

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

Для счета предметов используются числа, которые называются натуральными. Для обозначения множества натуральных чисел употребляется буква **N** - первая буква латинского слова **Naturalis** - «естественный», «натуральный»



Числа,

им противоположные

-6

-5

-4

-3

-2

-1

Натуральные числа

1

2

3

4

5

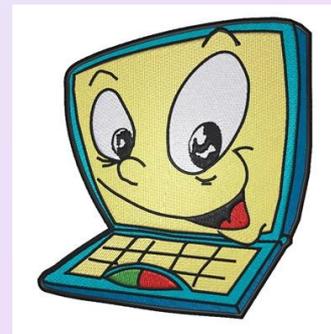
6

\mathbb{Z}^0

Целые



Натуральные числа, числа им противоположные и число нуль, образуют множество целых чисел, которое обозначается **Z** - первой буквой немецкого слова **Zahl** - «число».



..., -3, -2, -1, 0,

Z - *целые*

1, 2, 3, ...

Дробные числа

$\frac{2}{7}$ $\frac{2}{5}$ $7,1$ $3,2$ $0,(2)$ $0,1$

Целые числа

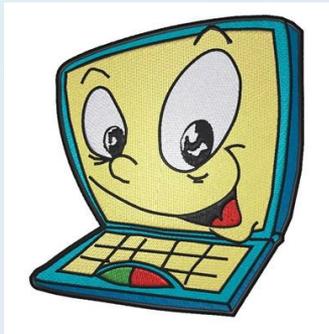
1 0 -4 9 58 10



\mathbb{Q}

Рациональные

Множество чисел, которое можно представить в виде $\frac{m}{n}$, называется множеством рациональных чисел и обозначается буквой Q - первой буквой французского слова *Quotient* - «отношение». Есть также версия, что название рациональных чисел связано с латинским словом *ratio* – разум.



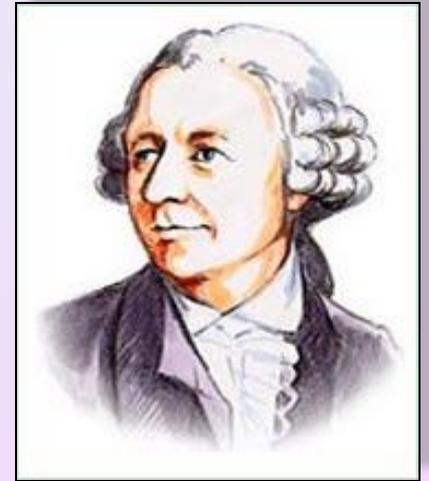
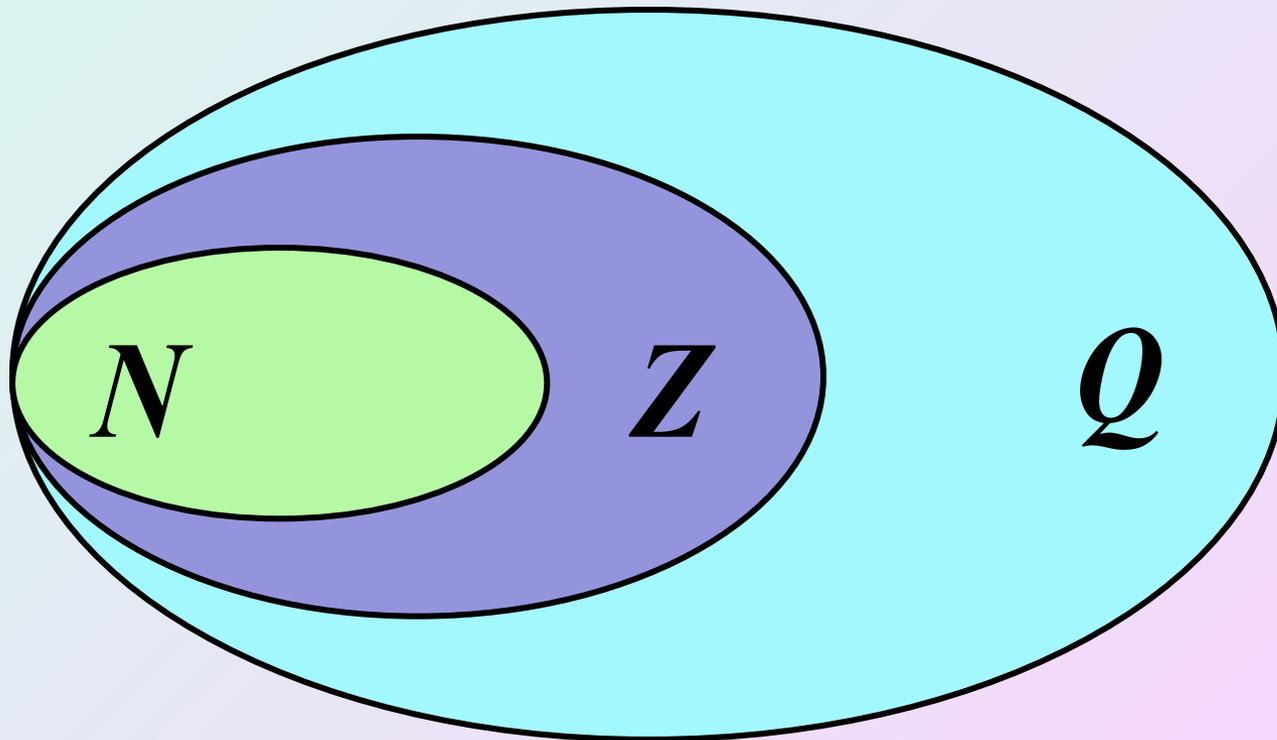
..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

Q -

рациональные
+ дроби

*Отношения между множествами натуральных, целых и рациональных чисел наглядно демонстрирует геометрическая иллюстрация – **круги Эйлера**.*

$$N \subset Z \subset Q$$



Новые обозначения:



Математический символ \in называют знаком принадлежности (элемент принадлежит множеству).

« n - натуральное число»

можно писать $n \in \mathbb{N}$

« m - целое число»

можно писать $m \in \mathbb{Z}$

« r - рациональное число»

можно писать $r \in \mathbb{Q}$

Новые обозначения:



Математический символ \subset называют знаком **включения** (одно множество содержится в другом).

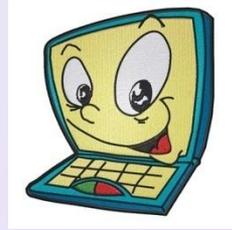
«**N** - часть множества **Z**»

можно писать $N \subset Z$,

«**Z** - часть множества **Q**»

можно писать $Z \subset Q$

Новые обозначения:



Множества обозначают **большими** буквами,
элементы множества - **маленькими** буквами.

« x не принадлежит множеству X »

можно писать $x \notin X$

« A не является частью (подмножеством) B »

можно писать $A \not\subset B$.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Число 5 - ?

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$

Число -7 - ?

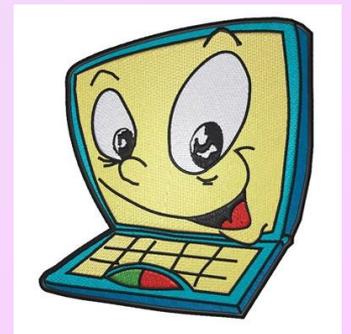
\mathbb{Z}, \mathbb{Q}

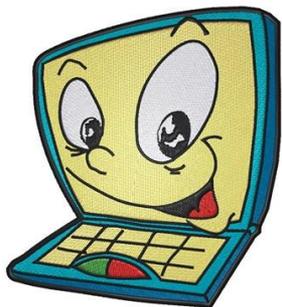
Число -6,7 - ?

\mathbb{Z}, \mathbb{Q}

Число $\frac{8}{19}$ - ?

\mathbb{Q}

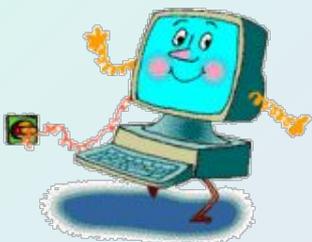




Любое рациональное
число можно записать в
виде **бесконечной**
десятичной
периодической дроби?

ДА!

Наоборот, бесконечную
периодическую десятичную
дробь в **обыкновенную?**

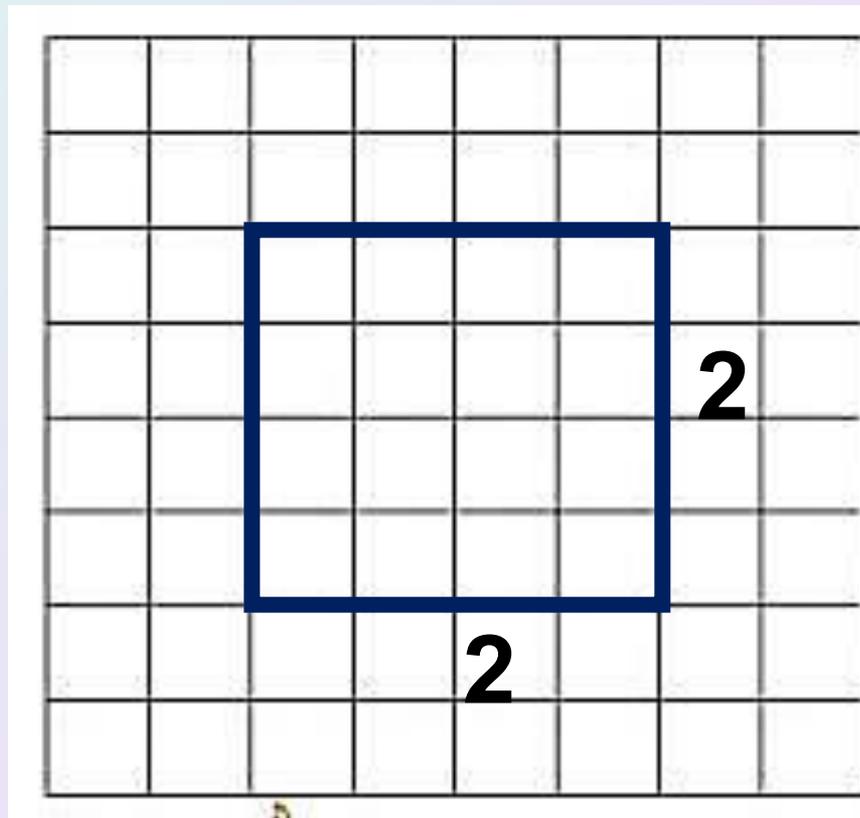




Иррациональные числа

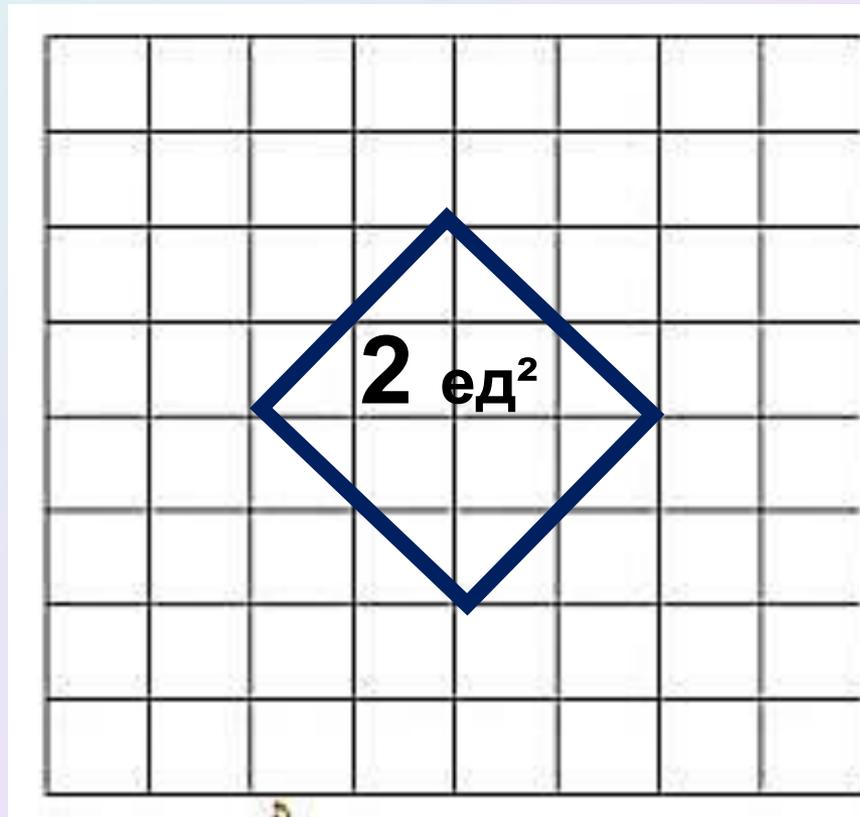
Решите задачу:

Найти **площадь** квадрата,
сторона которого равна 2 .

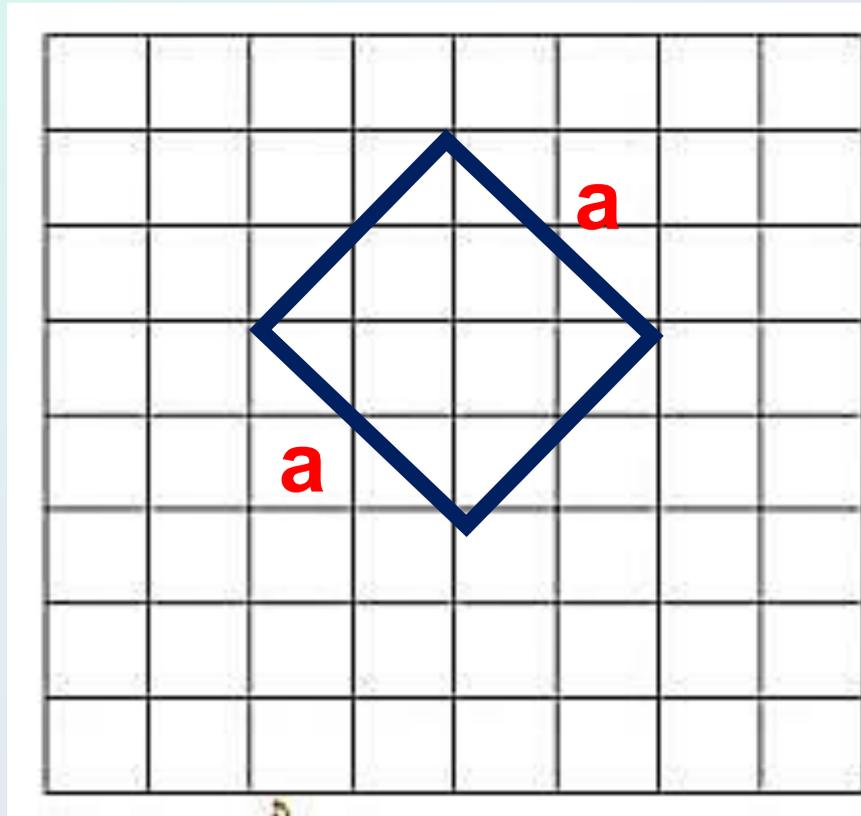


Решите обратную задачу:

Найти **сторону** квадрата, площадь которого равна **2 кв. ед.**



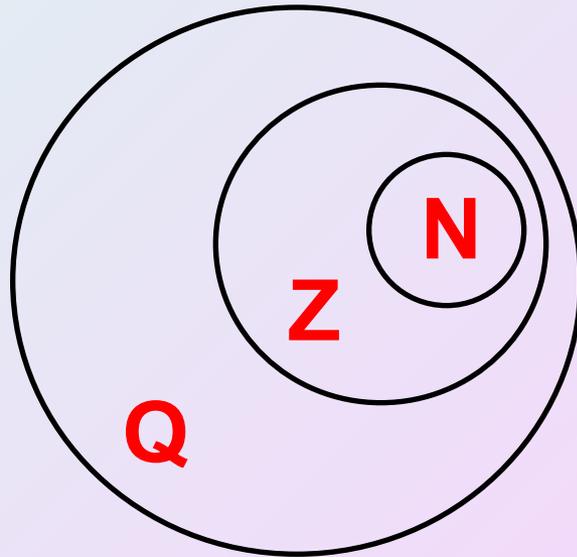
Обозначим длину стороны квадрата **a**.



Тогда площадь равна **$a^2 = 2$** .

Тогда площадь равна $a^2 = 2$

Значит сторона равна $\sqrt{2}$,



•
Тогда площадь равна $a^2 = 2$.

Значит сторона равна $\sqrt{2}$, т. е. $a = \sqrt{2}$.

•
Тогда площадь равна $a^2 = 2$.

Значит сторона равна $\sqrt{2}$, т. е. $a = \sqrt{2}$

**Нет ни целого, ни дробного
числа, квадрат которого
равен 2.**

Более двадцати веков тому назад к этому выводу пришли математики Древней Греции, что вызвало кризис в математической науке: сторона у квадрата есть, а длины у неё нет! Но математики нашли выход и из этой ситуации : раз имеющегося запаса чисел – целых и дробных – не хватает для выражения длин отрезков, значит, нужны новые числа.

•
Тогда площадь равна $a^2 = 2$.

Значит сторона равна $\sqrt{2}$, т. е. $a = \sqrt{2}$.

•
Тогда площадь равна $a^2 = 2$.

Значит сторона равна $\sqrt{2}$, т. е. $a = \sqrt{2}$.

Иррациональные числа появляются не только в связи с извлечением квадратных корней. Существует бесконечное много иррациональных чисел и другого происхождения.

Например: $\pi \approx 3, 14\dots$

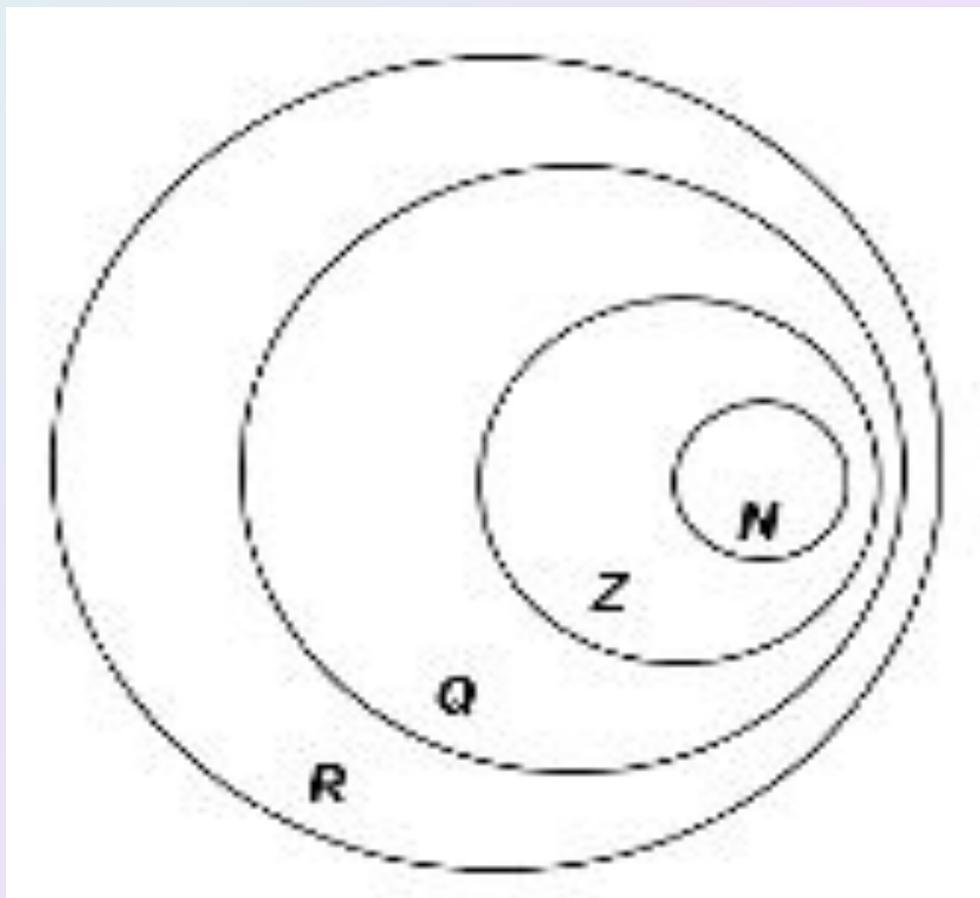
$$C = \pi d, S = \pi r^2$$

Иррациональные числа
Бесконечная
непериодическая дробь
называется
иррациональным
числом.

Например. $\pi = 3,1416\dots; e = 2,7183\dots$

Множество иррациональных
чисел обозначается J .

Рациональные и иррациональные числа
вместе образуют так называемое
множество действительных чисел.





Criação

