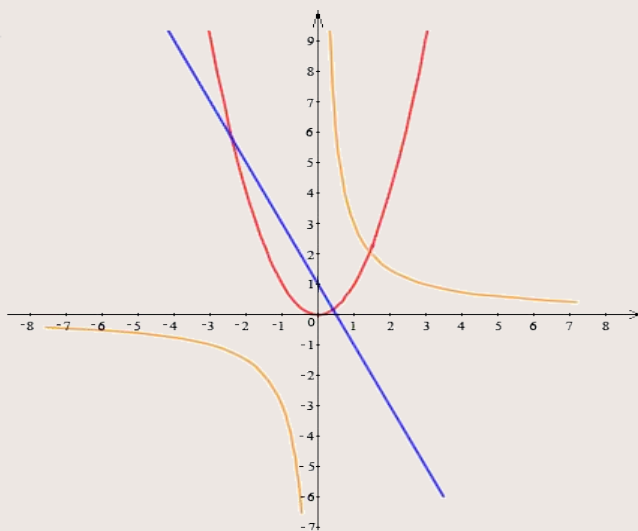


Построение графиков функций



10 класс

по УМК А.Г. Мордковича

План построения графика функции с помощью производной

- 1) Найти область определения функции и определить точки разрыва если они существуют**
- 2) Выяснить является ли функция четно или нечетной, проверить её на периодичность**
- 3) Найти точки пересечения графика с осями координат (если это возможно)**
- 4) Найти стационарные и критические точки**
- 5) Найти точки экстремума функции и промежутки монотонности**
- 6) Найти координаты ещё нескольких точек (для большей точности)**

Исследовать функцию

$y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ и построить её график

Решение: 1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2. четность не определена

3. Найдем точки пересечения графика с осями координат:

если $x=0$, то $y=-1 \Rightarrow (0; -1)$

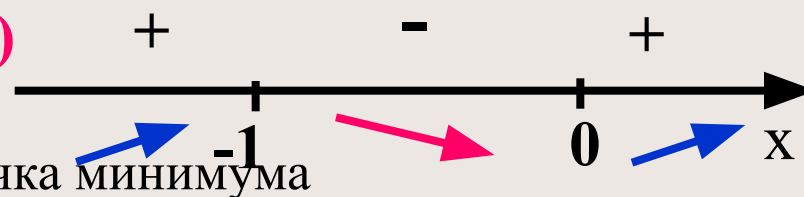
если $y=0$, то $x=-1 \Rightarrow (-1; 0)$

4. Найдем стационарные точки:

т.к. $y' = 6x^2 + 6x = 6x(x+1) \Rightarrow 6x(x+1) = 0$

тогда $x=0$ и $x=-1$ стационарные точки

5. Найдем точки экстремума: $f'(x)$



и $x=-1$ — точка максимума $x=0$ — точка минимума

Найдем промежутки монотонности:

при $x \in (-\infty; -1]$ и $[0; +\infty)$ — функция возрастает

при $x \in [-1; 0]$ — функция убывает

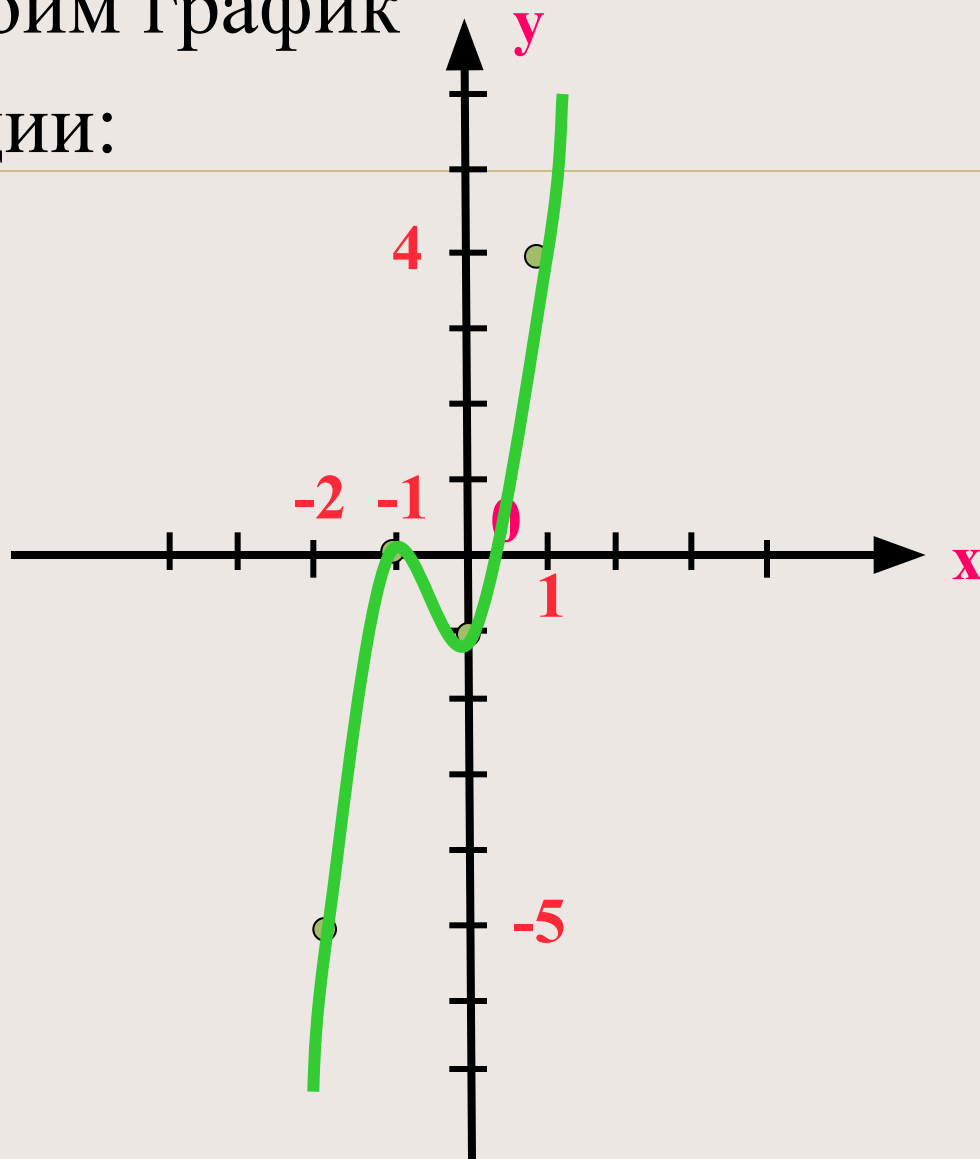
6. Найдем ещё некоторые точки (контрольные, дополнительные):

- т.к. $x=-1$ – точка максимума, то $u_{\max}=0 \Rightarrow (-1; 0)$ -точка локального максимума
- т.к. $x=0$ – точка минимума, $u_{\min}=-1 \Rightarrow (0;-1)$ -точка локального минимума
- если $x=1$, то $y=4 \Rightarrow (1;4)$
- если $x=-2$, то $y=-5 \Rightarrow (-2;-5)$

Удобнее все эти данные заполнять в виде таблицы.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;0)$	0	$(0;+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	0 max	↓	-1 min	↑

Построим график
функции:



Исследовать функцию и построить её график

1) $y = 3x^2 - x^3$

2) $y = -9x + x^3$

3) $y = x^3 - 3x^2 + 2$

4) $y = -x^3 + 6x^2 - 5$

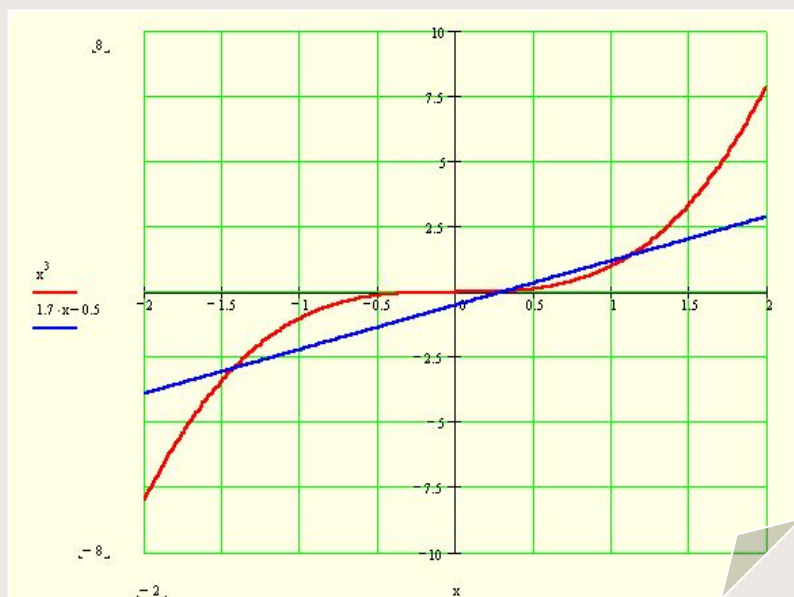
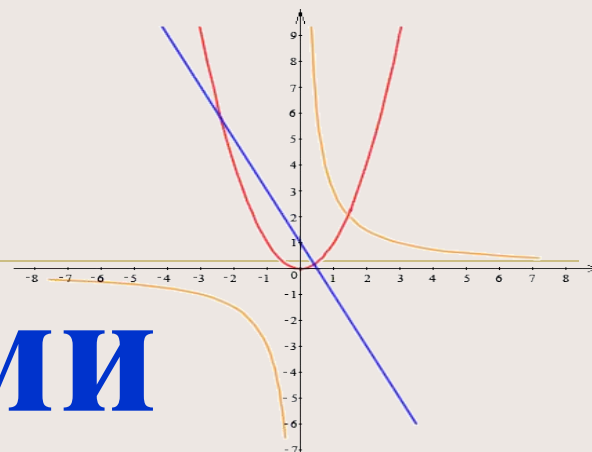
5) $y = 3x^3 + x^2 - 8x - 7$

6) $y = (x)/(1+x^2)$

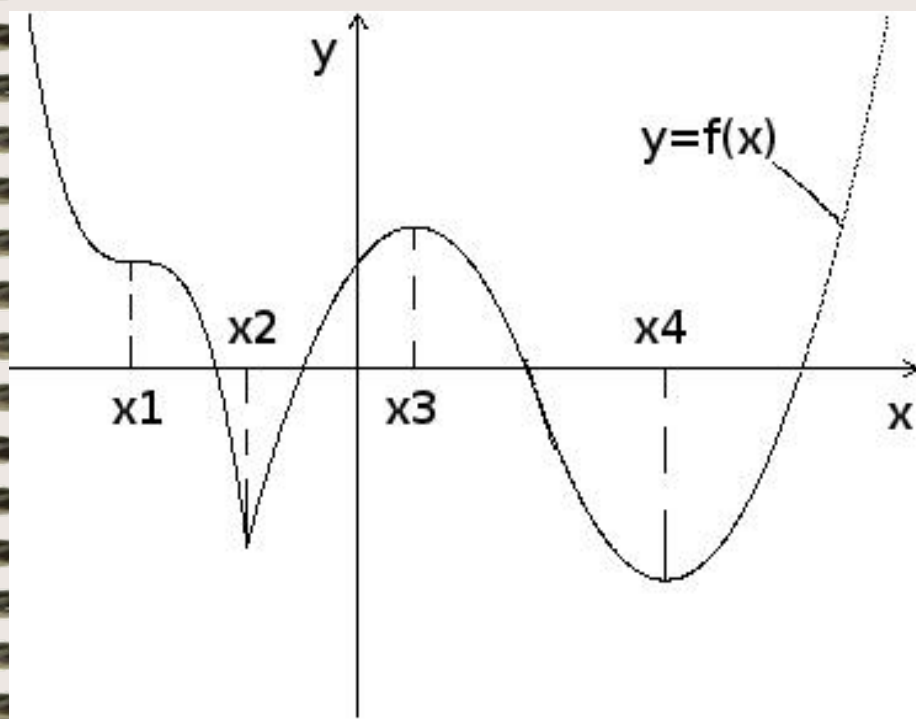
Работа

с графиками

функций

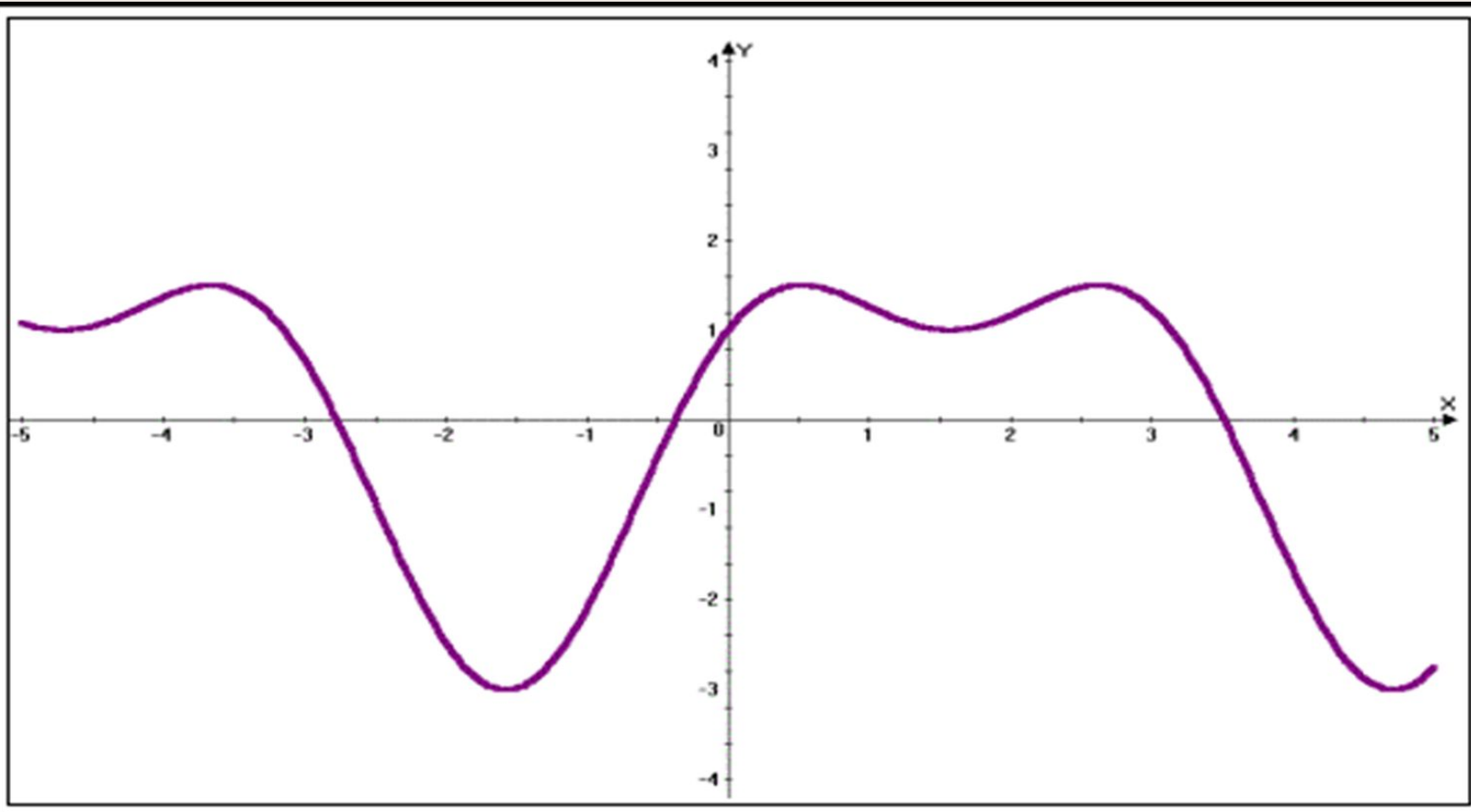


№ 1. По графику функции ответьте на вопросы

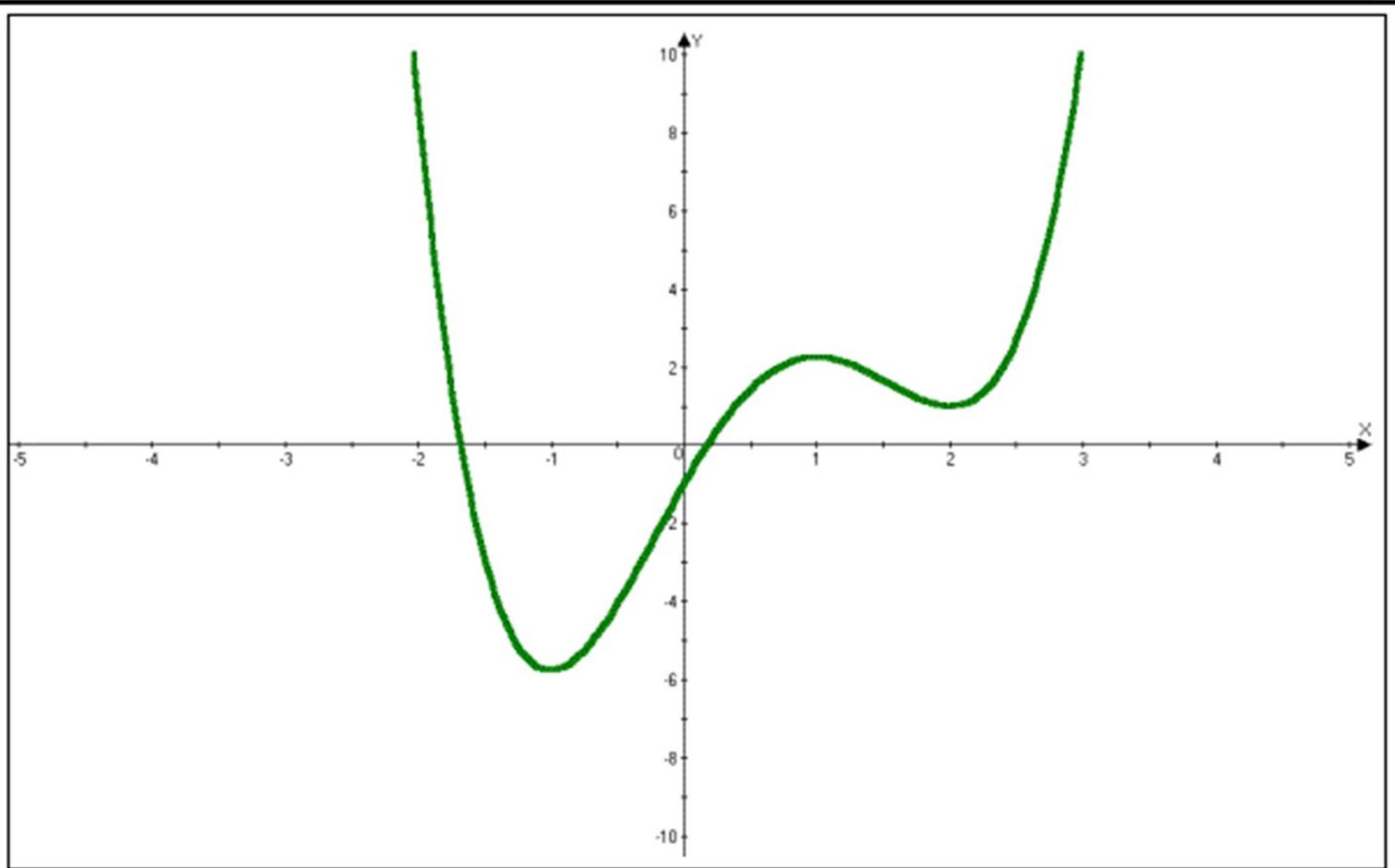


- 1) Отметьте стационарные точки.
- 2) Что можно сказать о производной в точке x_2 ?
- 3) Назовите точки экстремума.
- 4) Что можно сказать о производной на $(-\infty; x_2]$?
- 5) Укажите промежутки возрастания функции.
- 6) Отметьте критические точки

№ 2. По графику производной некоторой функции укажите интервалы, на которых функция монотонно возрастает, убывает, имеет максимум, имеет минимум.



№ 3. На рисунке изображён график производной функции $y=f(x)$. Сколько точек максимума имеет эта функция?



№ 4. Дан график производной некоторой функции. Определить промежутки, на которых функция убывает?

