

Теория вероятностей-

Наука, которая изучает закономерности, присущие массовым событиям, происходящим в одинаковых условиях.

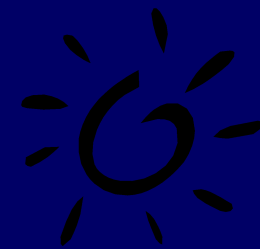
Теория вероятностей



Развитие теории вероятностей с момента зарождения этой науки и до настоящего времени было несколько своеобразным. На первом этапе истории этой науки она рассматривалась как занимательный “пустячок”, как собрание курьезных задач, связанных в первую очередь с азартными играми в кости и карты.



Основатели теории вероятностей



Основателями теории вероятностей были французские математики Б. Паскаль и П. Ферма, и голландский ученый Х. Гюйгенс



Б. Паскаль



П. Ферма



Х. Гюйгенс

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ.

СОБЫТИЕ



Под СОБЫТИЕМ понимается явление, которое происходит в результате осуществления какого-либо определенного эксперимента.

ПРИМЕР. Бросаем шестигранный игральный кубик.

Определим события:

A {выпало четное число очков};

B {выпало число очков, кратное 3};

C {выпало более 4 очкков}.

Эксперимент (опыт)



ЭКСПЕРИМЕНТ (или опыт) заключается в наблюдении за объектами или явлениями в строго определенных условиях и измерении значений заранее определенных признаков этих объектов (явлений).



ПРИМЕРЫ

- сдача экзамена,
- наблюдение за дорожно-транспортными происшествиями,
- выстрел из винтовки,
- бросание игрального кубика,
- химический эксперимент,
- и т.п.



СТАТИСТИЧЕСКИЙ



Эксперимент называют СТАТИСТИЧЕСКИМ, если он может быть повторен в практически неизменных условиях неограниченное число раз.

СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ



СЛУЧАЙНЫМ называют событие, которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания (опыта). Обозначают заглавными буквами А, В, С, Д, ... (латинского алфавита).



Рассмотрим несколько наиболее «излюбленных» в теории вероятностей примеров случайных экспериментов.

Опыт 1:

Подбрасывание монеты.

Испытание – подбрасывание монеты; события – монета упала «орлом» или «решкой».



«решка» - лицевая
сторона монеты (аверс)



«орел» - обратная
сторона монеты (реверс)

Опыт 2:

Подбрасывание кубика.



Это следующий по популярности после монеты случайный эксперимент.

Испытание – подбрасывание кубика; события – выпало 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков (и другие)



Опыт 3:

Выбор перчаток. В коробке лежат 3 пары одинаковых перчаток. Из нее, не глядя, вынимаются две перчатки.



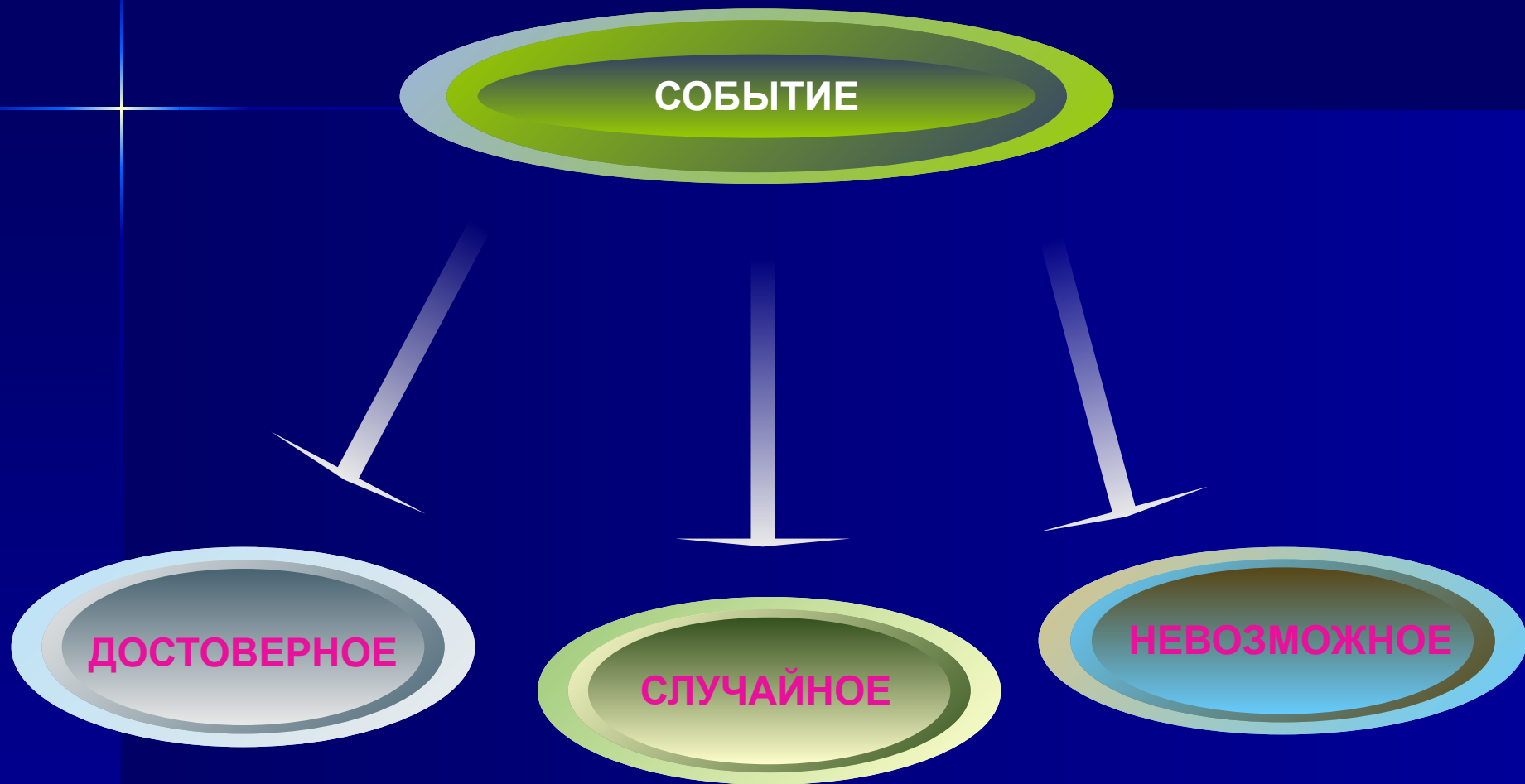
Опыт 4:

«Завтра днем – ясная погода».

Здесь наступление дня – испытание, ясная погода – событие.

- События А и В называют несовместными ,если они не могут произойти одновременно
- События называют равновозможными , каждое из них е не имеет преимуществ в появлении чаще других.

Типы событий



Типы событий

ДОСТОВЕРНОЕ

Событие называется **достоверным**, если оно обязательно произойдет в результате данного испытания.

СЛУЧАЙНОЕ

Случайным называют событие которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания.

НЕВОЗМОЖНОЕ

Событие называется **невозможным**, если оно не может произойти в результате данного испытания.

Примеры событий

досто-
верные

слу-
чайные

невоз-
можные

1. ПОСЛЕ ЗИМЫ НАСТУПАЕТ ВЕСНА.
2. ПОСЛЕ НОЧИ ПРИХОДИТ УТРО.
3. КАМЕНЬ ПАДАЕТ ВНИЗ.
4. ВОДА СТАНОВИТСЯ ТЕПЛЕЕ ПРИ НАГРЕВАНИИ.

1. НАЙТИ КЛАД.
2. БУТЕРБРОД ПАДАЕТ МАСЛОМ ВНИЗ.
3. В ШКОЛЕ ОТМЕНИЛИ ЗАНЯТИЯ.
4. ПОЭТ ПОЛЬЗУЕТСЯ ВЕЛОСИПЕДОМ.
5. В ДОМЕ ЖИВЕТ КОШКА.

1. 30 ФЕВРАЛЯ ДЕНЬ РОЖДЕНИЯ.
2. ПРИ ПОДБРАСЫВАНИИ КУБИКА ВЫПАДАЕТ 7 ОЧКОВ.
3. ЧЕЛОВЕК РОЖДАЕТСЯ СТАРЫМ И СТАНОВИТСЯ С КАЖДЫМ ДНЕМ МОЛОЖЕ.

Задание 1

Охарактеризуйте события, о которых идет речь в приведенных заданиях как достоверные, невозможные или случайные.

Петя задумал натуральное число. Событие состоит в следующем:

- а) задумано четное число;
- б) задумано нечетное число;
- в) задумано число, не являющееся ни четным, ни нечетным;
- г) задумано число, являющееся четным или нечетным.

Задание 2

В мешках лежит 10 шаров: 3 синих, 3 белых и 4 красных.

Охарактеризуйте следующее событие:

- а) из мешка вынули 4 шара и они все синие;
- б) из мешка вынули 4 шара и они все красные;
- в) из мешка вынули 4 шара, и все они оказались разного цвета;
- г) из мешка вынули 4 шара, и среди них не оказалось шара черного цвета.

ИСХОД



ИСХОДОМ (или элементарным

исходом, элементарным событием) называется один из взаимоисключающих друг друга вариантов, которым может завершиться случайный эксперимент.

Число возможных исходов в каждом из рассмотренных выше опытах.



Опыт 1. – 2 исхода: «орел», «решка».



Опыт 2. – 6 исходов: 1, 2, 3, 4, 5, 6.



Опыт 3. – 3 исхода: «обе перчатки на левую руку», «обе перчатки на правую руку», «перчатки на разные руки».

- Однозначные
исходы
предполагают
единственный
результат того
или иного
события: смена дня
и ночи, смена
времени года и т.д.

Неоднозначные исходы предполагают несколько различных результатов того или иного события:



при подбрасывании кубика выпадают разные грани; выигрыш в Спортлото; результаты спортивных игр.

Задание 3

Запишите множество исходов для следующих испытаний.

а) В урне четыре шара с номерами два, три, пять, восемь. Из урны наугад извлекают один шар.

б) В копилке лежат три монеты достоинством в 1 рубль, 2 рубля и 5 рублей. Из копилки достают одну монету.

в) В доме девять этажей. Лифт находится на первом этаже. Кто-то из жильцов дома вызывает лифт на свой этаж. Лифтовый диспетчер наблюдает, на каком этаже лифт остановится.

Задание 4

Найдите количество возможных исходов.

а) За городом N железнодорожные станции расположены в следующем порядке: Луговая, Сосновая, Озёрная, Дачная, Пустырь. Событие А – пассажир купил билет не далее станции Озёрная.

б) Один ученик записал целое число от 1 до 5, а другой ученик пытается отгадать это число. Событие В – записано чётное число.

в) Вини Пух думает, к кому бы пойти в гости: к Кролику, Пяточку, ослику Иа-Иа или Сове? Событие А – Вини Пух пойдёт к Пяточку; событие В – Вини Пух не пойдёт к Кролику.

Задание 5

В каждом из следующих опытов найдите количество возможных исходов:

- а) подбрасывание двух монет;
- б) подбрасывание двух кнопок;
- в) подбрасывание двух кубиков;
- г) подбрасывание монеты и кубика;
- д) подбрасывание монеты, кнопки и кубика.

Благоприятный исход:

Исход испытания называется благоприятным событием A , если его наступление в результате опыта приводит к наступлению события A

ПОНЯТИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Понятие вероятности



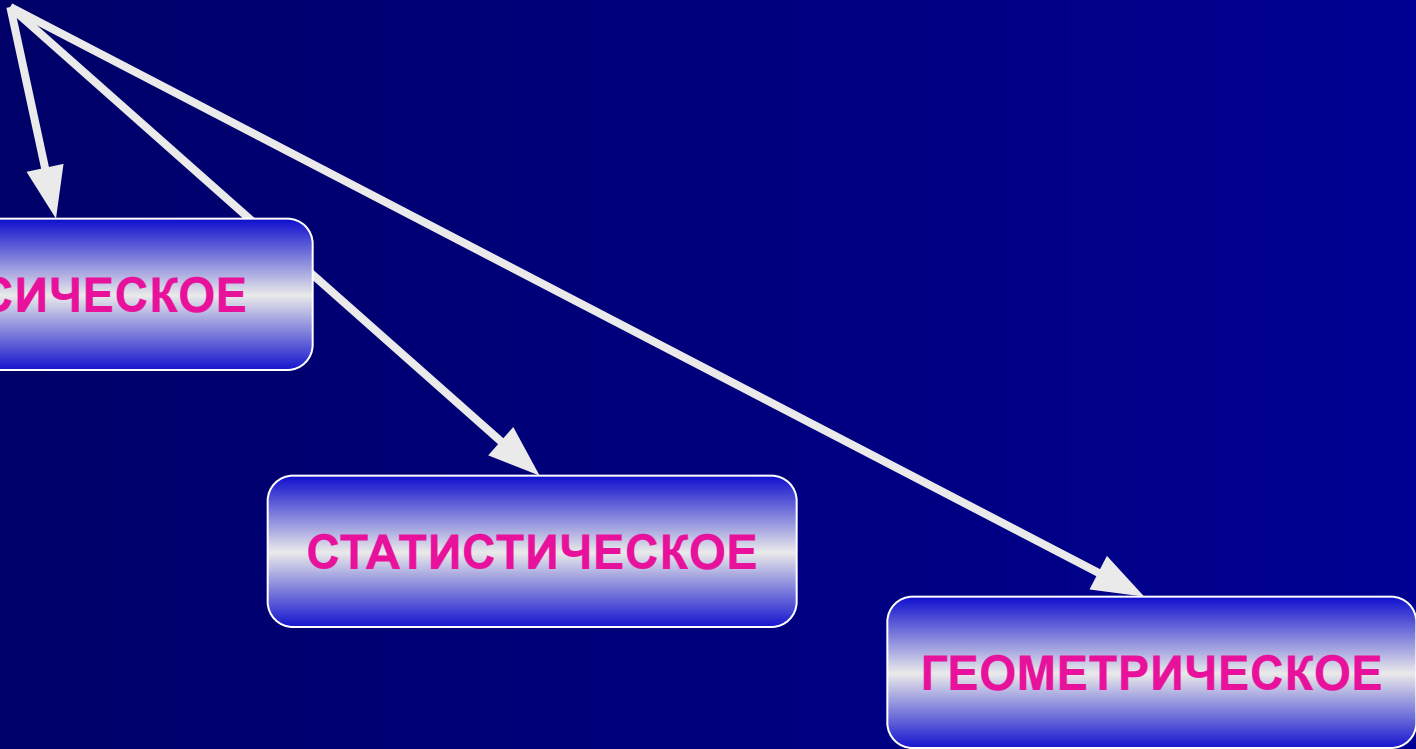
Известно, по крайней мере, шесть основных схем определения и понимания вероятности. Не все они в равной мере используются на практике и в теории, но, тем не менее, все они имеют за собой разработанную логическую базу и имеют право на существование.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ
ВЕРоятНОСТИ**

КЛАССИЧЕСКОЕ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ



КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

ВЕРОЯТНОСТЬ

– ЭТО ЧИСЛЕННАЯ МЕРА ОБЪЕКТИВНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ
ПОЯВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДАЕТ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

A – некоторое событие,

m – количество исходов, при которых событие A появляется,

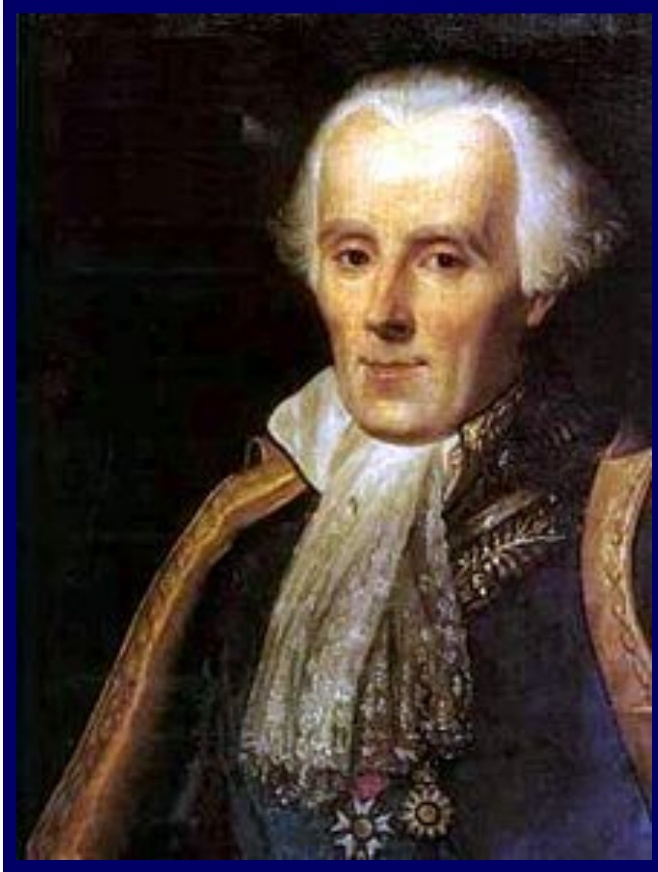
n – конечное число равновероятных исходов.

P – обозначение происходит от первой буквы французского слова *probabilite*
– *вероятность*.

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ.

Вероятностью P наступления случайного события A называется отношение $\frac{m}{n}$, где n – число всех возможных исходов эксперимента, а m – число всех благоприятных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

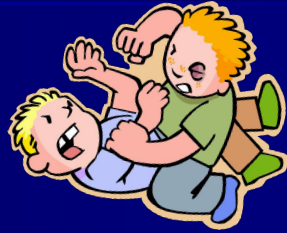


Пьер-Симон Лаплас

Классическое определение вероятности было впервые дано в работах французского математика Лапласа.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТНЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А $P(A)=m/n$
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменационный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Играем в лотерею	250	Выиграли, купив один билет	10	$\frac{10}{250} = \frac{1}{25}$

Пример 1



В школе 1300 человек, из них 5 человек хулиганы.

Какова вероятность того, что один из них попадётся директору на глаза?

Решение

Вероятность:

$$P(A) = 5/1300 = 1/250.$$

Пример 2.



При игре в нарды бросают 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадут одинаковые числа?

Решение

Составим следующую таблицу

	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63
4	14	24	34	44	54	64
5	15	25	35	45	55	65
6	16	26	36	46	56	66

Вероятность:
 $P(A) = 6 / 36 =$
 $= 1 / 6.$



Пример 3.

Из карточек составили слово «статистика». Какую карточку с буквой вероятнее всего вытащить? Какие события равновероятны?



Решение

Всего 10 букв.

Буква «с» встречается 2 раза –

$$P(c) = 2/10 = 1/5;$$

буква «т» встречается 3 раза –

$$P(t) = 3/10;$$

буква «а» встречается 2 раза –

$$P(a) = 2/10 = 1/5;$$

буква «и» встречается 2 раза –

$$P(i) = 2/10 = 1/5;$$

буква «к» встречается 1 раз –

$$P(k) = 1/10.$$



Свойства вероятности

1. Вероятность достоверного события равна ?
2. Вероятность невозможного события равна 0
3. Вероятность события A не меньше 0 , но не больше ?

1. $P(u) = 1$ (u – достоверное событие);

2. $P(v) = 0$ (v – невозможное событие);

3. $0 \leq P(A) \leq 1$.

желтых фишки. Они тщательно

Задача 1.

В коробке 4 синих, 3 белых и 2 желтых фишки. Они тщательно перемешиваются, и наудачу извлекается одна из них. Найдите вероятность того, что она окажется:
а) белой; б) желтой; в) не желтой.

Решение

- а) Мы имеем всевозможных случаев 9.
Благоприятствующих событий 3. Вероятность равна:
 $P=3:9=1/3=0,33(3)$
- б) Мы имеем всевозможных случаев 9.
Благоприятствующих событий 2. Вероятность равна
 $P=2:9=0,2(2)$
- в) Мы имеем всевозможных случаев 9.
Благоприятствующих событий 7 (4+3). Вероятность
равна $P=7:9=0,7(7)$

шаров, на каждом из которых
написан его номер от 1 до 10

Задача 2.

В коробке лежат 10 одинаковых шаров, на каждом из которых написан его номер от 1 до 10.

Найдите вероятность следующих

событий: а) извлекли шар № 7;

б) номер извлеченного шара –

четное число; в) номер извлеченного

шара кратен 3.

Задача 3.

Мальчики играли в “Орлянку”. Но

Задача 3.

Мальчики играли в “Орлянку”. Но монетка куда-то закатилась.

Предложите, как заменить ее игральным кубиком?

Решение

Считать "орел" - четное число, а
"решка" - не четное число.

В настольной игре сломалась

Задача 5.

В настольной игре сломалась вертушка с тремя разными секторами: красным, белым и синим, но есть кубик. Как заменить вертушку?

Решение

Считать на кубике 1 и 2 - красный сектор, 3 и 4 - синий сектор, 5 и 6 - белый сектор.