
Тема 8 «Законы алгебры логики. Эквивалентные преобразования логических выражений. Логические уравнения»

Законы логики.

Законы логики отражают наиболее важные закономерности логического мышления.

Записываются в виде формул, которые позволяют проводить равносильные преобразования логических выражений.

Закон непротиворечивости

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

$$A \ \& \ \overline{A} = 0$$

Если высказывание **A истинно**, то его отрицание **Not A** должно быть **ложным**.

Закон исключенного третьего

Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано.

$$A \vee \overline{A} = 1$$

Закон двойного отрицания

Если дважды отрицать какое-либо высказывание, то в результате получим исходное высказывание.

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Переместительный закон (правило коммутативности)

Слагаемые и множители можно менять местами.

$$A \vee B = B \vee A$$

$$A \& B = B \& A$$

Правило ассоциативности

Можно произвольно расставлять скобки, если в выражении используются только операции логического сложения или только операции логического умножения.

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

Распределительный закон (правило дистрибутивности)

Можно за скобки выносить общие множители.

В алгебре $ab + ac = a(b+c)$

$$(A \ \& \ B) \vee (A \ \& \ C) = A \ \& \ (B \ \vee \ C)$$

Распределительный закон (правило дистрибутивности)

Можно за скобки выносить общие слагаемые.

$$(A \vee B) \& (A \vee C) = A \vee (B \& C)$$

Правило равносильности. (идемпотентности)

Показатель степени у результатов логического сложения и умножения переменных отсутствует.

$$A \ \& \ A = A$$

$$A \ \vee \ A = A$$

Правило исключения констант

Для логического умножения

$$A \ \& \ 1 = A$$

$$A \ \& \ 0 = 0$$

Правило исключения констант

Для логического сложения

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \vee 0 = A$$

Закон де Моргана

Общая инверсия для логического сложения.

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \ \& \ \overline{B}$$

Закон де Моргана

Общая инверсия для логического умножения.

$$\overline{A \ \& \ B} = \overline{A} \ \vee \ \overline{B}$$

Закон поглощения

$$A \& (A \vee B) = A$$

$$A \vee (A \& B) = A$$

Закон склеивания



$$A \cdot B + \bar{A} \cdot B = B$$

$$(A + B) \cdot (\bar{A} + B) = B$$

Приоритет выполнения логических операций

В логических выражениях порядок операций задается круглыми скобками. Если скобок нет, то порядок определяется **приоритетом выполнения логических операций**:

1. логическое отрицание
 2. логическое умножение
 3. логическое сложение
 4. исключающее ИЛИ
 5. логическое следование
 6. эквивалентность
-

Преобразование логических выражений

Упрощение логического выражения – это преобразование с использованием законов алгебры логики, которое приводит к выражению с меньшим количеством операций логического сложения и умножения и без отрицания не элементарных формул.

Пример



$$A \cdot B + \bar{A} \cdot B = B$$

$$(A + B) \cdot (\bar{A} + B) = B$$

Пример



$$A \cdot B + \bar{A} \cdot B = B$$

$$(A + B) \cdot (\bar{A} + B) = B$$

Пример



$$A \cdot B + \bar{A} \cdot B = B$$

$$(A + B) \cdot (\bar{A} + B) = B$$

Решить самостоятельно



$$A \cdot B + \bar{A} \cdot B = B$$

$$(A + B) \cdot (\bar{A} + B) = B$$

Источники информации:

1. Информатика. Углублённый уровень: учебник для 10 класса: в 2 ч. Ч.1/ К.Ю. Поляков, Е.А. Еремин. – М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.
 2. <http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>
-