

# 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ



# ПЛАН

1. Основные положения теории вероятностей.
2. Задачи теории вероятностей.
3. Тестирование.



# 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Мы говорим о получении информации о каком-то опыте или событии только в том случае, если мы заранее не знаем об их результате. В том же случае если мы заранее знаем исход того или иного события, то сообщение о том, что это произойдет, не несет нам никакой полезной информации (мы и так это знаем). **То есть информация возникает из неопределенности и потенциально содержится только в случайных событиях или опытах.**

Поэтому перед тем как перейти к изучению свойств и количественной оценки неопределенности случайных событий и информационного содержания, мы вспомним основные положения ***теории вероятностей***.



# ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

*Случайными* называются опыты (испытания, наблюдения, процессы), дающие различные результаты в зависимости от обстоятельств, которые мы не знаем или не умеем учесть. Так, например, при бросании игральной кости мы не можем знать заранее, какая из граней окажется сверху, потому что это зависит от многих не известных нам обстоятельств.

При изучении явлений такого типа математика опирается на то, что при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях *частота появления рассматриваемого результата* (т.е. отношение числа опытов, при котором этот результат наблюдался, к общему числу производимых опытов) остается все время примерно одинаковой, близкой к некоторому постоянному числу  $p$ , т.е. *вероятности появления результата*.





Обычно, когда нет возможности проводить реальный опыт и оценивать *частоту появления события*, при нахождении вероятности руководствуются классическим ее определением: *вероятность* некоторого события равна отношению числа равновероятных исходов, благоприятных для данного события, к общему числу равновероятных исходов. То есть, определить вероятность появления события можно следующим образом:

$$p = m/n;$$

где  $m$  – число благоприятных исходов;  $n$  – общее число исходов.





**Случайный опыт** – представляет собой множество (полный набор) всех возможных *исходов* какого-нибудь случайного процесса. Например, процесс бросания игральной кости имеет 6 возможных исходов: 1, 2, 3, 4, 5 или 6.

**Случайное событие** – представляет собой некоторое подмножество множества исходов случайного опыта. Например, для бросания игральной кости событием может быть выпадение четного числа очков (исходы 2, 4, 6), числа очков кратных 3 (исходы 3 и 6) или случайным событием может быть просто выпадение какого-то конкретного числа, допустим числа 5. Из последнего примера видно, что **случайное событие** может совпадать с **исходом (элементарное событие)**





Вспомним нахождение **среднего значения случайной величины**. **Случайная величина** – это случайный опыт исходы, которого можно выразить в числовой форме (например, бросание игральной кости). В общем случае таблица вероятностей для случайной величины  $\alpha$  имеет вид:

Значения случайной величины	$a_1$	$a_2$	...	$a_k$
Вероятности	$p_1$	0,15	...	$p_k$

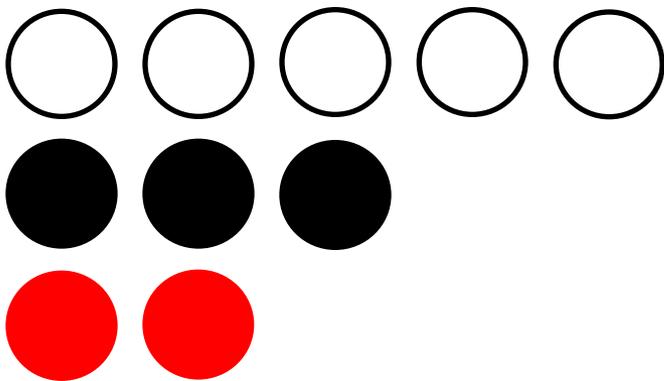
Таким образом, **среднее значение** этой величины определяется формулой:

$$\langle \alpha \rangle = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \dots + p_k a_k.$$



## Задача №1

Пусть у нас есть ящик, в котором лежат тщательно перемешанные 10 шаров, отличающиеся друг от друга только цветом: 5 шаров белых, 3 черных и 2 красных. Вытащим не глядя из ящика один шар. Какова вероятность, что он будет того или другого цвета?



### Решение:

В рассмотренной задаче №1 условие, что шары в ящике тщательно перемешаны и вынимаются не глядя, означает, что мы с равными основаниями можем ожидать появления любого из заключенных в ящике шаров или, другими словами, что извлечения всех шаров равновероятны. А так как шаров у нас было 10, то общее число возможных исходов  $m = 10$ .

Далее, белых шаров у нас имеется 5, это соответствует числу благоприятных исходов для события, что мы извлечем белый шар. Поэтому вероятность вынуть белый шар равна  $5/10$  или  $1/2$ . Рассуждая аналогично получаем, что вероятность извлечь черный шар составляет  $0,3$ , а красный –  $0,2$ .



## Задача №2

Какова вероятность того, что при бросании игральной кости у нас выпадет число очков, кратное 3 ?

**Решение:**

$$P=2/6=1/3.$$



## Задача №3

Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 3.



**Решение:**  $p=2/36=1/18$ .



## Задача №4

Пусть таблицы вероятностей, указывающие частоту попаданий в мишень для двух стрелков **A** и **B**, имеют вид:

для стрелка **A**

Число очков	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вероятность и для стрелка <b>B</b>	0,02	0,03	0,05	0,1	0,15	0,2	0,2	0,1	0,07	0,05	0,03

Число очков	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вероятность и	0,01	0,01	0,04	0,1	0,25	0,3	0,18	0,05	0,03	0,02	0,01

Кого из стрелков следует считать более метким?

**Решение:**

Для стрелка  $A=0,03+0,1+0,3+0,6+1+1,2+0,7+0,56+0,45+0,3=5,24$ .

Для стрелка  $B=0,01+0,08+0,3+1+1,5+1,08+0,35+0,24+0,18+0,1=4,84$ .

$4,84 < 5,24$



## Задача №5

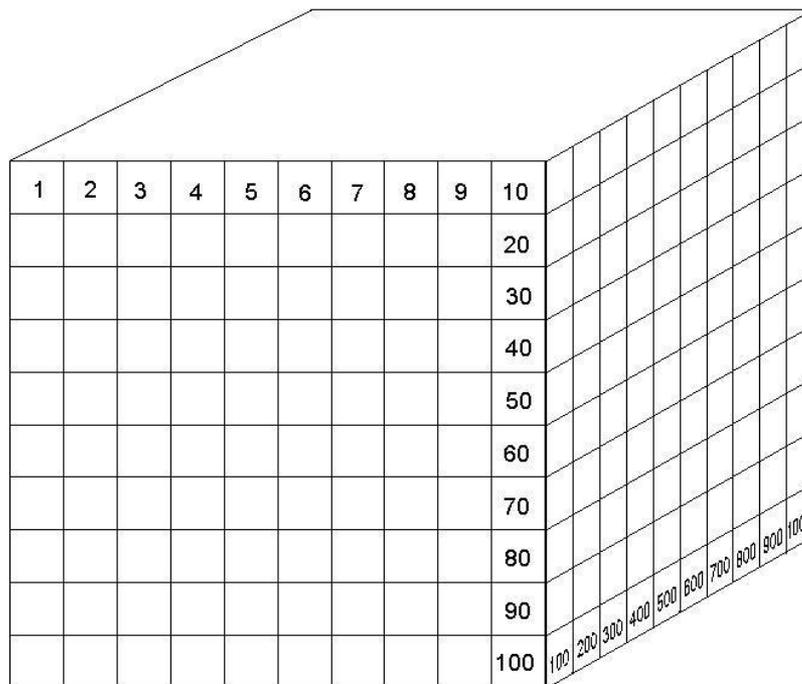
Куб, все грани которого окрашены, распилен на 1000 кубиков одинакового размера, которые затем были тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.

**Решение:**

а)  $m=64*6=384$ ,  $p=0,384$ ; (только с одной стороны)

б)  $m=12*8=96$ ,  $p=0,096$ ; (ребра)

в) при  $m=8$ ,  $p=0,008$ .



## Задача №6

Задумано двузначное число . Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное двузначное число; б) Случайно названное двузначное число, цифры которого различны.

## Задача №7

Брошены две игральные кости. Найти вероятность следующих событий: а) сумма выпавших очков равна семи; сумма выпавших очков равна восьми, а разность четверем; в) сумма выпавших очков равна пяти, а произведение четверем.

## Задача №8

В коробке шесть одинаковых, пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.