

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ МОМЕНТ ПОСТАНОВКА ТЕМЫ И ЦЕЛЕЙ УРОКА

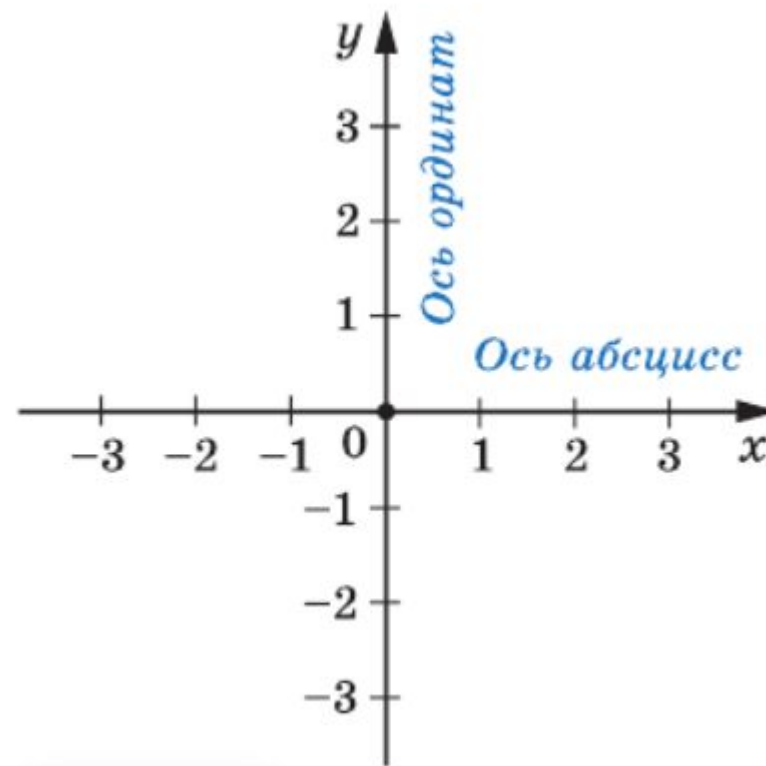
Здравствуйте ребята!

Сегодня на уроке мы вспомним, что такое декартова система координат на плоскости, будем учиться находить расстояние между точками, а также определять координаты середины отрезка.

Актуализация знаний



В 6 классе вы ознакомились с координатной плоскостью, то есть с плоскостью, на которой изображены две перпендикулярные координатные прямые (ось абсцисс и ось ординат) с общим началом отсчета (смотрите на рисунке). Вы умеете отмечать на ней точки по их координатам и наоборот, находить координаты точки, отмеченной на координатной плоскости.



Рене Декарт

Координаты точки на плоскости называют *декартовыми* координатами в честь французского математика Рене Декарта.

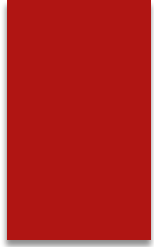


Актуализация знаний



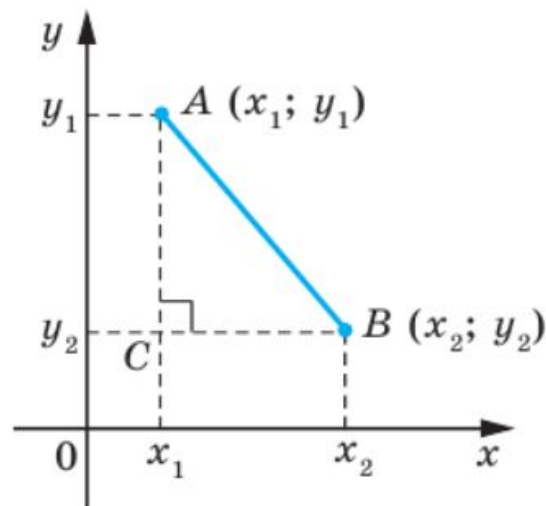
Вы знаете, как находить расстояние в между двумя точками, заданными своими координатами на координатной прямой. Для точек $A(x_1)$ и $B(x_2)$ имеем: $AB = |x_2 - x_1|$.





Научимся находить расстояние между точками
 $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, заданными на плоскости xy .

Рассмотрим случай, когда отрезок AB не перпендикулярен ни одной из координатных осей (см. рис.)



Через точки A и B проведем прямые, перпендикулярные координатным осям. Получим прямоугольный треугольник ACB , в котором $BC = |x_2 - x_1|$, $AC = |y_2 - y_1|$. Отсюда $AB^2 = BC^2 + AC^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$.

Тогда формулу расстояния между точками $A (x_1; y_1)$ и $B (x_2; y_2)$ можно записать так:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Докажите самостоятельно, что эта формула остается верной и для случая, когда отрезок AB перпендикулярен одной из осей координат.

Пусть $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ – точки плоскости xy . Найдем координаты $(x_0; y_0)$ точки M – середины отрезка AB .

Рассмотрим случай, когда отрезок AB не перпендикулярен ни одной из координатных осей (рис. 8.4). Будем считать, что $x_2 > x_1$ (случай, когда $x_2 < x_1$, рассматривается аналогично). Через точки A, M и B проведем прямые, перпендикулярные оси абсцисс, которые пересекут эту ось соответственно в точках A_1, M_1 и B_1 . По теореме Фалеса $A_1M_1 = M_1B_1$, тогда $|x_0 - x_1| = |x_2 - x_0|$. Поскольку $x_2 > x_0 > x_1$, то можем записать: $x_0 - x_1 = x_2 - x_0$. Отсюда

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Аналогично

можно показать что

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

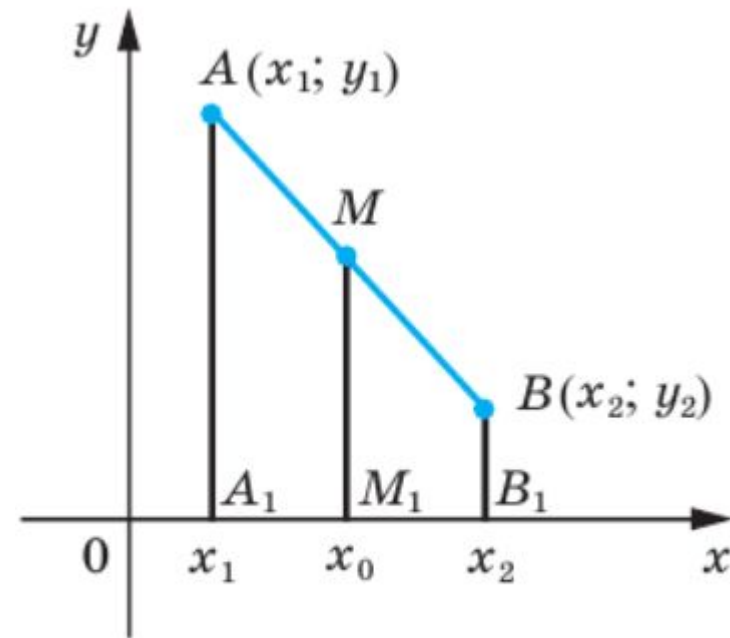


Рис. 8.4

Формулы для нахождения координат середины отрезка остаются верными и для случая, когда отрезок AB перпендикулярен одной из осей координат.

Задание 1

Докажем, что треугольник с вершинами в точках А $(-1; 7)$; В $(1; 3)$ и С $(5; 5)$ является равнобедренным прямоугольным.



Решение:

Используя формулу расстояния между двумя точками, найдем стороны данного треугольника:

$$AB = \sqrt{(1 + 1)^2 + (3 - 7)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20};$$

$$BC = \sqrt{(5 - 1)^2 + (5 - 3)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20};$$

$$AC = \sqrt{(5 + 1)^2 + (5 - 7)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}.$$

Следовательно, $AB = BC$, то есть треугольник ABC равнобедренный.

Поскольку $AB^2 + BC^2 = 20 + 20 = 40 = AC^2$, то треугольник ABC прямоугольный. ◀

Задание 2

Точка $M(2; -5)$ – середина отрезка AB , $A(-1; 3)$.
Найдите координаты точки B .



Решение:

Обозначим $(x_B; y_B)$ – координаты точки B , $(x_A; y_A)$ – координаты точки A , $(x_M; y_M)$ – координаты точки M .

Поскольку $\frac{x_A + x_B}{2} = x_M$, то получаем: $\frac{-1 + x_B}{2} = 2$; $-1 + x_B = 4$; $x_B = 5$.

Аналогично $\frac{y_A + y_B}{2} = y_M$; $\frac{3 + y_B}{2} = -5$; $y_B = -13$.

Ответ: $B(5; -13)$. ◀

Задание 3

Найдите координаты середины отрезка MN,
если $M(2; -5)$, $N(8; 3)$.



Решение. Пусть С – середина отрезка MN, тогда

$$x_C = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{2 + 8}{2} = 5, \quad y_C = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{-5 + 3}{2} = -1$$

$C(5; -1)$.

Ответ: $(5; -1)$.

Задание 4



Найдите расстояние между точками А и В, если $A(3; -7)$, $B(6; -3)$.

Решение.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(3 - 6)^2 + (-7 + 3)^2} = \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ (единиц)}. \end{aligned}$$

Ответ: 5 единиц.

задание

► Выполни задания:

1. Точка M – середина отрезка AB . Найдите координаты точки A , если $B(6; -9)$, $M(2; 5)$.
2. Расстояние между точками $A(5; -2)$ и $B(9; x)$ равно 5. Найди x .



ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

<https://www.youtube.com/watch?v=vH5aVGP0INQ>

<https://www.evkoval.org/dekartovyi-koordinaty-na-ploskosti#Расстояние%20между%20двумя%20точками%20с%20заданными%20координатами.%20Координаты%20середины%20отрезка>

Сборник упражнений и задач по теме "Декартовы координаты на плоскости" (автор Амет З.Л.)