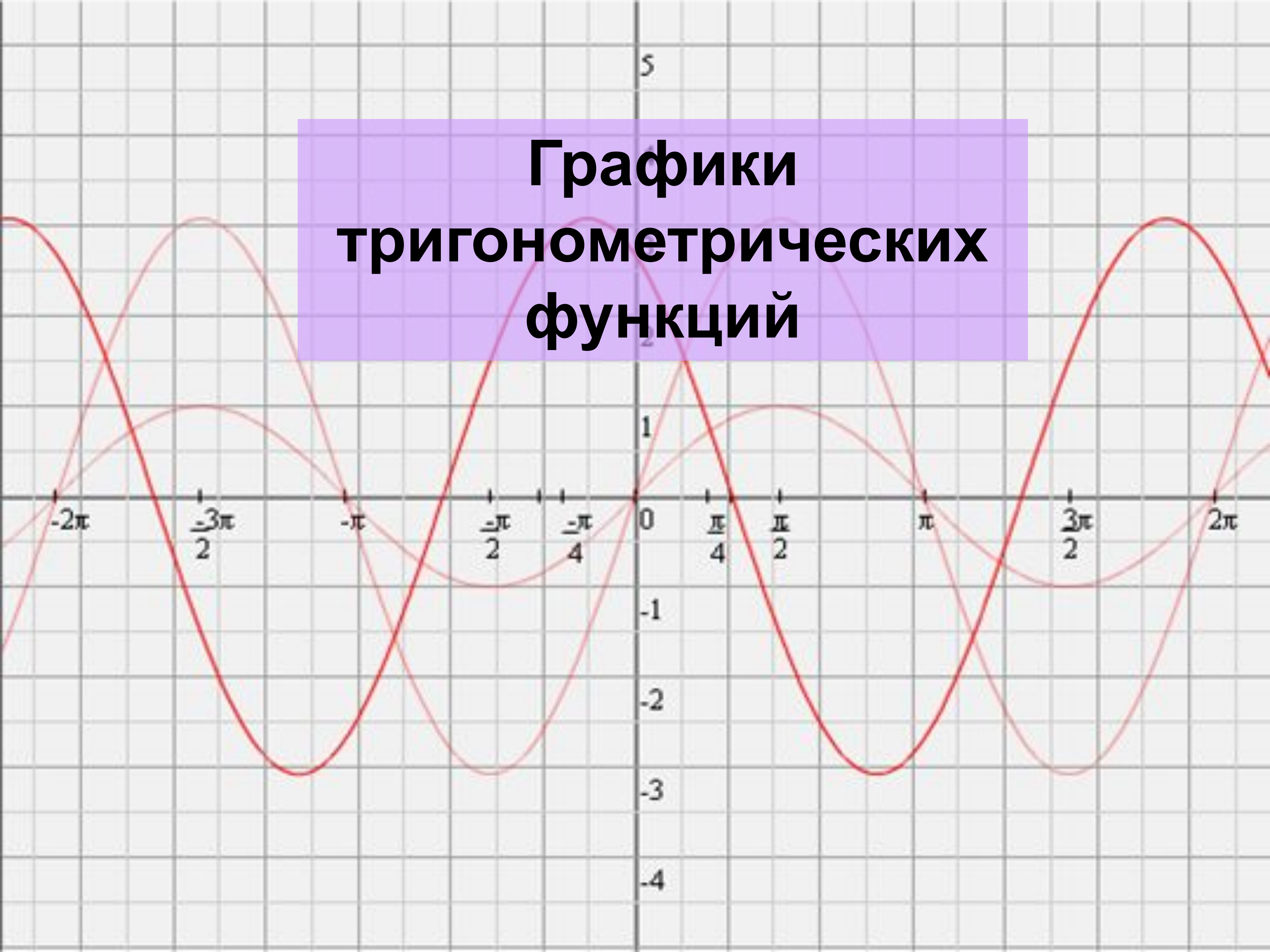
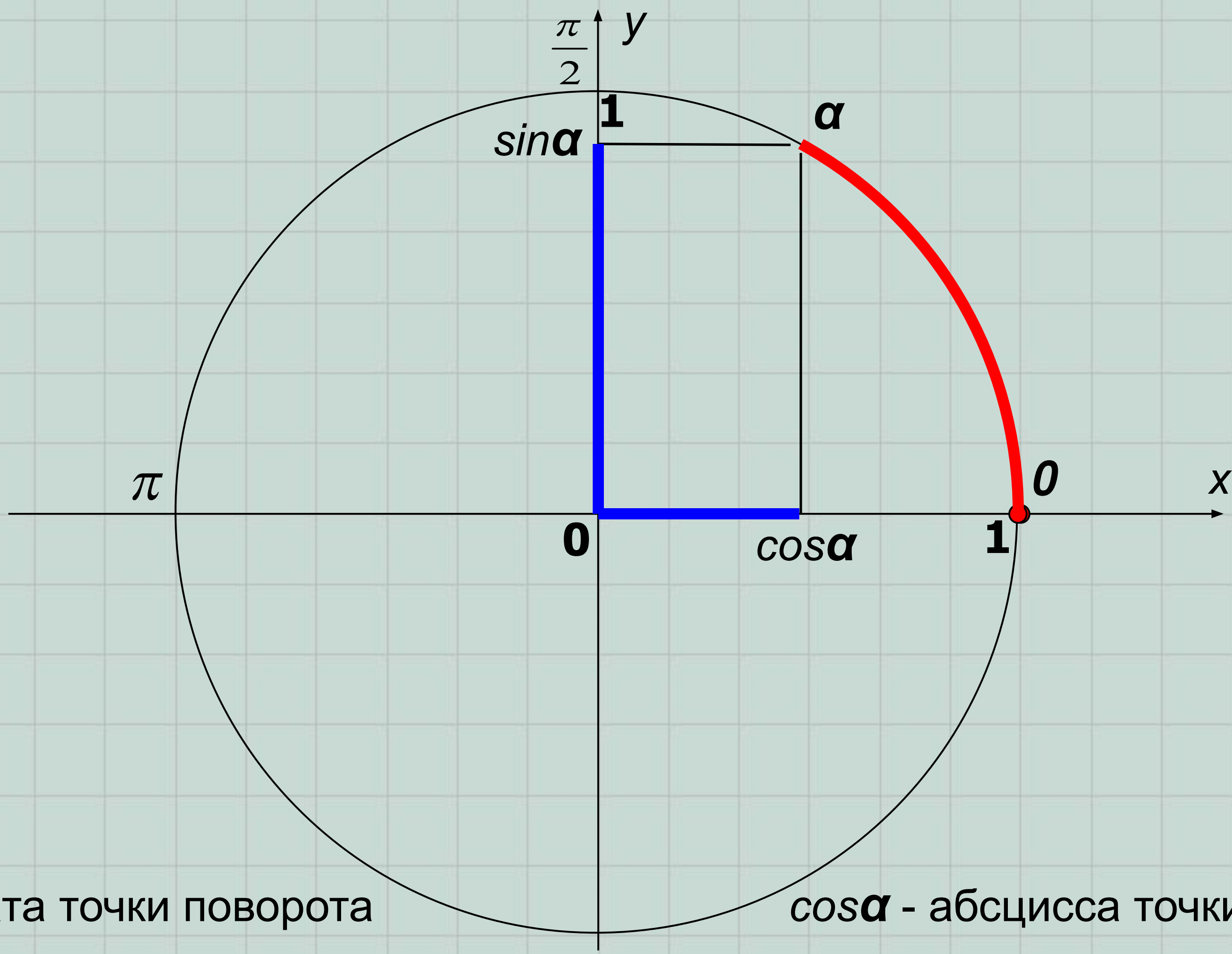
Графики тригонометрических функций



Синус и косинус угла поворота:

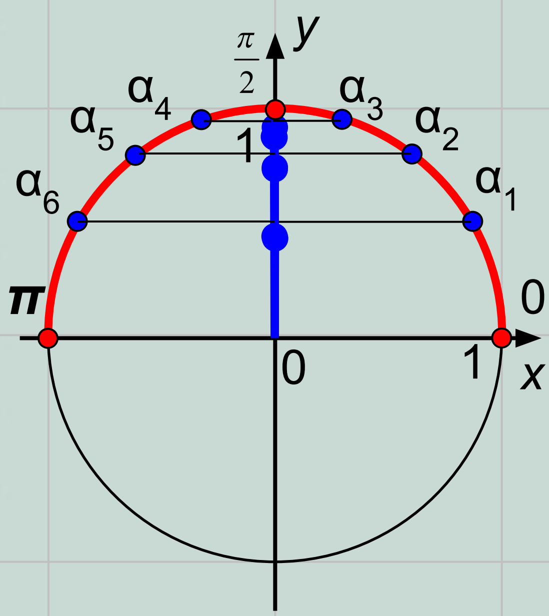


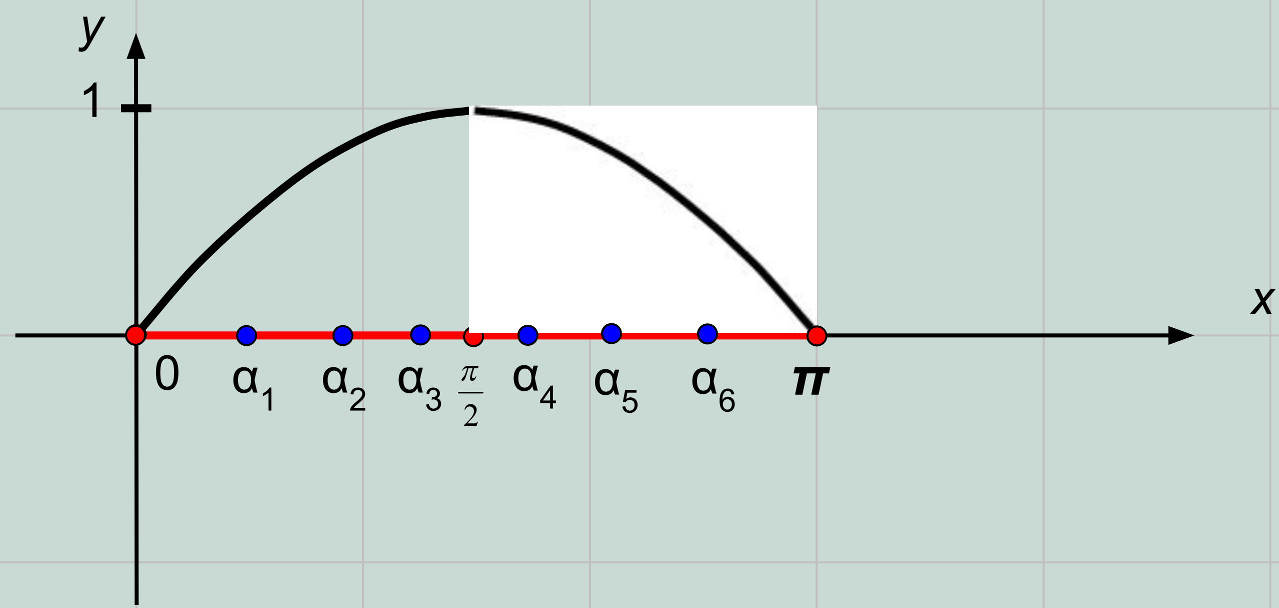
*sin**α*** - ордината точки поворота

*cos**α*** - абсцисса точки поворота

(под «точкой поворота» следует понимать – «точку единичной тригонометрической окружности, полученной при повороте на ***α*** радиан от начала отсчета»)

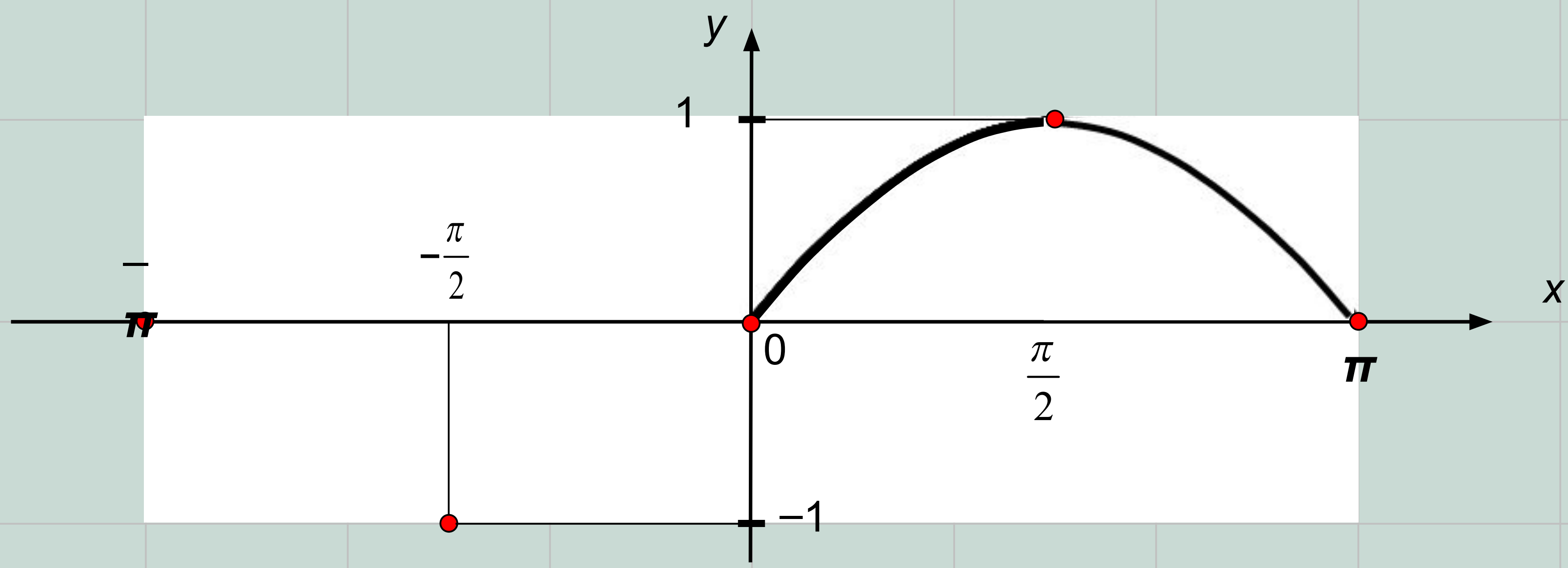
На оси абсцисс координатной плоскости *Oxy* будем отмечать точки, соответствующие различным углам поворота, а на оси ординат – значения синусов этих углов.





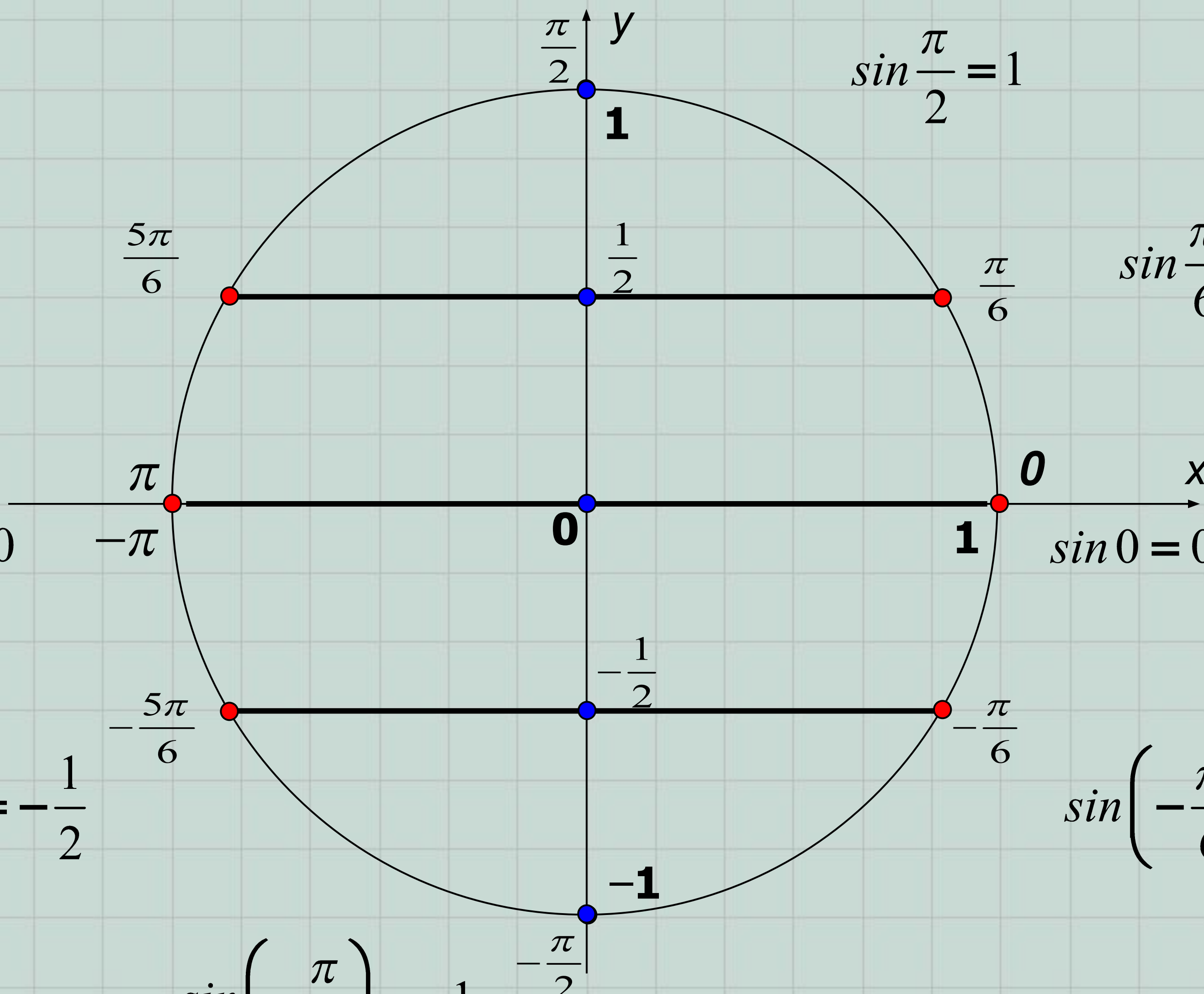
В результате мы получили график функции *y=sinx* на промежутке [0; ***π***].

Т.к. функция *y=sinx* является нечетной, значит, график функции на промежутке [−**π** ; 0] можно получить из данного симметрией относительно начала координат (или поворотом на 180^0).



Таким образом, мы получили график функции *y=sinx* на промежутке [−**π** ; **π**].

Некоторые <u>рациональные</u> значения функции *y=sinx* на промежутке [–π; π]:



$$\sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$\sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\pi = 0$$

$$\sin(-\pi) = 0$$

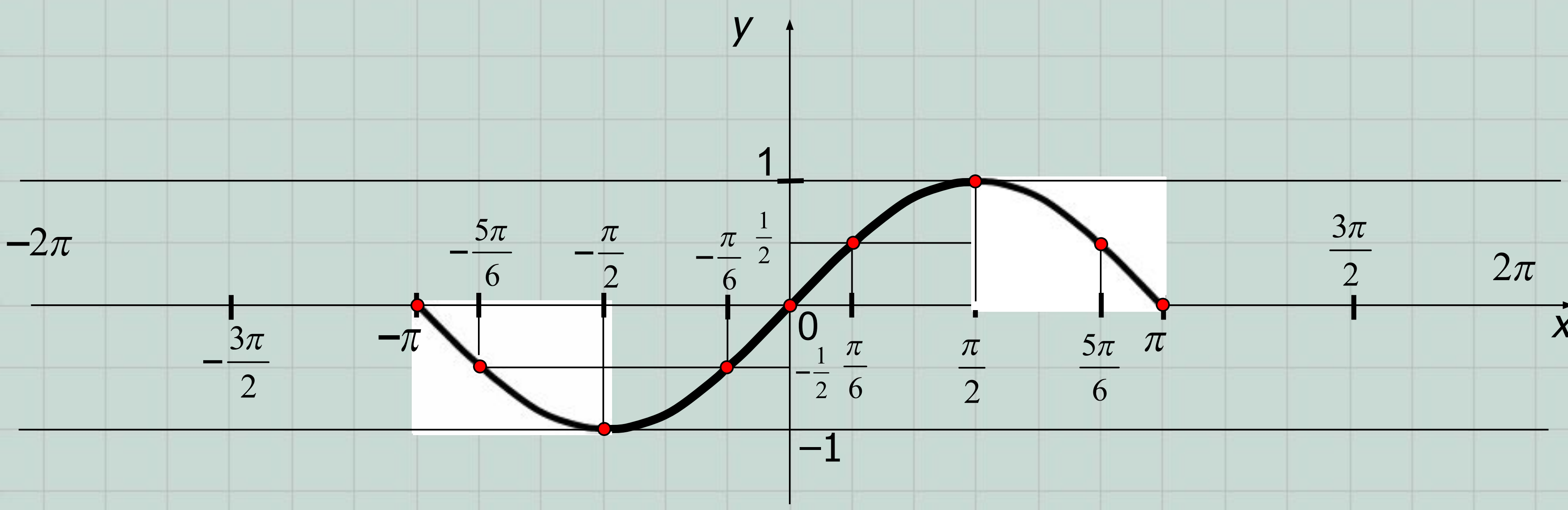
$$\sin 0 = 0$$

$$\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

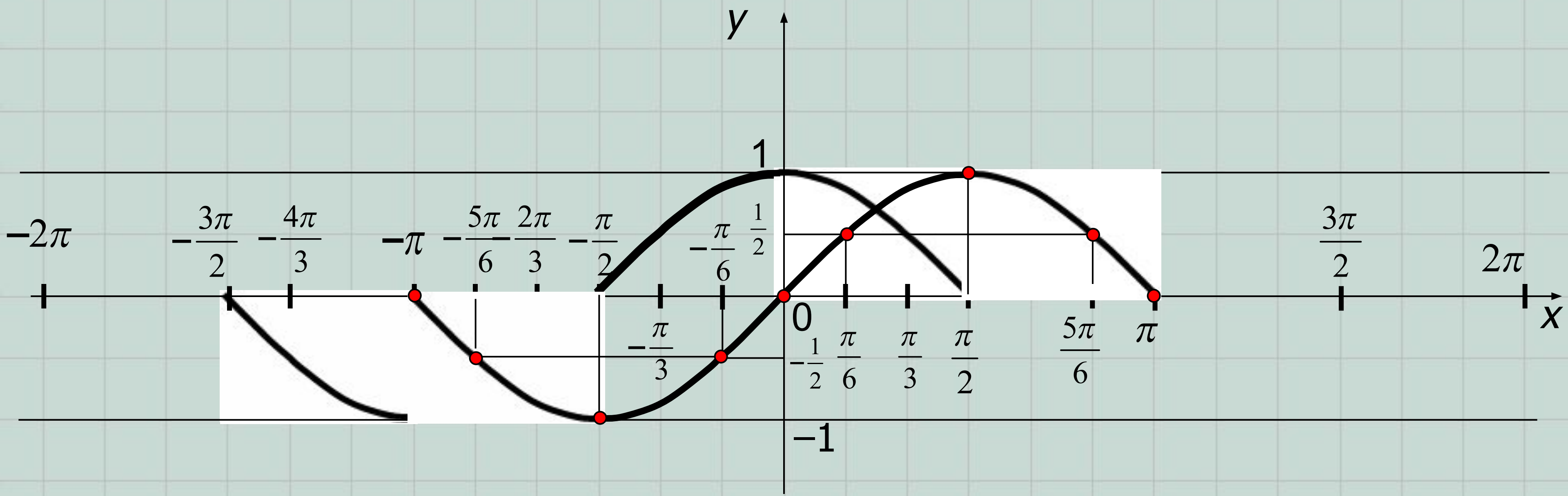
На практике, для построения графика функции *y=sinx* на промежутке [0; π], сначала отмечают точки с координатами (0; 0), (π/6; 0,5), (π/2; 1), (5π/6; 0,5) и (π; 0). Они образуют своеобразную «арку», которая периодически (с периодом π) отображается симметрично оси *Ox*.



После этого используют свойство периодичности функции *y=sinx*. Так как наименьший положительный период функции *y=sinx* равен 2π, то изображенный участок графика можно параллельно переносить влево и вправо вдоль оси *Ox* на $2\pi \cdot n$ ($n \in$ □) единичных отрезков.

График функции *y=sinx* называется ***синусоидой***.

Используя равенство *cosx=sin*($x+\frac{\pi}{2}$), график функции *y=cosx* можно получить из синусоиды путем параллельного переноса вдоль оси *Ox* влево на $\frac{\pi}{2}$ единичных отрезков.



И опять, воспользовавшись свойством периодичности функции *y=cosx*, достраивают график на всей числовой прямой.

График функции *y=cosx* называется ***косинусоидой***.

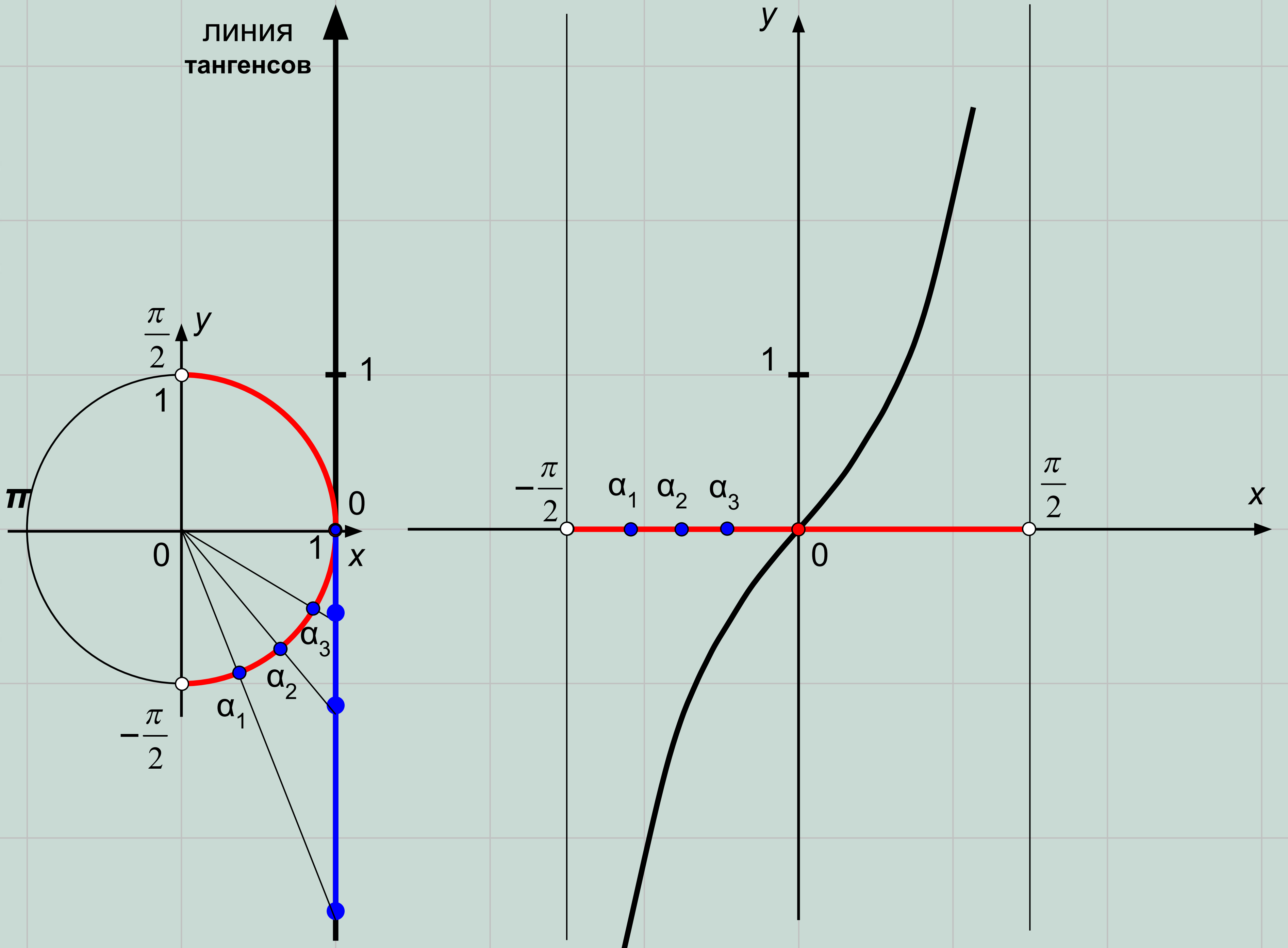
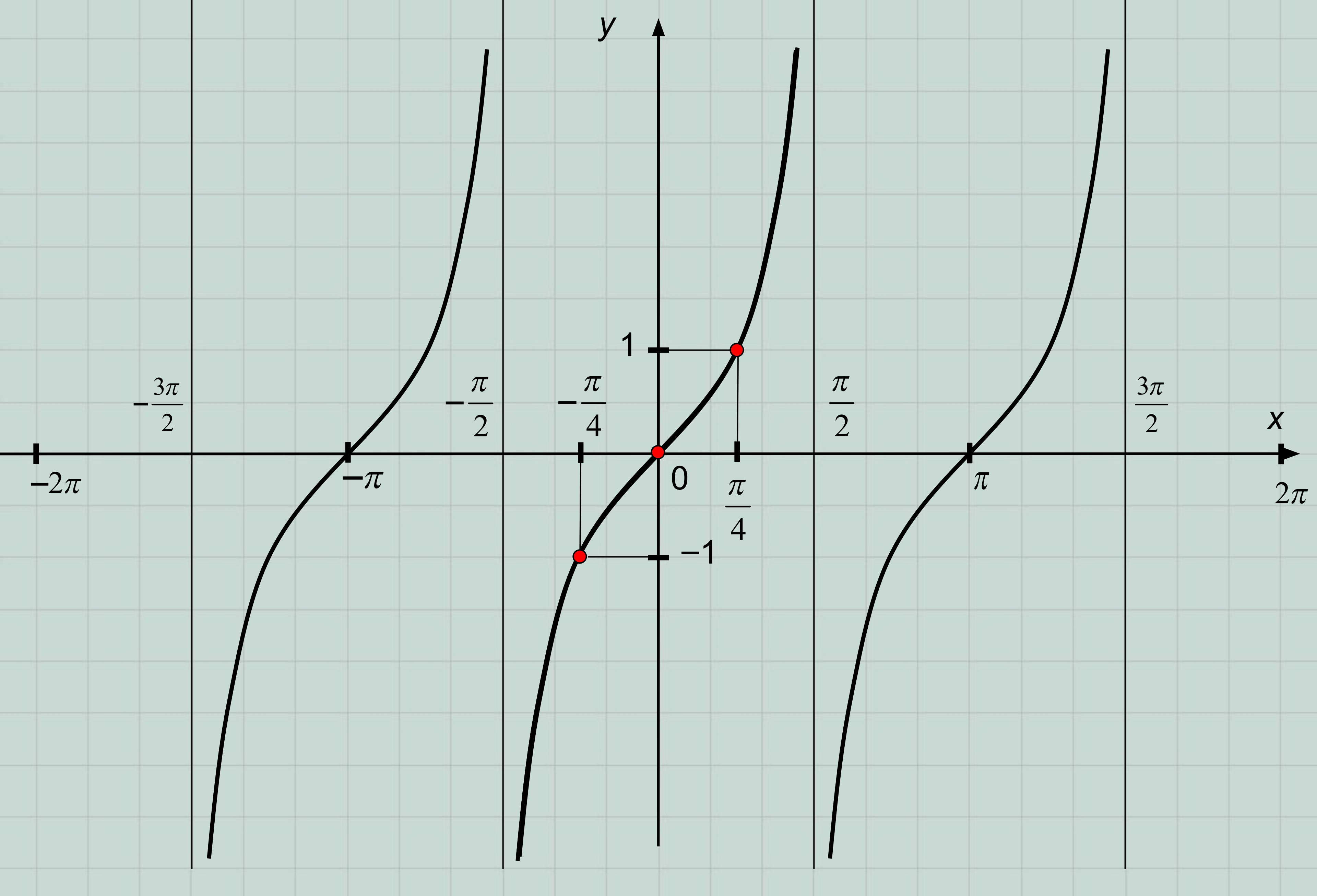
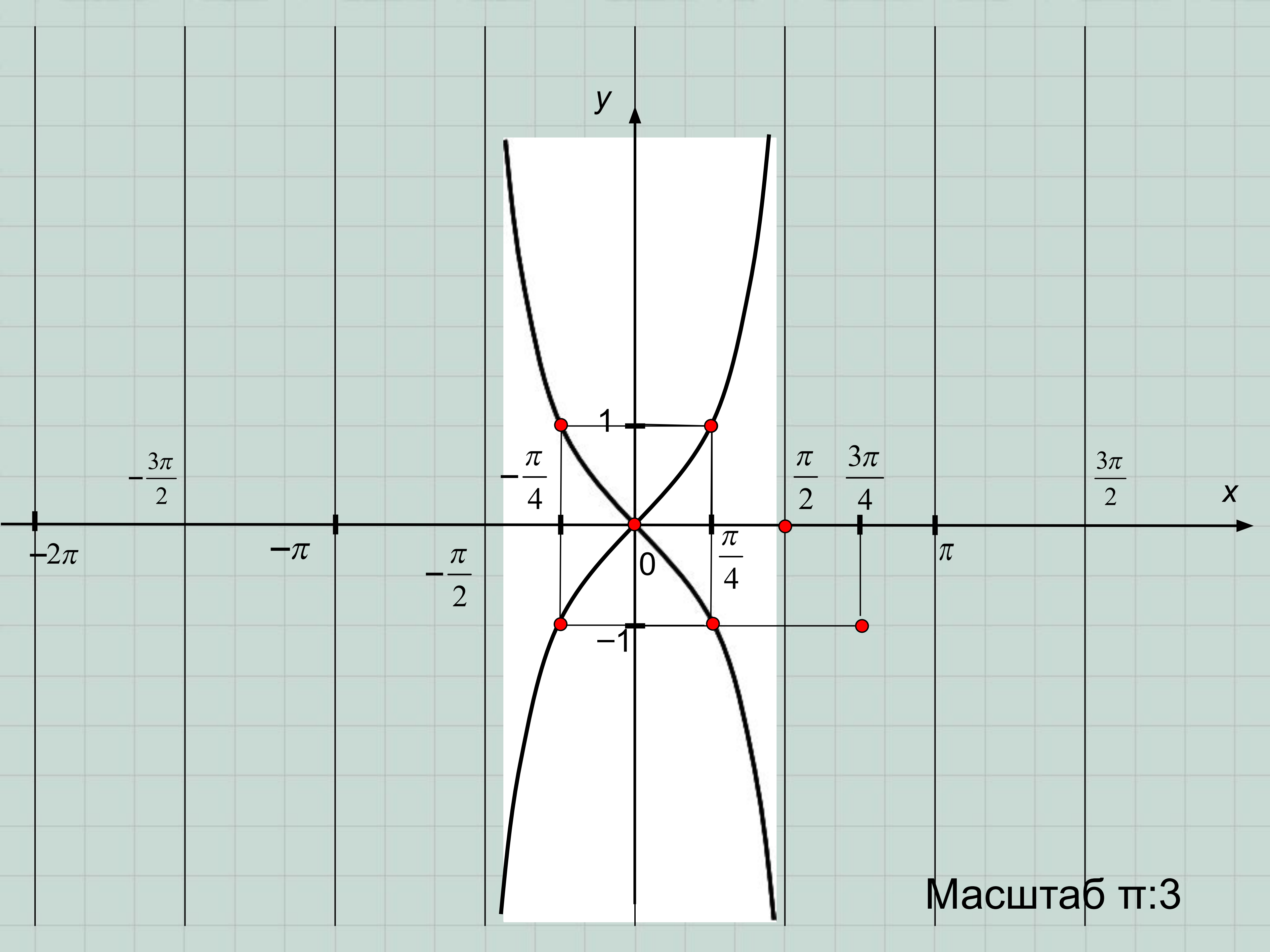

линия тангенсов
y
$\frac{\pi}{2}$
1
π
0
1
0
x
α_3
α_2
α_1
$-\frac{\pi}{2}$
y
1
$-\frac{\pi}{2}$
α_1
α_2
α_3
$\frac{\pi}{2}$
x
0

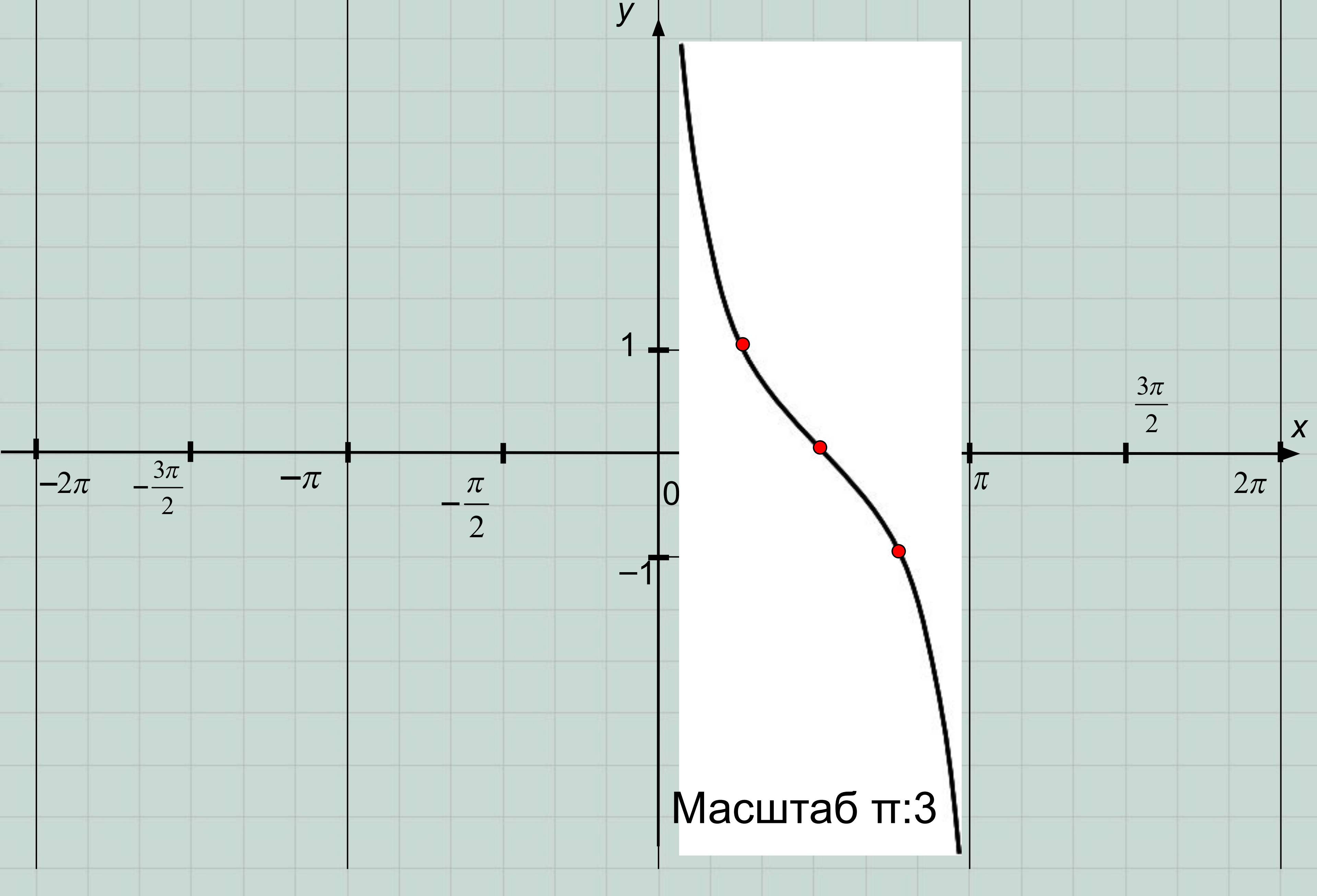
График функции *y=tgx* называется ***тангенсоидой***

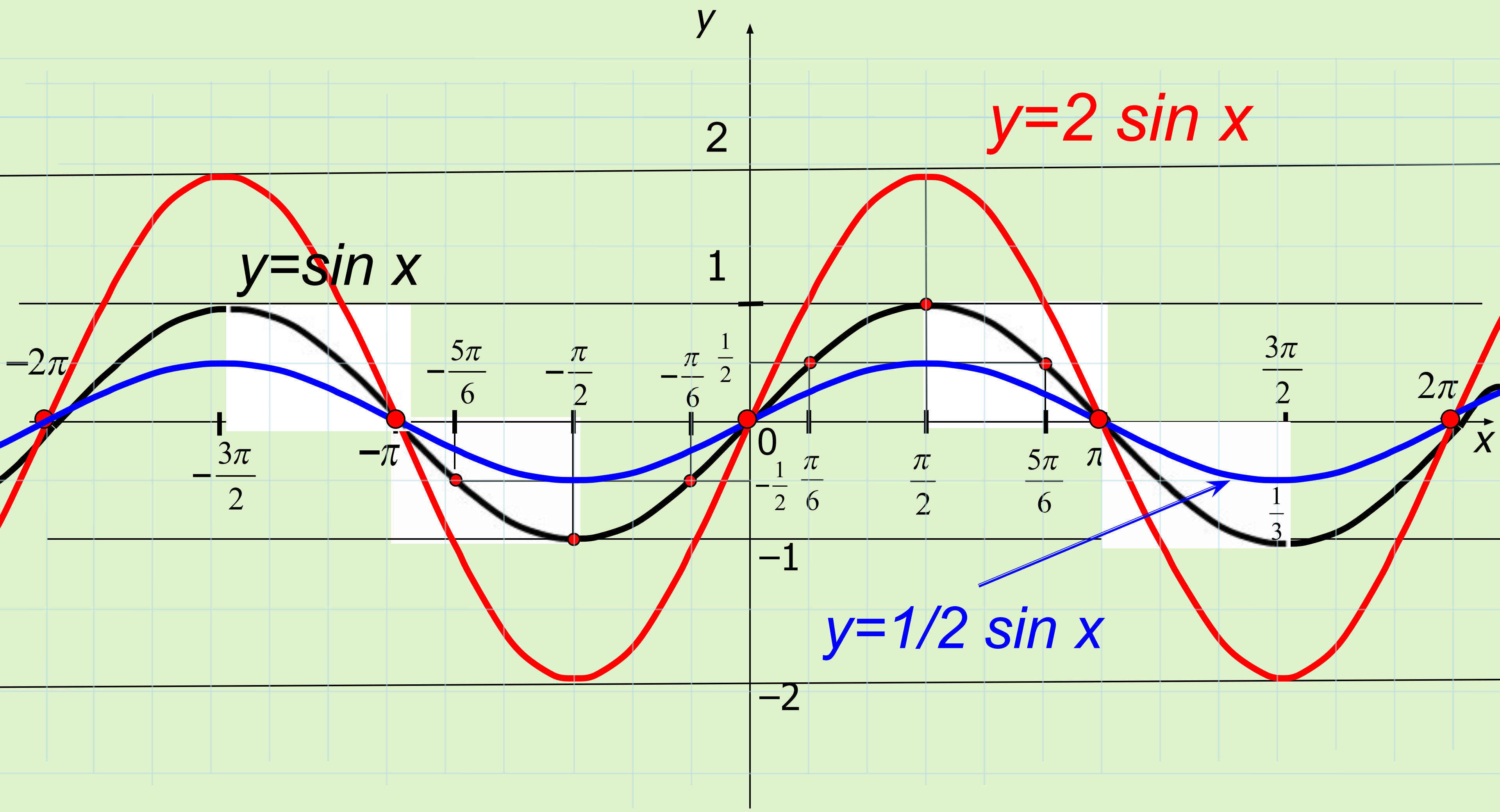




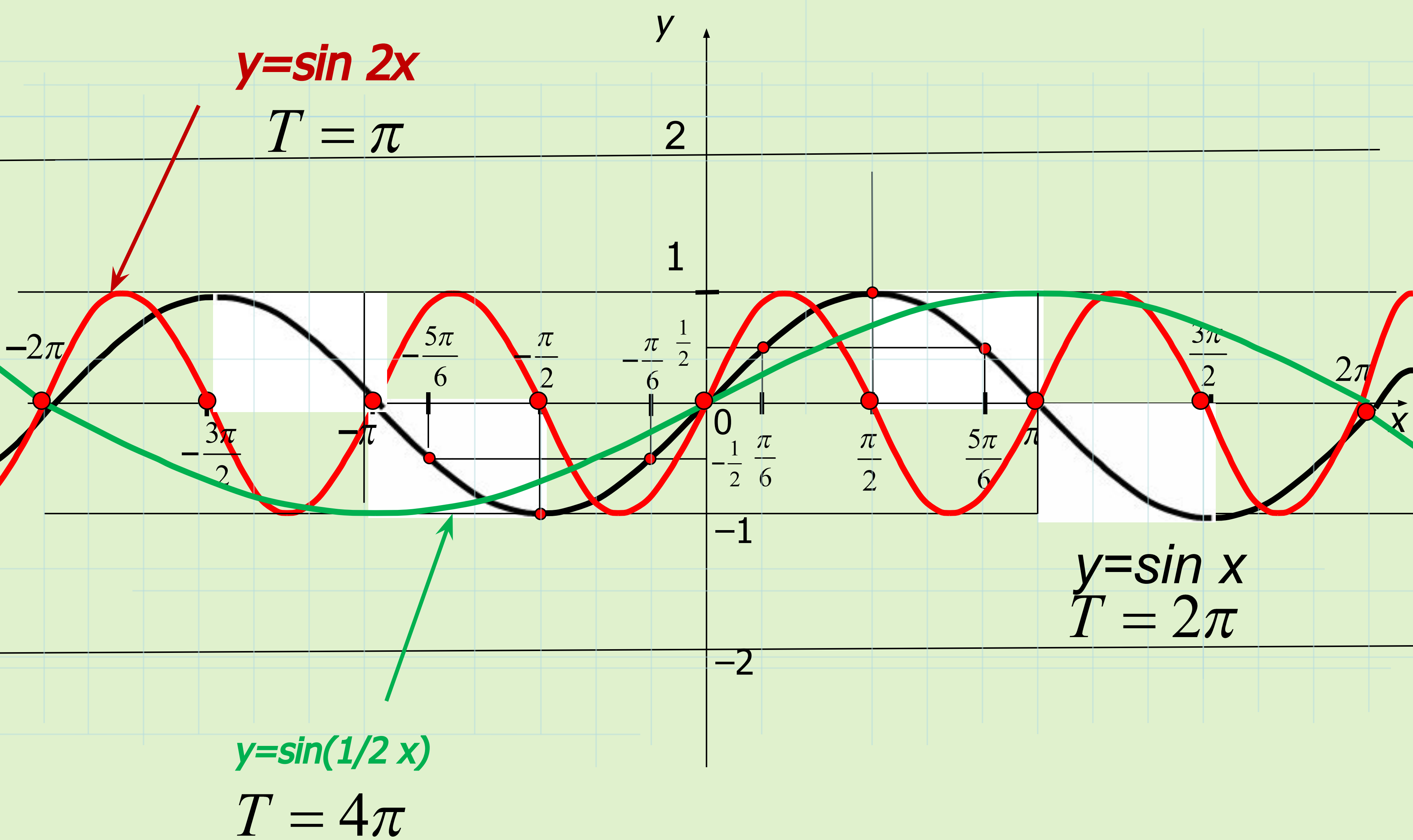
y
x
1
−1
0
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{4}$
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{3\pi}{4}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
Масштаб π:3

График функции *y=ctgx* называется ***котангенсоидой***

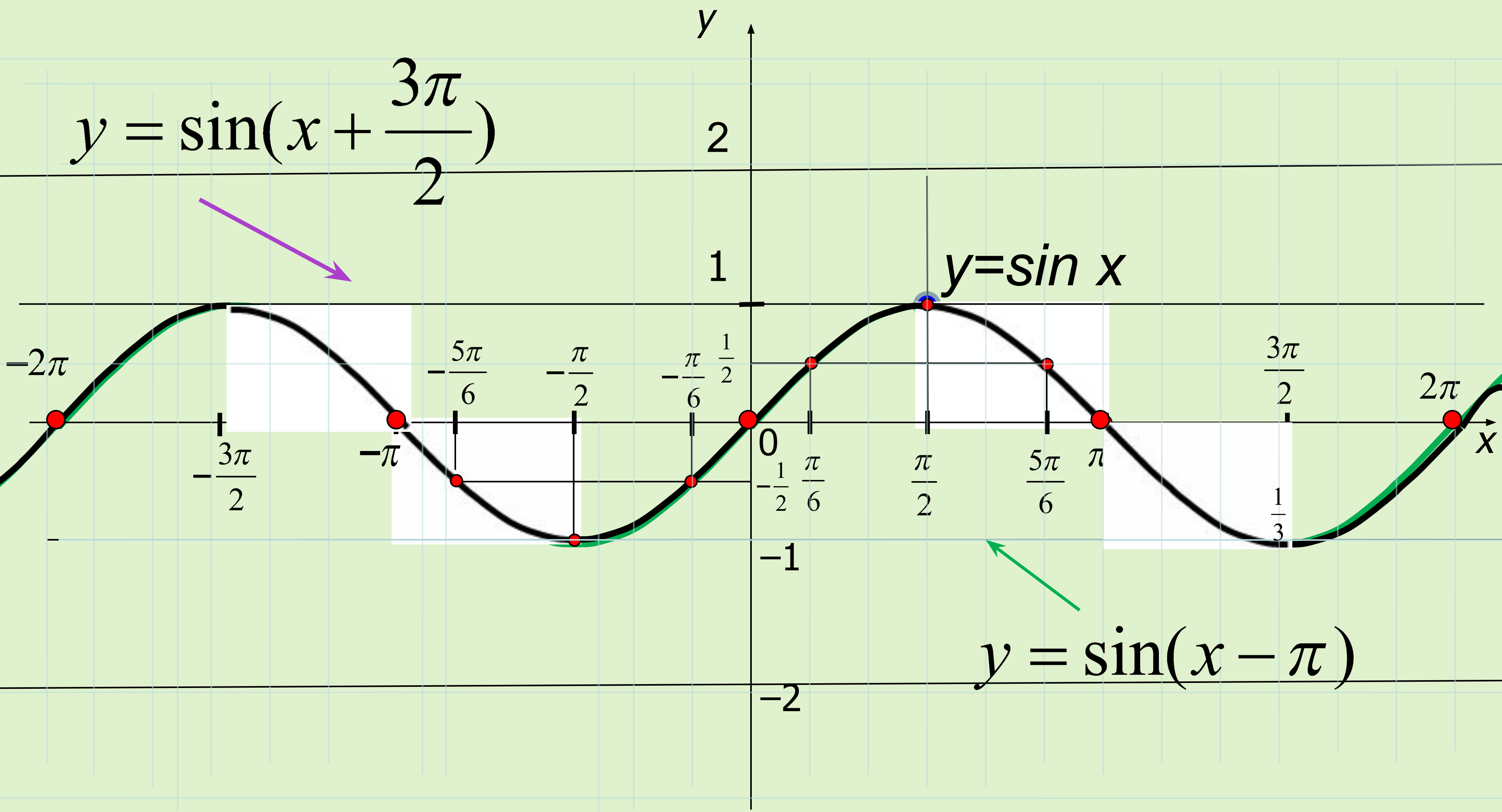




y
2
y=2 sin x
y=sin x
1
−2π
−5π/6
−π/2
−π/6
1/2
3π/2
2π
−3π/2
−π
0
x
−1/2
π/6
π/2
5π/6
π
1/3
−1
y=1/2 sin x
−2



y=sin 2x
$T = \pi$
y
2
1
-2π
$-\frac{5\pi}{6}$
$-\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{6}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{3\pi}{2}$
2π
x
0
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{5\pi}{6}$
π
−1
−2
y=sin x
$T = 2\pi$
y=sin(1/2 x)
$T = 4\pi$



$y = \sin(x + \frac{3\pi}{2})$
y
2
1
y=sin x
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\pi$
$-\frac{5\pi}{6}$
$-\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{6}$
$\frac{1}{2}$
0
$-\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{5\pi}{6}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
x
$\frac{1}{3}$
-1
-2
$y = \sin(x - \pi)$