



Тема уроку:

“Система рівнянь з двома
змінними як математична
модель прикладної задачі”



Мета уроку:

- показати, що система рівнянь з двома змінними є математичною моделлю прикладної задачі;
- формувати вміння за текстом задачі скласти й розв'язувати систему рівнянь з двома змінними, із яких хоча б одне рівняння другого степеня;
- сприяти усвідомленню значення математики для повноцінного життя у суспільстві.

“Закінчи речення”

1. Системою двох рівнянь другого степеня з двома змінними називається ...
2. Розв'язком системи двох рівнянь з двома змінними називається ...
3. Розв'язати систему означає ...



1. Які методи розв'язування систем ви знаєте?
2. Чи всі зі згаданих методів є “зручними” для розв'язування систем рівнянь? Пояснити.



Метод підстановки

1. З одного рівняння системи виражаємо одну змінну через іншу, обираючи зручну.
2. Знайдене значення підставляємо у інше рівняння системи і одержуємо рівняння з однією змінною.
3. Розв'язуємо одержане рівняння.
4. Знайдене значення підставляємо у виражене рівняння і знаходимо значення другої змінної.
5. Записуємо розв'язок системи.



Метод додавання

1. Виконуємо рівносильні перетворення так, щоб коефіцієнти при одній змінній стали протилежними числами.
2. Почленно додаємо обидва рівняння системи.
3. Розв'язуємо одержане рівняння з однією змінною.
4. Підставляємо знайдене значення змінної в одне з рівнянь системи і знаходимо відповідне їй значення іншої змінної.
5. Записуємо розв'язок системи.

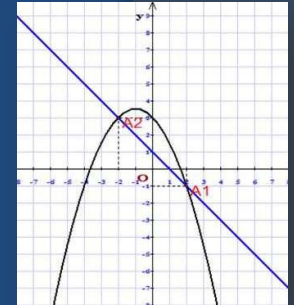


Метод порівняння

1. В кожному з рівнянь системи виражаємо змінну y через змінну x або навпаки.
2. Прирівнюємо вирази, одержані для однойменних змінних.
3. Розв'язуємо одержане рівняння.
4. Підставляємо значення знайденої змінної в один з виразів для іншої змінної і знаходимо її значення.
5. Записуємо розв'язок системи.



Графічний метод



1. Виконуємо рівносильні перетворення так, щоб було зручно побудувати графіки функцій (в кожному з рівнянь системи виражаємо змінну y через змінну x або навпаки).
2. В одній прямокутній системі координат будуємо графіки обох функцій.
3. Знаходимо точки перетину графіків. Координати цих точок є розв'язком даної системи рівнянь.

Кожній функції поставити у відповідність
графік і вказати його назву.

г)

1

$$y=kx+b$$

д)

2

$$y=x^2$$

а)

3

$$y=k/x$$

в)

4

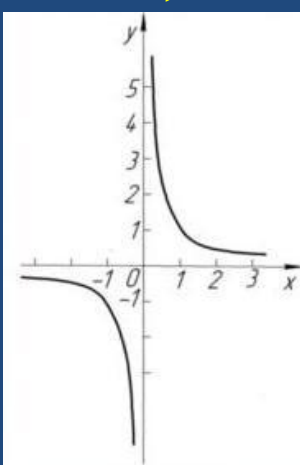
$$y=\sqrt{x}$$

б)

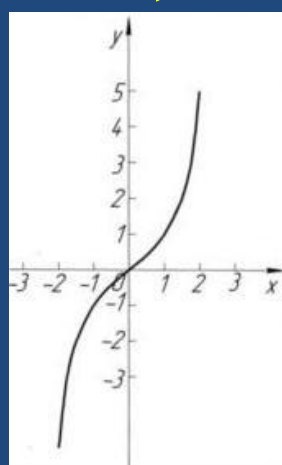
5

$$y=x^3$$

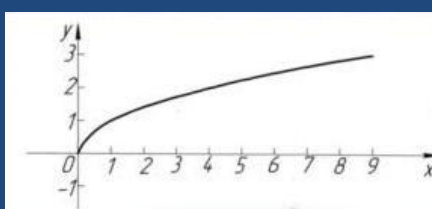
а)



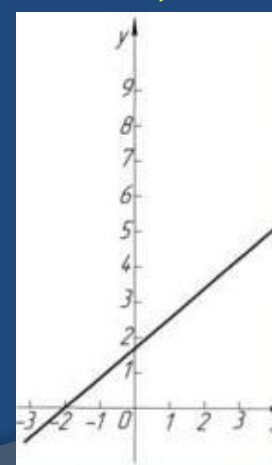
б)



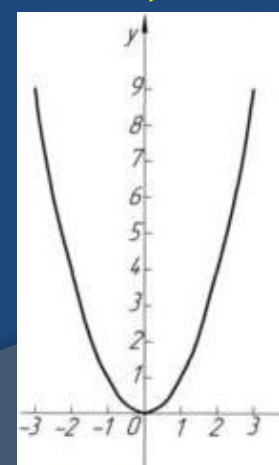
в)



г)



д)



Розв'язати систему двох рівнянь другого степеня з двома змінними:

$$\begin{cases} x^2 = y + 4 \\ y + 2 = x \end{cases}$$

1 варіант

а) методом підстановки;

2 варіант

б) методом додавання;

3 варіант

в) методом порівняння;

4 варіант

г) графічним методом.



1 варіант

$$\begin{cases} y=x-2 \\ x^2=x-2+4 \end{cases}$$
$$x^2-x+2-4=0$$

2 варіант

$$+ \begin{cases} x^2-y=4 \\ -x+y=-2 \end{cases}$$
$$\frac{\quad}{x^2-x=2}$$

3 варіант

$$\begin{cases} y=x-2 \\ y=x^2-4 \end{cases}$$
$$x^2-4=x-2$$
$$x^2-4-x+2=0$$

$x^2-x-2=0$ – зведене квадратне рівняння
($a=1$); $b=-1$, $c=-2$

За оберненою теоремою Вієта:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-b \\ x_1x_2=c \end{cases} \quad \begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1x_2=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=2 \end{cases}$$

Тоді $y_1=x_1-2=-1-2=-3$; $y_2=x_2-2=2-2=0$.

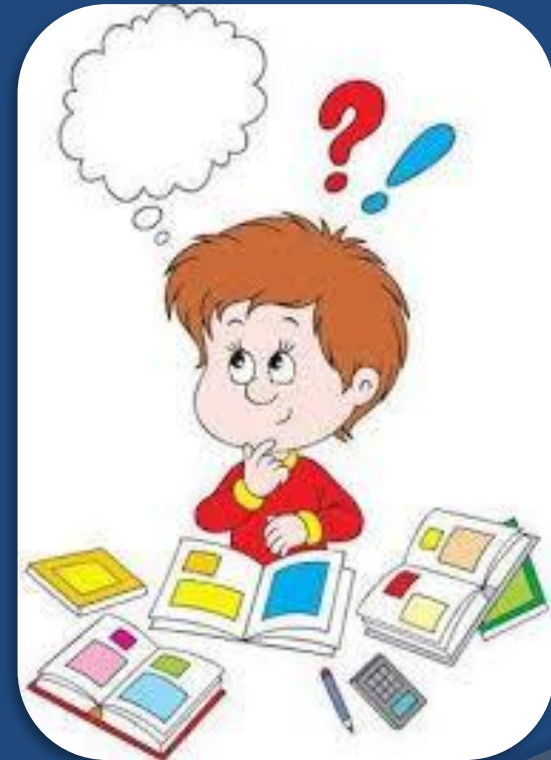
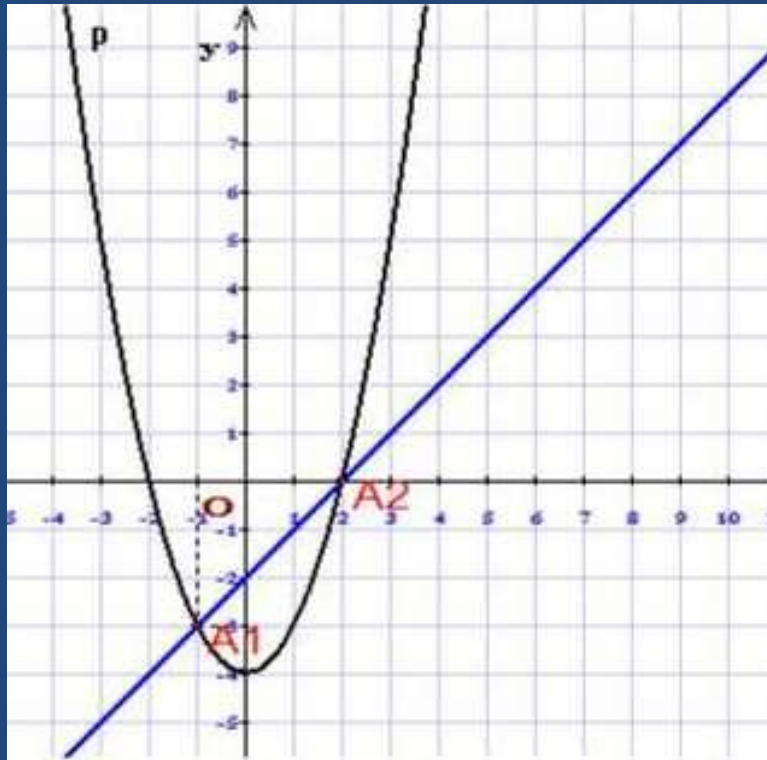
Отже, $(-1;-3)$, $(2;0)$ - розв'язки системи.



4 варіант

Будуємо параболу $y=x^2 - 4$.

Будуємо пряму $y=x-2$.



Розв'язок системи - координати точок перетину

$A_1(-1;-3), A_2(2;0)$

Прикладні задачі (життєві, текстові, сюжетні)

задачі, умови яких
містять нематематичні
поняття

задачі, що потребують
перекладу з природної мови на
математичну

задачі, які близькі за
формулюванням і методами
розв'язування до задач, що
виникають на практиці

Для розв'язання прикладної задачі потрібно:

**перекласти мову прикладної
задачі на мову математики**

**розв'язати отриману
математичну задачу**

**скористатися результатами розв'язання
математичної задачі, щоб знайти правильний
розв'язок прикладної задачі**



Модель - це спеціально створений об'єкт, який відображає властивості досліджуваного об'єкта.

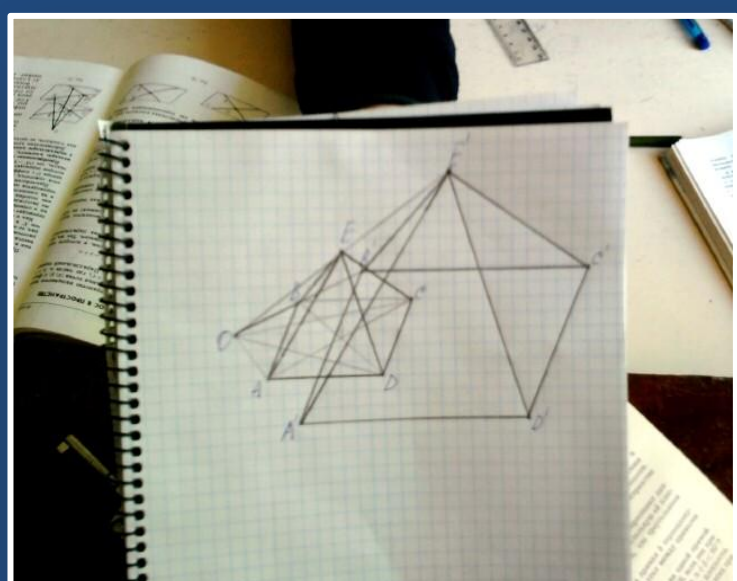
Математична модель - це наближений опис довільного явища навколишнього світу, поданий за допомогою математичної символіки.

Математичними моделями здебільшого бувають формули, рівняння, нерівності та їх системи.

Створюють **математичні моделі**, використовуючи математичні поняття і відношення, геометричні фігури, числа, вирази тощо.

Процес створення **математичної моделі** називається **математичним моделюванням**.

**“Побудова математичних моделей-
це свого роду мистецтво, де тісно
переплітаються і знання теорії,
і досвід, і інтуїція.”
(О.А.Самарський, радянський математик)**



Обрати правильну математичну модель задачі, позначивши за x км довжину шляху, який пройшла перша група, а за y км – друга.

Із пункту А вийшли одночасно дві групи туристів. Одна група попрямувала на північ, а інша - на схід. Через 4 години відстань між ними становила 24 км, причому перша група пройшла на 2 км більше.
З якою швидкістю йшла кожна група?

а)
$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=24 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x+y=2 \\ x^2+y^2=576 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=576 \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x-y=2 \\ 4x+4y=24 \end{cases}$$



Нехай x км-довжина шляху, який пройшла перша група, а y км-друга. Перше рівняння системи матиме вигляд:

Пн.

$$x - y = 2. \text{ (Чому?)}$$

Схематично зображуємо шляхи обидвох груп і з'єднуємо їх кінці відрізком. Друге рівняння системи матиме вигляд:

$$x^2 + y^2 = 24^2. \text{ (Чому?)}$$

Математичною моделлю даної прикладної задачі є система:

Сх.
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 576 \end{cases}$$



Алгоритм розв'язання задачі за допомогою системи двох рівнянь:

- 1) позначити невідомі величини (шукані або ті, через які можна виразити шукані величини) змінними x і y ;
- 2) виділити за умовою задачі дві ситуації;
- 3) описати ці ситуації за допомогою системи двох рівнянь - створити **математичну модель** задачі;
- 4) розв'язати систему рівнянь;
- 5) перевірити, чи задовольняють розв'язки системи умову задачі;
- 6) записати відповідь.

№ 14.3

Розв'язання.

1) Нехай x м-довжина ділянки, а y м-її ширина.

x м



y м



2) Оскільки ділянка має прямокутну форму, то її площа дорівнює добутку довжини на ширину. Складаємо перше рівняння системи: $xy=2400$.

Огорожа навколо ділянки-периметр прямокутника.

Складаємо друге рівняння системи: $2x+2y=220$.

3) **Математичною моделлю** даної прикладної задачі є система:
$$\begin{cases} xy=2400 \\ 2(x+y)=220. \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} xy=2400 \\ 2(x+y)=220 \end{cases} \Big| :2 \quad \begin{cases} xy=2400 \\ x+y=110 \end{cases} \quad \begin{cases} x=110-y \\ (110-y)y=2400 \end{cases}$$
$$110y - y^2 = 2400; \quad -y^2 + 110y - 2400 = 0; \quad y^2 - 110y + 2400 = 0 -$$

зведене квадратне рівняння ($a=1$; $b=-110$; $c=2400$).

За оберненою теоремою Вієта:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 110 \\ y_1 y_2 = 2400 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 30 \\ y_2 = 80 \end{cases} \quad \begin{aligned} x_1 &= 110 - y_1 = 110 - 30 = 80; \\ x_2 &= 110 - y_2 = 110 - 80 = 30. \end{aligned}$$

$(30; 80)$, $(80; 30)$ -розв'язки системи.

5) Умову задачі задовільняє розв'язок $(80; 30)$.

6) Відповідь: 80м, 30м.

N 14.18

Розв'язання.

1) Нехай x м/хв-швидкість 1-го ковзаняра, а y м/хв-2-го ($x > y$).

2) Один ковзаняр пробігає коло швидше за іншого на $24\text{с}=24/60\text{хв}=2/5\text{хв}$ (різниця в часі $2/5\text{хв}$). Тоді час, за який 1-й ковзаняр пробігає коло дорівнює $800/x$ хв, а час 2-го- $800/y$ хв. Складемо перше рівняння системи:
$$800/y-800/x=2/5.$$

1-й ковзаняр наздоганяє 2-го кожні 8хв . За цей час він пробігає відстань $8x$ м. 2-ий ковзаняр- $8y$ м. 1-ий ковзаняр наздожене 2-го, коли пробіжить повне коло. Складемо друге рівняння системи:

$$8x-8y=800.$$

3) Математичною моделлю даної задачі є система:

$$\begin{cases} 800/y-800/x=2/5 \\ 8x-8y=800. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{800}{y} - \frac{800}{x} = \frac{2}{5} \\ 8x - 8y = 800 \quad |:8 \end{cases} \begin{cases} \frac{800x - 800y}{yx} = \frac{2}{5} \\ x - y = 100 \end{cases} \begin{cases} 5(800x - 800y) = 2xy \\ x = 100 + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4000x - 4000y = 2xy \quad |:2 \\ x = 100 + y \end{cases} \begin{cases} 2000x - 2000y = xy \\ x = 100 + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 100 + y \\ 2000(100 + y) - 2000y = (100 + y)y \\ 200000 + \cancel{2000y} - \cancel{2000y} = 100y + y^2; -y^2 - 100y + 200000 = 0; \\ y^2 + 100y - 200000 = 0; y_1 = 400, y_2 = -500. \end{cases}$$

$$x_1 = 100 + y_1 = 100 + 400 = 500, x_2 = 100 + y_2 = 100 - 500 = -400.$$

$(500; 400), (-400; -500)$ -розв'язки системи.

5) $(-400; -500)$ -не задовільняє умову задачі.

6) Відповідь: 500 м/хв, 400 м/хв.

N 14.23

Розв'язання.

- 1) Нехай опір першого провідника дорівнює x Ом (R_1 Ом), а другого- y Ом (R_2 Ом).
- 2) При паралельному з'єднанні двох провідників опір в електричному колі знаходять за **формулою**:

$$1/R=1/R_1+1/R_2.$$

Складаємо перше рівняння системи:

$$1/36=1/x+1/y.$$

При послідовному з'єднанні двох провідників опір в електричному колі знаходять за **формулою**:

$$R=R_1+R_2.$$

Складаємо друге рівняння системи: **$150=x+y$** .

- 3) **Математичною моделлю** даної задачі є система:

$$\begin{cases} x+y=150 \\ 1/x+1/y=1/36. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x+y=150 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{36} \end{cases} \begin{cases} x=150-y \\ \frac{y+x}{xy} = \frac{1}{36} \end{cases} \begin{cases} x=150-y \\ 36(y+x)=xy \end{cases} \begin{cases} x=150-y \\ 36(y+150-y)=xy \end{cases}$$

$36 \cdot 150 = (150-y)y$; $5400 = 150y - y^2$; $y^2 - 150y + 5400 = 0$ - зведене квадратне рівняння ($a=1$; $b=-150$; $c=5400$).

За оберненою теоремою Вієта:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 150 \\ y_1 y_2 = 5400 \end{cases} \begin{cases} y_1 = 90 \\ y_2 = 60 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 150 - y_1 = 150 - 90 = 60 \\ x_2 = 150 - y_2 = 150 - 60 = 90. \end{cases}$$

Отже, система рівнянь має розв'язки: $(60; 90)$, $(90; 60)$.

5) Обидва розв'язки задовільняють умову задачі.

6) Відповідь: 60 Ом, 90 Ом.

Д.з. №14.16, №14.26

**Дякуємо за увагу!
До зустрічі!**

