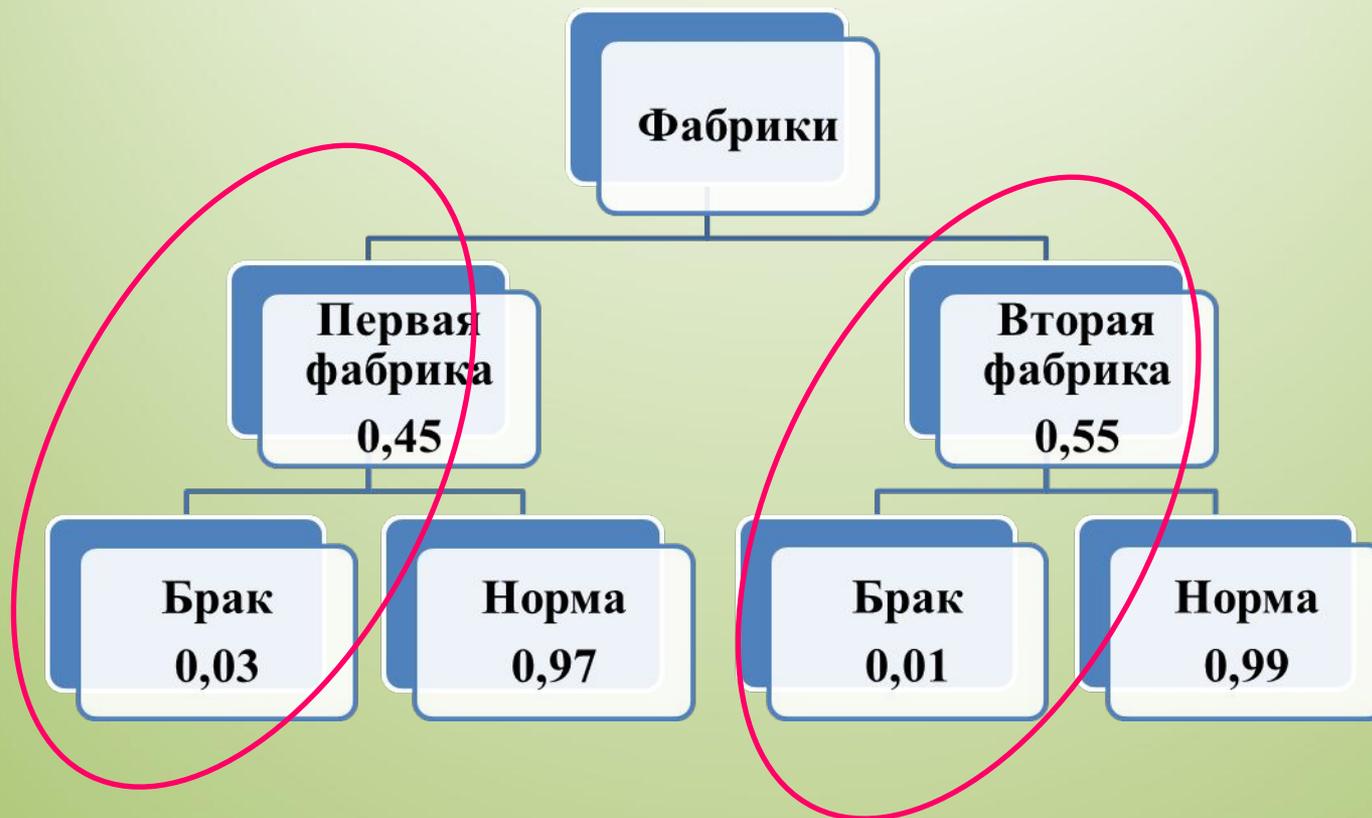
Пусть A и B — зависимые события. Условной вероятностью $P_A(B)$ события B называется вероятность события B , найденная в предположении, что событие A уже наступило.

Теорема. Вероятность произведения двух зависимых событий A и B равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденного в предположении, что первое событие уже наступило:

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B).$$

№ 319353

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.



По формуле умножения вероятностей: $0,45 \cdot 0,03$ и $0,55 \cdot 0,01$.

Т.к. события несовместны: $0,45 \cdot 0,03 + 0,55 \cdot 0,01 = 0,019$

Ответ: 0,019

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

№ [32021](#)

1



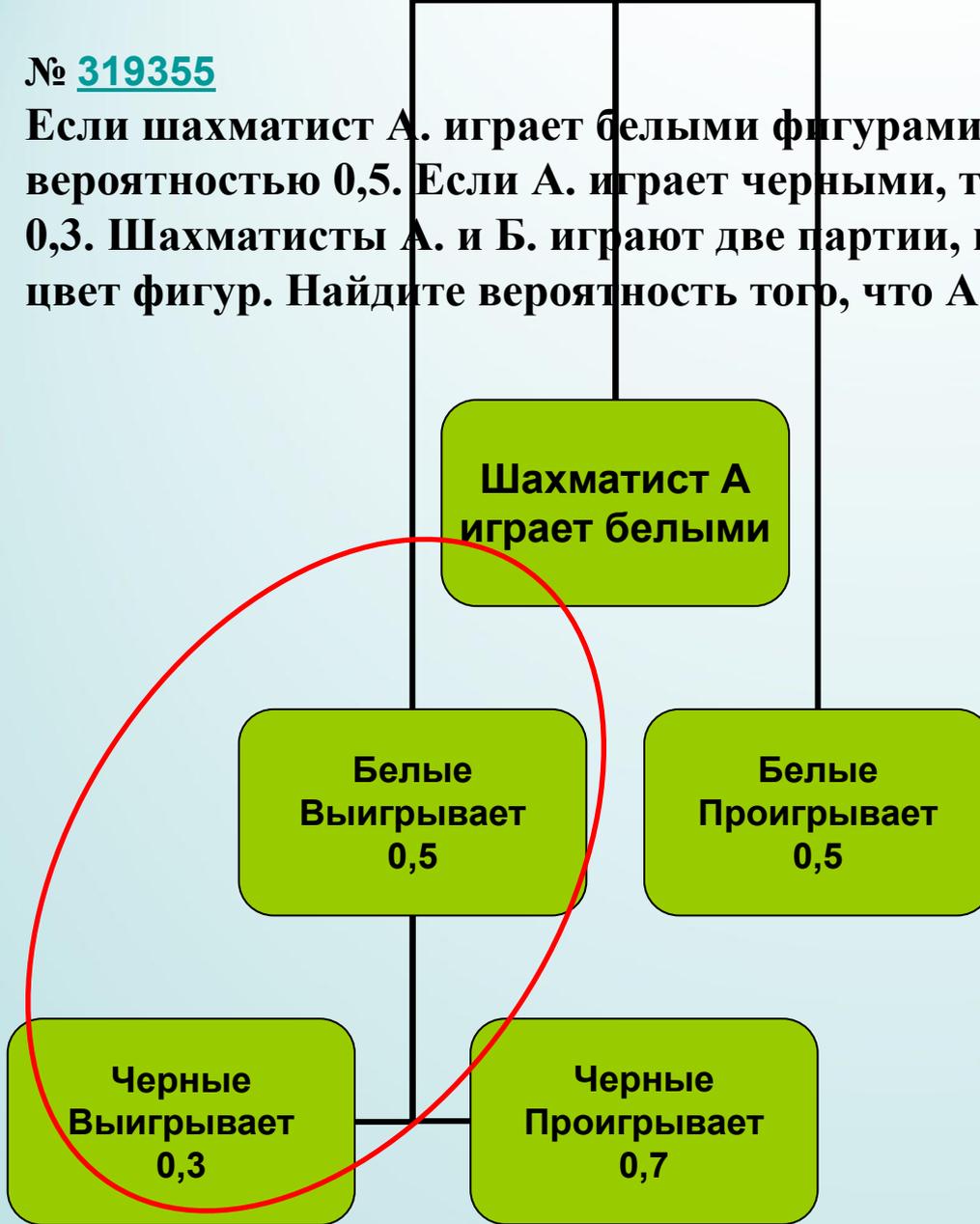
По формуле умножения вероятностей: $0,02 \cdot 0,99$ и $0,98 \cdot 0,01$.

Т.к. события несовместны $0,02 \cdot 0,99 + 0,98 \cdot 0,01 = 0,0296$

Ответ: 0,0296

№ 319355

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.



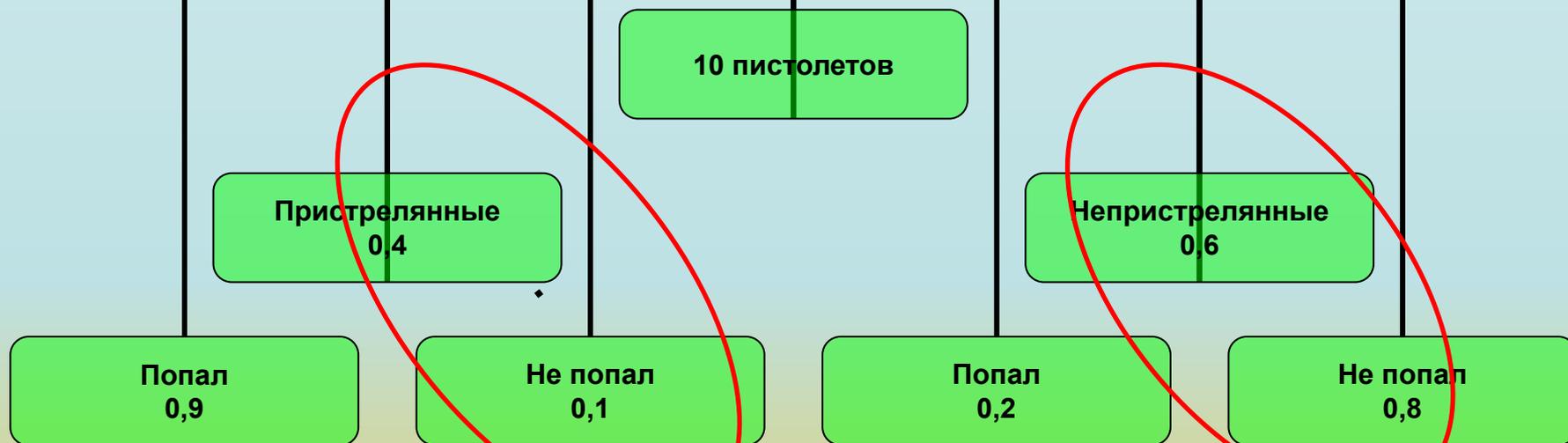
Решение

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей:

$$0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

Ответ: 0,15

№ [320180](#) Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.



Решение

Вероятности событий «промахнется из пристрелянных» и «промахнется из непристрелянных револьверов» равны соответственно $0,4 \cdot 0,1$ и $0,6 \cdot 0,8$.

Т.к. события несовместны, получаем: $0,4 \cdot 0,1 + 0,6 \cdot 0,8 = 0,52$

Ответ:

№ [320207](#) Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.



По формуле умножения вероятностей: $0,05 \cdot 0,9$ и $0,95 \cdot 0,01$.

Т.к. события несовместны, то $0,05 \cdot 0,9 + 0,95 \cdot 0,01 = 0,0545$

Ответ: 0,0545

На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

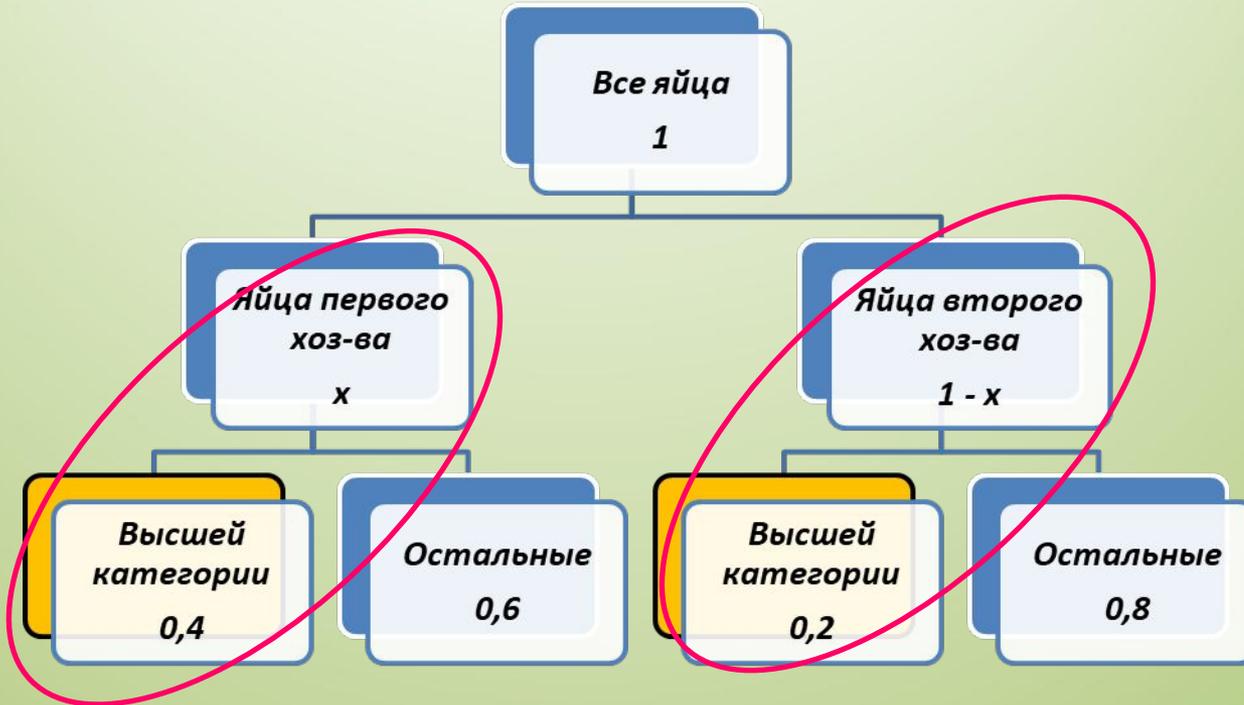


В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок: $0,9 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,92$ тарелок. Т.к. качественных из них 0,9, то вероятность купить качественную тарелку

$$\frac{0,9}{0,92} = 0,978 \approx 0,98$$

Ответ:

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.



Т.к. яиц высшей категории в обоих хозяйствах 35% , то составим уравнение

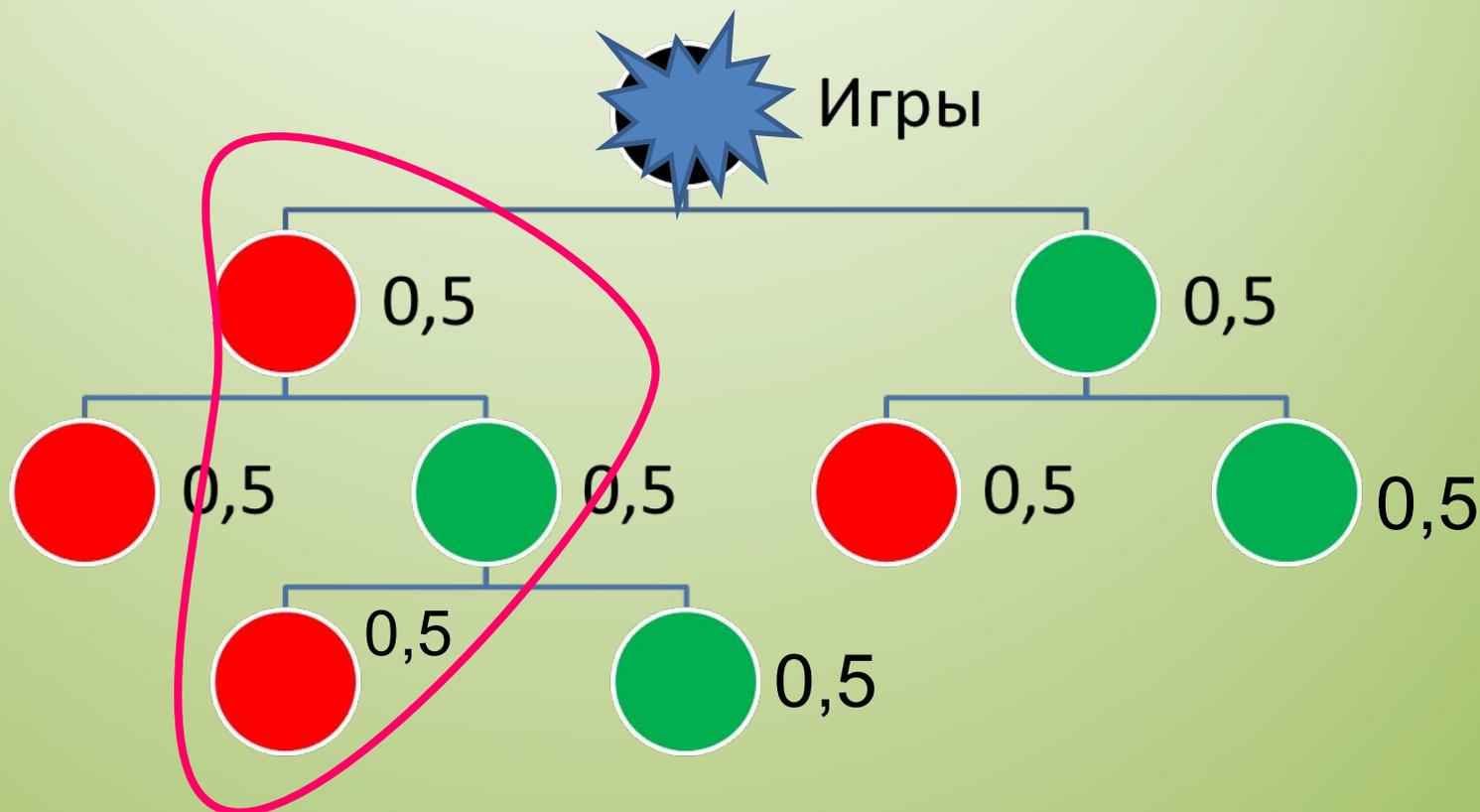
$$0,4x + 0,2(1 - x) = 0,35$$

$$0,4x + 0,2 - 0,2x = 0,35$$

$$x = 0,75$$

Ответ: 0,75

4 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Мотор» по очереди играет с командами «Статор», «Стартер» и «Ротор». Найдите вероятность того, что «Мотор» будет начинать с мячом только вторую игру.

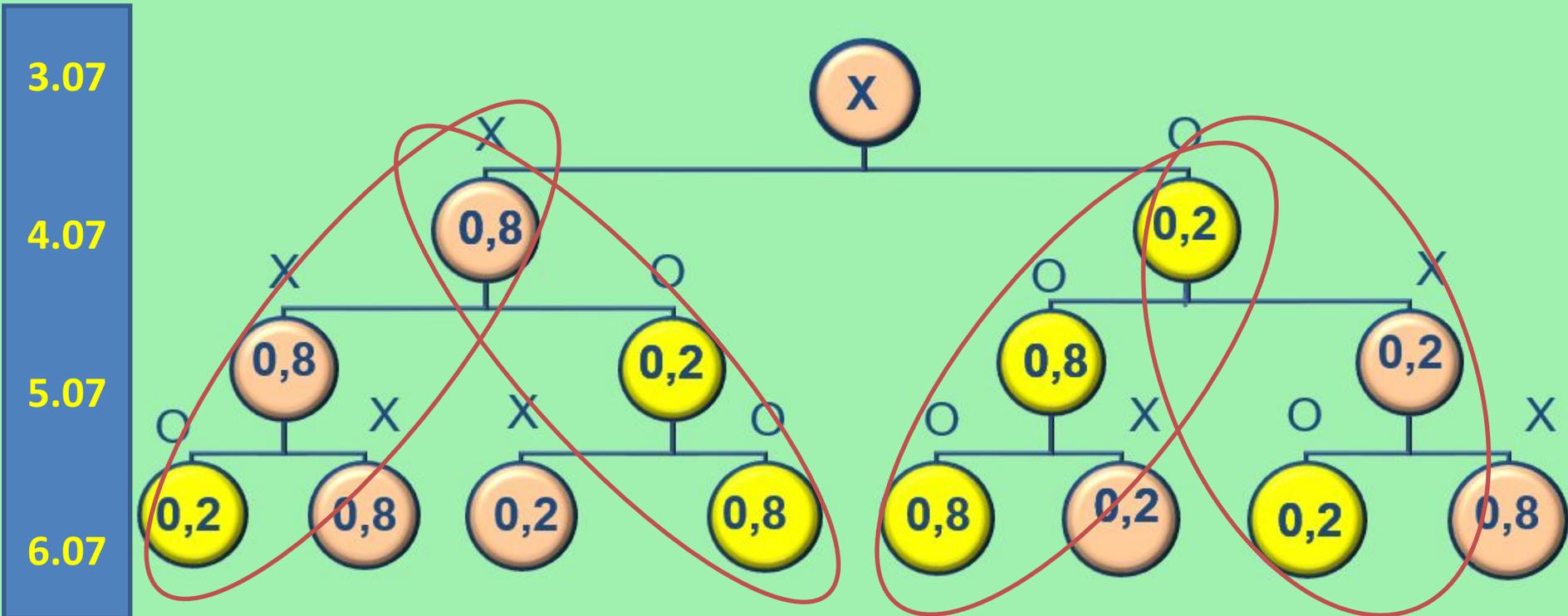


По формуле умножения вероятностей: $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$

Ответ: 0,125

№ 320206

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.



Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,392$$

Ответ:

№ 320187 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Решение

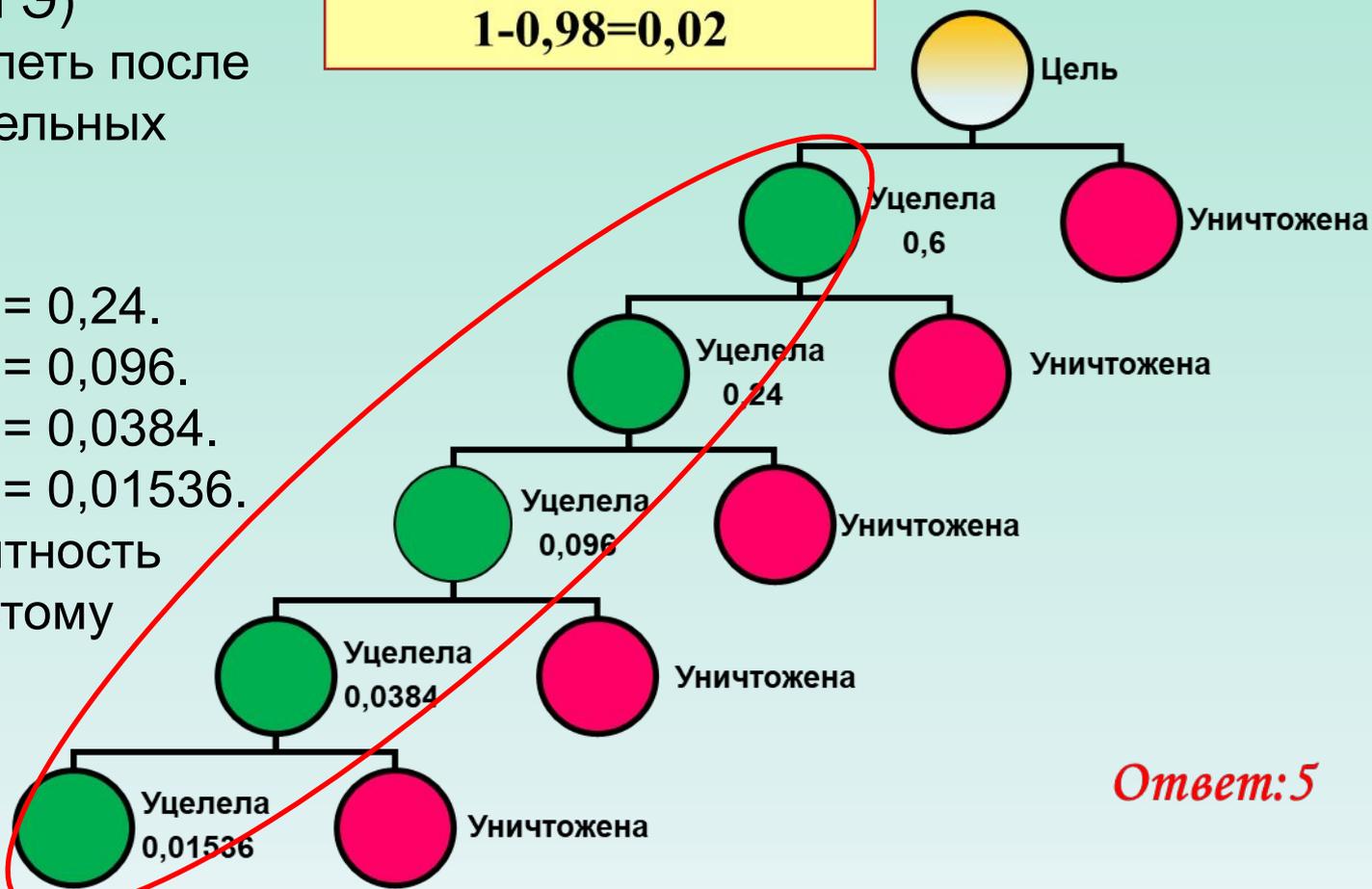
(решение РешуЕГЭ)

Вероятность уцелеть после ряда последовательных промахов:

- 1) $P(1) = 0,6$.
- 2) $P(2) = P(1) \cdot 0,4 = 0,24$.
- 3) $P(3) = P(2) \cdot 0,4 = 0,096$.
- 4) $P(4) = P(3) \cdot 0,4 = 0,0384$.
- 5) $P(5) = P(4) \cdot 0,4 = 0,01536$.

Последняя вероятность меньше 0,02, поэтому достаточно пяти выстрелов по мишени.

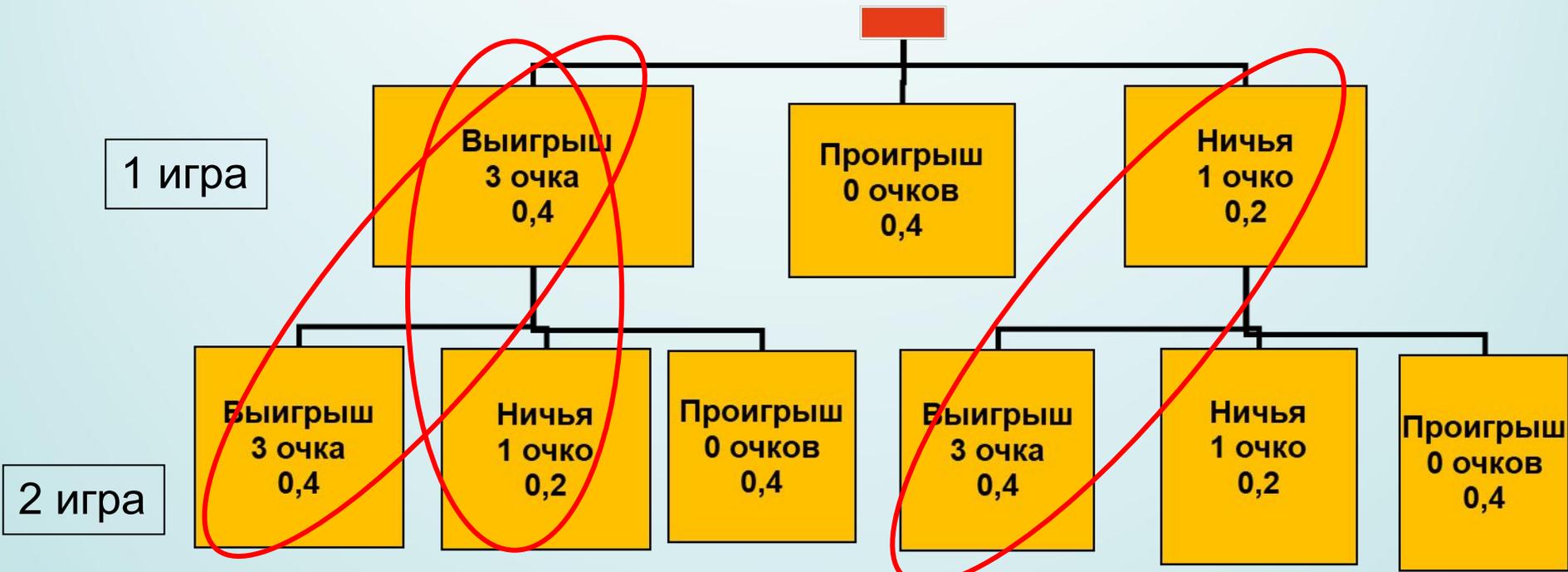
Вероятность уцелеть
 $1 - 0,98 = 0,02$



Ответ: 5

№ 320188

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.



$$ВВ = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$$

$$ВН = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08$$

$$НВ = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08$$

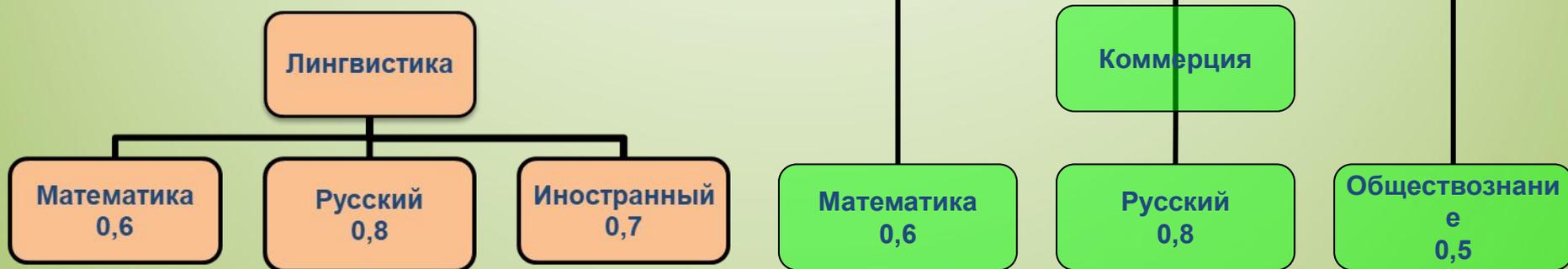
$$0,16 + 0,08 + 0,08 = 0,32$$

0,32

Ответ:

№ [320199](#) Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.



Поступит на лингвистику

0,6

$-0,8 \cdot 0,7 = 0,336$

Поступит на лингвистику и на коммерцию

0,6

$-0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,5 = 0,168$

Поступит хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей

Поступит на коммерцию

0,6

$-0,8 \cdot 0,5 = 0,24$

$$0,336 + 0,24 - 0,168 = 0,408$$

Ответ: 0,408