

# НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

---

Цитович Борис Васильевич

[boris\\_cito@mail.ru](mailto:boris_cito@mail.ru)

# ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

"неопределенность измерения" – сомнение относительно достоверности результата измерения (п. 2.2.1)

**общее понятие**  
неопределенности

величины, которые дают **количественные меры** этого понятия,

**п. 2.2.3 неопределенность (измерения) – параметр, связанный с результатом измерения, который характеризует дисперсию значений, которые могли быть обоснованно приписаны измеряемой величине (VIM)**

Параметром может быть, например, стандартное отклонение (или данное кратное ему) или полуширина интервала, имеющего установленный **уровень доверия**

... результат измерения является **наилучшей оценкой значения измеряемой величины** и ... все составляющие неопределенности, включая **те, которые возникают от систематических эффектов**, таких как составляющие, связанные с поправками и эталонами сравнения, вносят вклад в дисперсию

# НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ И ПОГРЕШНОСТИ

п. 2.2.4 Определение, данное в п. 2.2.3,

*не расходится с другими понятиями неопределенности измерения*

мера возможной погрешности  
оцененного значения измеряемой  
величины, полученной как результат  
измерения

оценка, характеризующая диапазон  
значений, в пределах которого  
находится истинное значение  
измеряемой величины

...два традиционных понятия справедливы как идеальные, они сосредоточивают внимание на **неизвестные величины**: "погрешность" результата измерения и "истинное значение" измеряемой величины (в противоположность **оцененному значению**)

# ТИПЫ ОЦЕНИВАНИЯ И ОЦЕНКИ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Категории "А" и "В" составляющих неопределенностей соответствуют методам их оценивания и не заменяют понятия "случайная" и "систематическая" (по п. 3.3.3)

неопределенность, характеризующая случайный эффект

неопределенность **от внесения поправки** на известный систематический эффект

Оба типа оценок основаны на **распределениях вероятностей**

оценивание по типу **A**

$$u = s$$

(из распределения по частоте)

оценивание по типу **B**

$$u$$

(из «субъективной вероятности»)

и количественно определяются дисперсией или стандартным отклонением

"случайная" составляющая неопределенности в одном измерении может стать "систематической" составляющей неопределенности в другом

# Оценки неопределённости

---

## НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ В ИЗМЕРЕНИЯХ (НИ)

Числовые оценки НИ

$S_A$   $U_B$   $U_C$

$$U = k U_C$$

Качественные оценки НИ  
(аппроксимация  
распределения случайной  
величины)



# СТАТЬЯ О НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

---

Соломахо В.Л. , Цитович Б.В.

КОНЦЕПЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ И  
ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ – НЕСУЩЕСТВУЮЩАЯ  
АЛЬТЕРНАТИВА

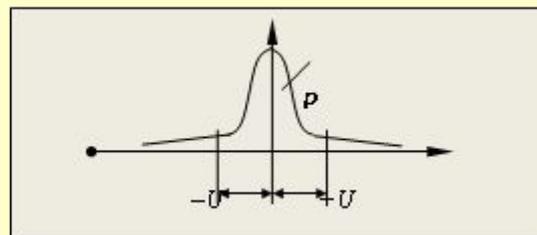
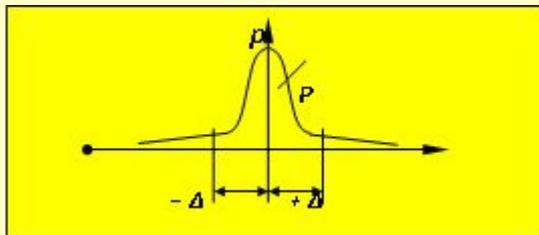
Стандартизация №4 - 2017

## РЕЗУЛЬТАТ ИЗМЕРЕНИЙ в сфере законодательной метрологии

$X_{cp} \pm \Delta; P$  или  $X_{cp} \pm U; p$  (для различающихся подходов к оценке точности)  
 $27,358 \text{ г} \pm 0,012 \text{ г}; P = 0,95$  (пример с оценкой погрешности измерений)

$X_{cp} = 27,358 \text{ г}$   
точечная оценка  
в узаконенных единицах

$\pm 0,012 \text{ г}; P = 0,95$   
оценка точности измерений при доверительной вероятности  $P = 0,95$   
 $\Delta = tS$  – альтернативная оценка  $U = ku$



*графическая интерпретация результата измерений  
(аппроксимация нормальным распределением)*

### Требования нормированного представления результатов измерений

ГОСТ 8.207

ГОСТ 8.010

МИ 1317

«Руководство»

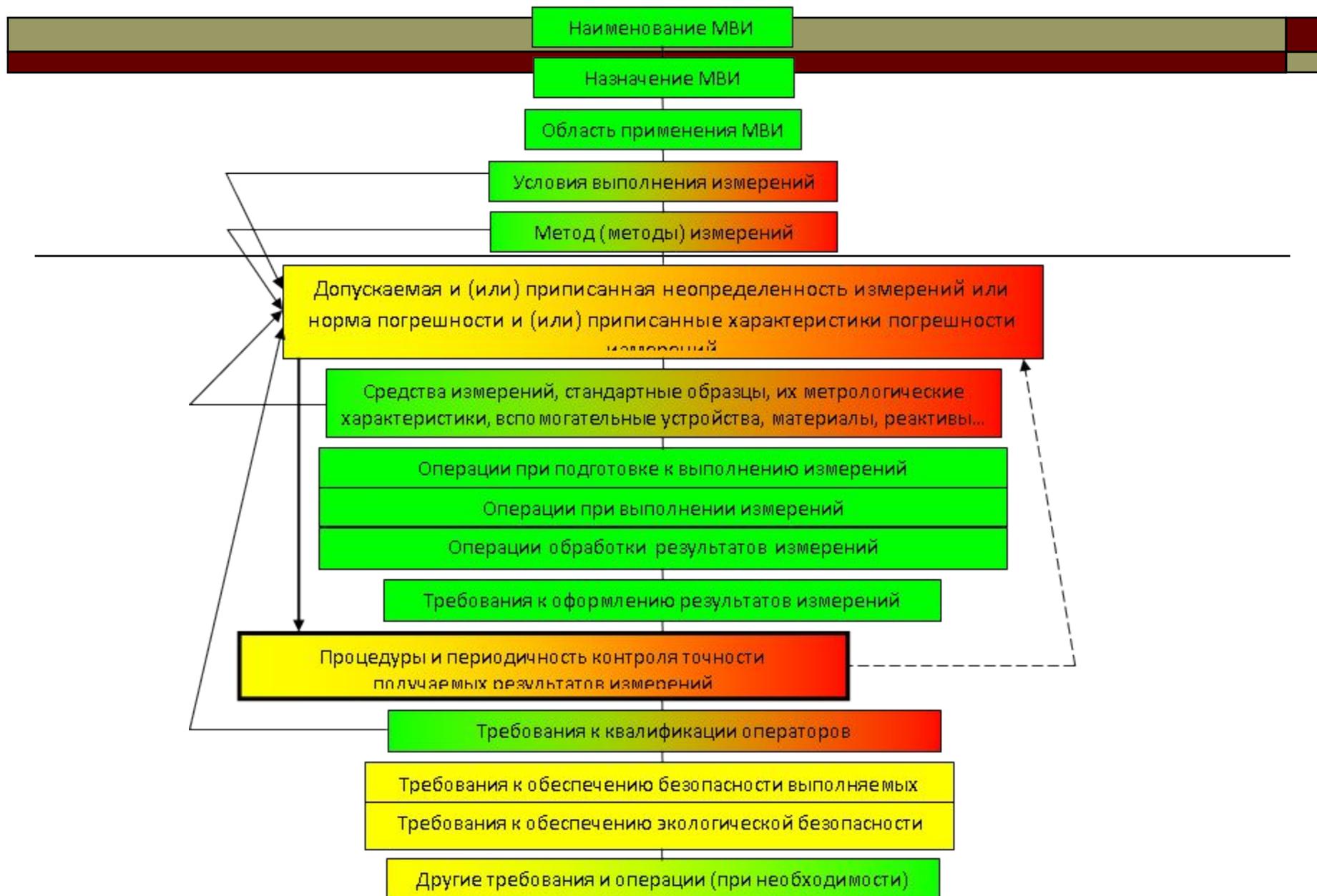
другие



# Единство измерений

---

Единство измерений – состояние измерений, при котором их результаты выражены в узаконенных единицах величин или в значениях по установленным шкалам измерений, а показатели точности измерений не выходят за установленные границы



Структура МВИ по ГОСТ 8.010 – 2013



# Валидация методов измерений

---

Валидация – подтверждение того, что требования, предназначенные для конкретного использования или применения объекта, точно и в полном объёме предопределены, а цель достигнута на основе представления объективных свидетельств



**Метрологическая прослеживаемость-**  
свойство результата измерения, в  
соответствии с которым результат может  
быть соотнесен с основой для сравнения  
через документированную *непрерывную*  
*цепь калибровок*, каждая из которых  
вносит вклад в неопределенность  
измерения

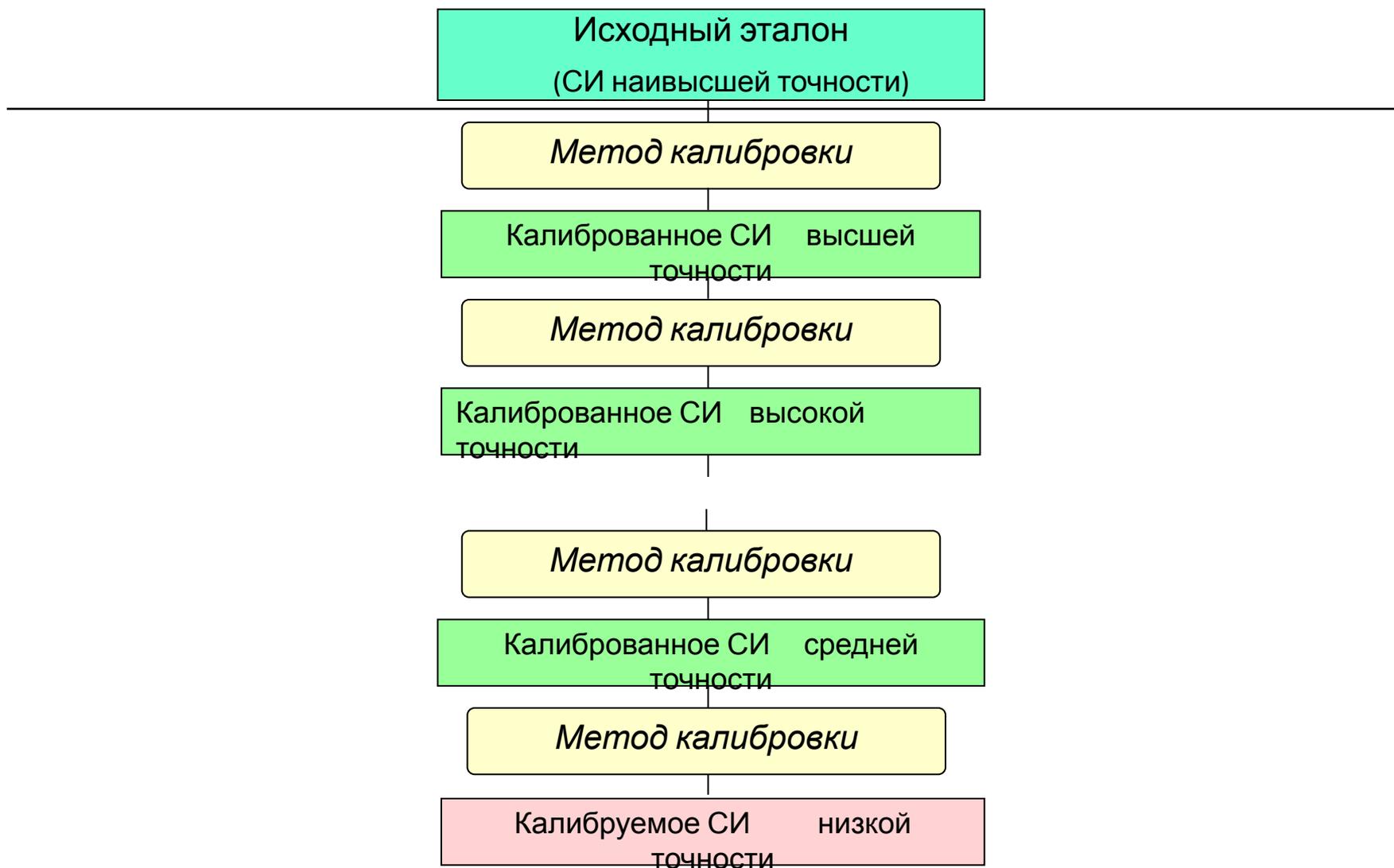
# Избранные примечания к определению

---

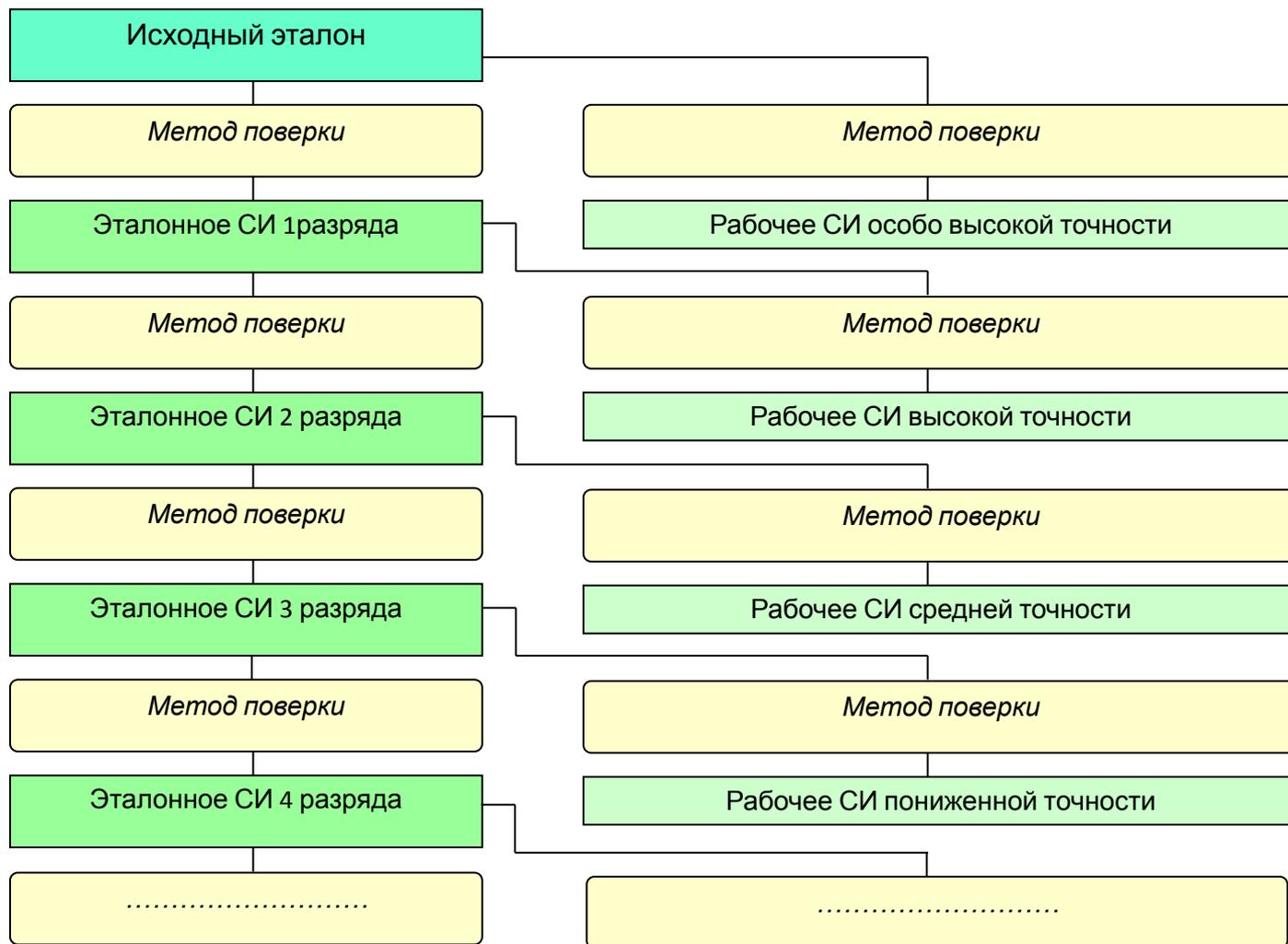
2. Метрологическая прослеживаемость требует наличия установленной *калибровочной иерархии* и/или *поверочной схемы*.

5 Метрологическая прослеживаемость результата измерения **не гарантирует**, что показатель точности (неопределенность) измерений соответствует заданной цели или что отсутствуют ошибки

# Передача единицы от эталона калибруемым СИ



# Передача единицы от эталона рабочим СИ (поверочная схема)



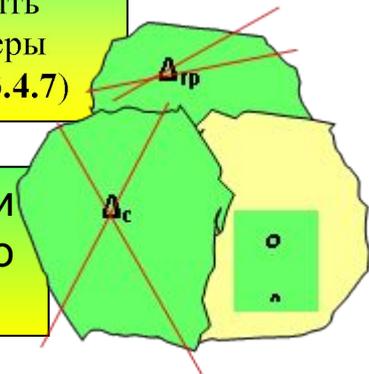
# Из Руководства (цитаты 1)

*Руководство* рассматривает выражение неопределенности измерения хорошо определенной физической величины – измеряемой величины, характеризуемой единственным значением (п. 1.2)

Грубые ошибки при регистрации или анализе данных могут вносить значительную неизвестную погрешность в результат измерения. ... небольшие могут быть замаскированы или даже **проявиться и виде случайных изменений**. Меры неопределенности не предназначены дать объяснение таким ошибкам (п. 3.4.7)

Предполагают, что в результат измерения внесены поправки на все известные значимые систематические эффекты и что предприняты все усилия, чтобы узнать такие эффекты (п.

3.2.4)



Хотя это *Руководство* дает схему определения неопределенности, оно не может заменить **критическое размышление, интеллектуальную честность и профессиональное мастерство**. Оценка неопределенности не является ни рутинной работой, ни чисто математической; она зависит от детального знания природы измеряемой величины и измерения. Поэтому качество и ценность упомянутой неопределенности результата измерения, в конечном счете, зависит от **понимания, критического анализа и честности** тех, кто участвует в приписывании ее значения (п. 3.4.8)

# Из Руководства (цитаты 2)

**Стандартная неопределенность** – неопределенность результата измерения, выраженная как стандартное отклонение (п. 2.3.5)

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2} \quad u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i (n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2} \quad u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}}$$

**Расширенная неопределенность** – величина, определяющая интервал вокруг результата измерения, в пределах которого можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли быть приписаны измеряемой величине (п. 2.3.1)

$$U = k U_c$$

*k* – коэффициент охвата или коэффициент покрытия

**Суммарная стандартная неопределенность** – стандартная неопределенность результата измерения, когда результат получают из значений ряда других величин, равная положительному квадратному корню суммы членов, причем члены являются дисперсиями или ковариациями этих других величин, взвешенными в соответствии с тем, как результат измерения изменяется в зависимости от изменения этих величин

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)}$$

# «Принципы *Руководства*»

Принципы *Руководства* предназначены для использования в широком спектре измерений

*для поддержания контроля и обеспечения качества в процессе производства*

*для согласованности и усиления законов и регулирующих актов*

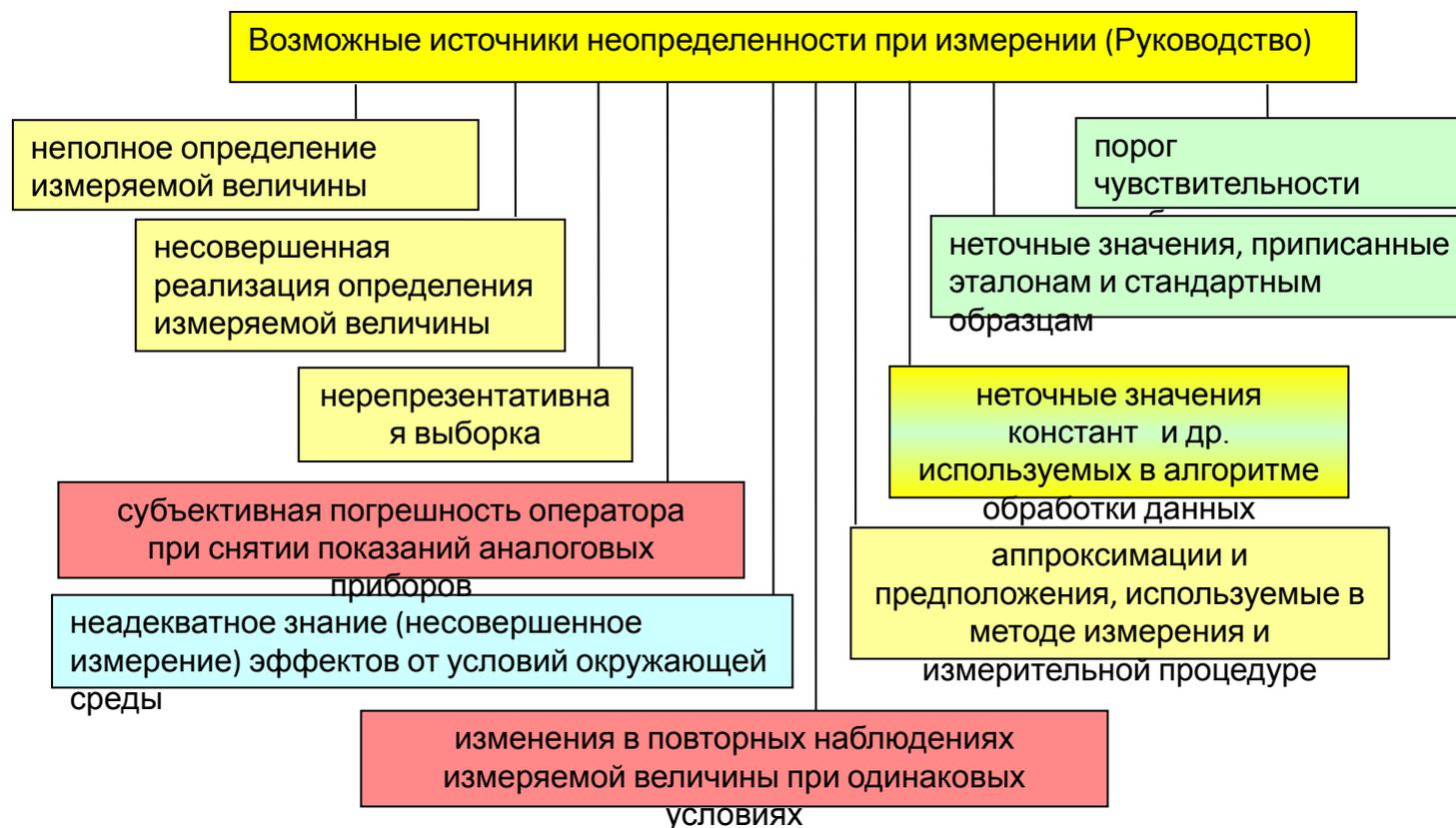
*для проведения фундаментальных и прикладных исследований и разработок*

*для проведения испытаний калибровочных эталонов и приборов*

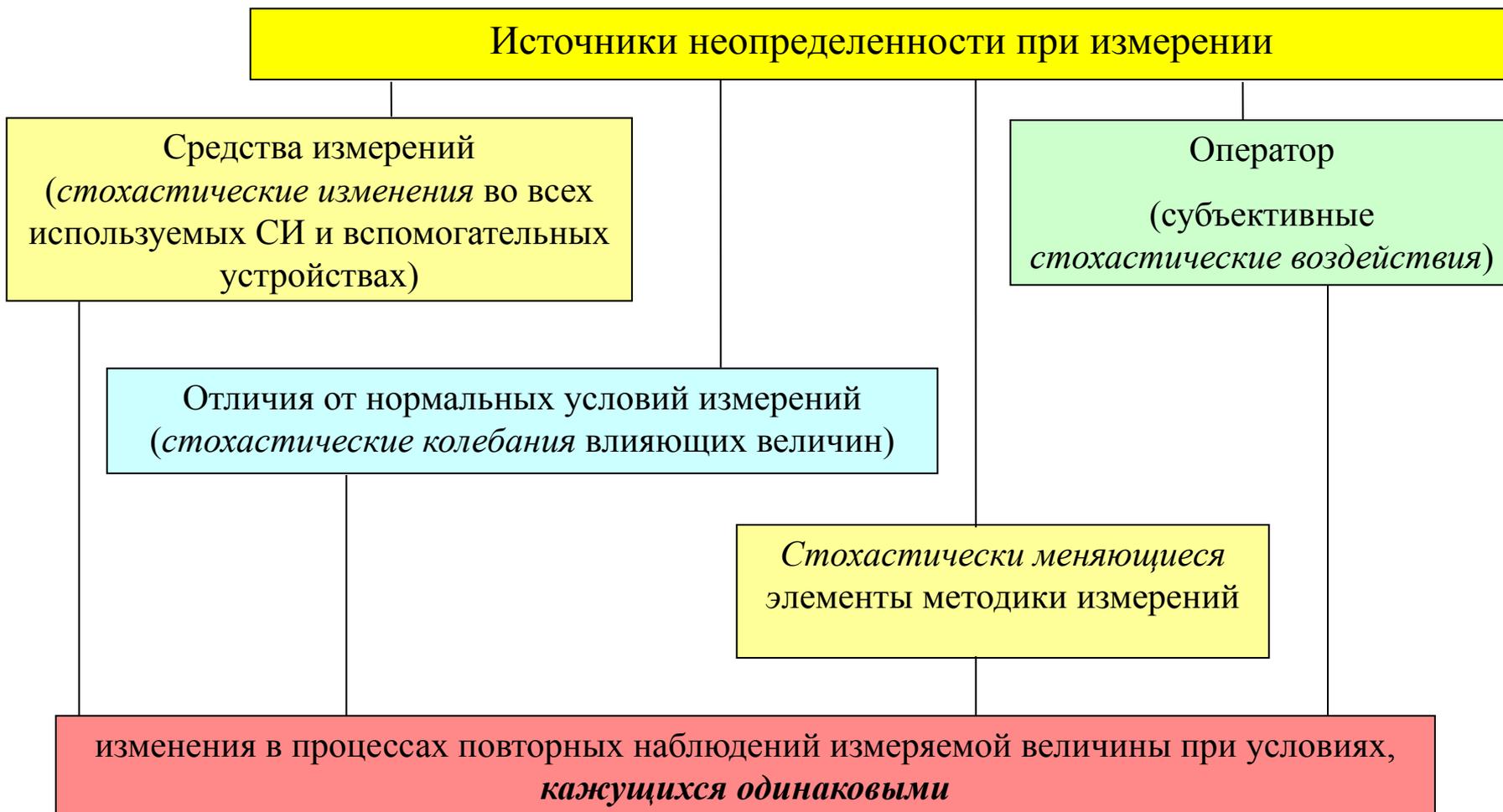
*для обеспечения единства измерений по национальным эталонам*

*для разработки, поддержания и сличения международных и национальных эталонов, включая стандартные образцы свойств веществ и материалов*

# «ИСТОЧНИКИ» неопределённости



# РЕАЛЬНЫЕ ИСТОЧНИКИ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ



# ТИПЫ ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

## Оценивание по типу *A*:

- а) эксперимент (получение массива данных);  
 б) исправление результатов  
 в) статистическая обработка

### Оценки

стандартная неопределённость

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}$$

$$u_A(x_p) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}$$

расширенная неопределённость

$$U = ku$$

## Оценивание по типу *B*:

- а) фиксация источников неопределённости; б) приписывание вида распределения; в) приписывание (поиск, «расчёт») частной неопределённости; г) «*модель суммарной стандартной неопределённости*» и комплексирование частных неопределённостей в соответствии с моделью

### Оценки

суммарная стандартная неопределённость

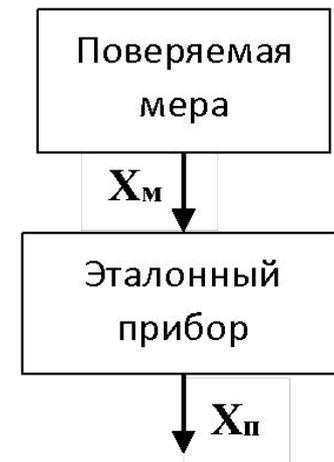
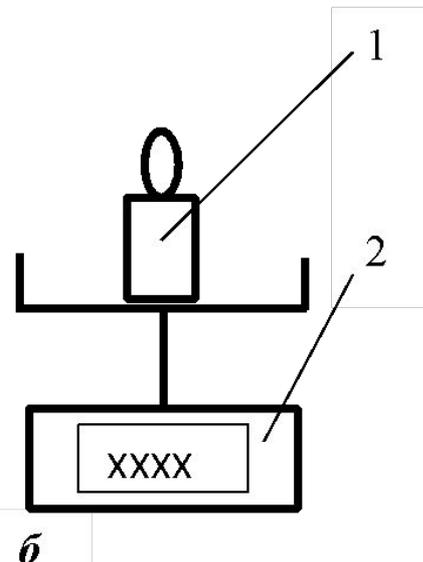
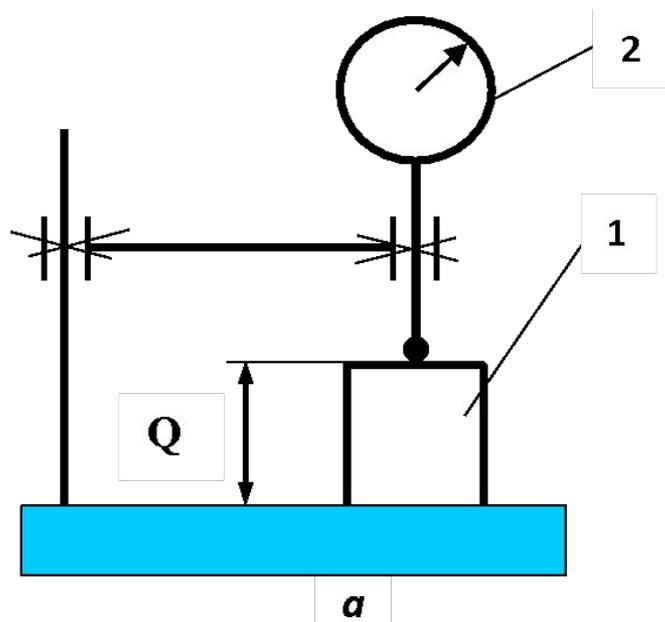
$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^m u^2(x_i)}$$

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)}$$

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)}$$

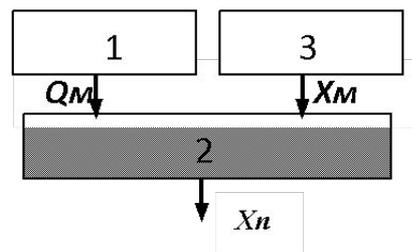
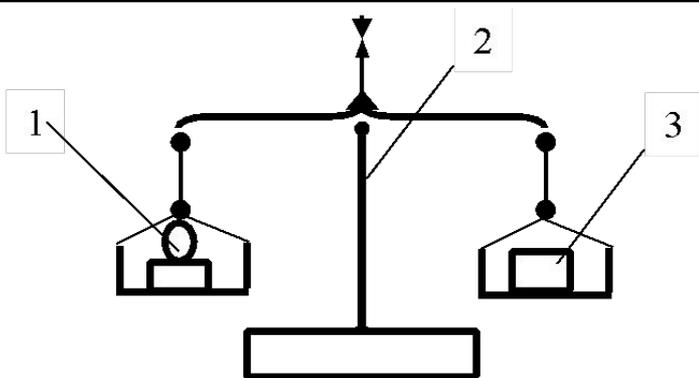
расширенная неопределённость  $U = ku$

# Схемы поверки (калибровки) мер 1



Поверка меры по эталонному прибору: **a** – конструктивная схема, **б** – принципиальная схема. 1 – проверяемая мера, 2 – эталонный прибор

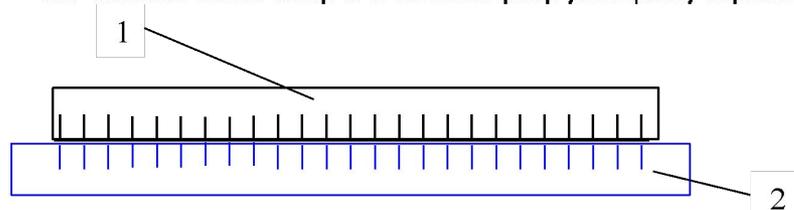
# Схемы поверки (калибровки) меры по эталонной мере и эталонному прибору или по эталонной мере



а)

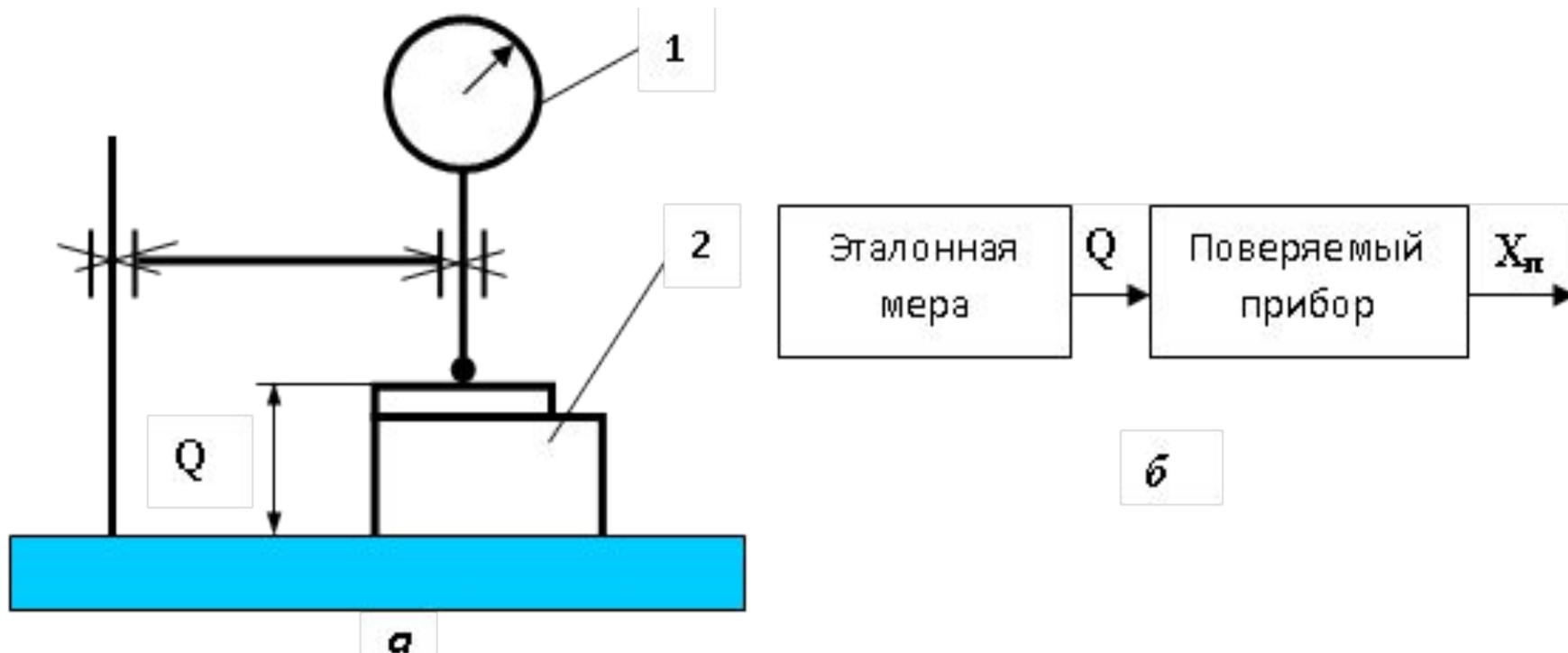
б)

Рисунок 1.2 – Конструктивная (а) и принципиальная (б) схемы поверки меры по эталонной мере и компарирующему прибору



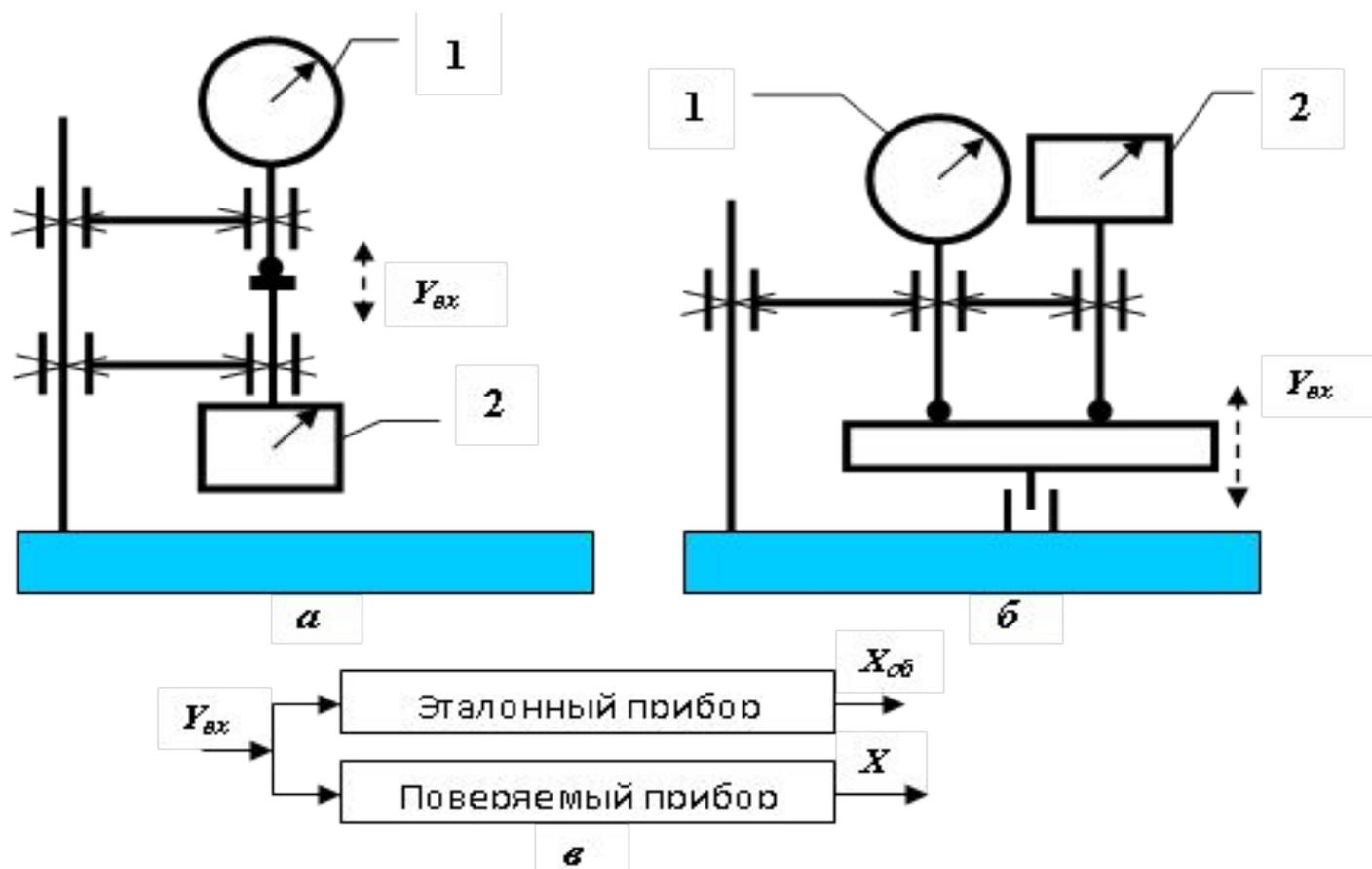
Поверка меры по эталонной мере:  
1 – поверяемая мера, 2 – эталонная мера

# Схема поверки (калибровки) прибора по эталонным мерам



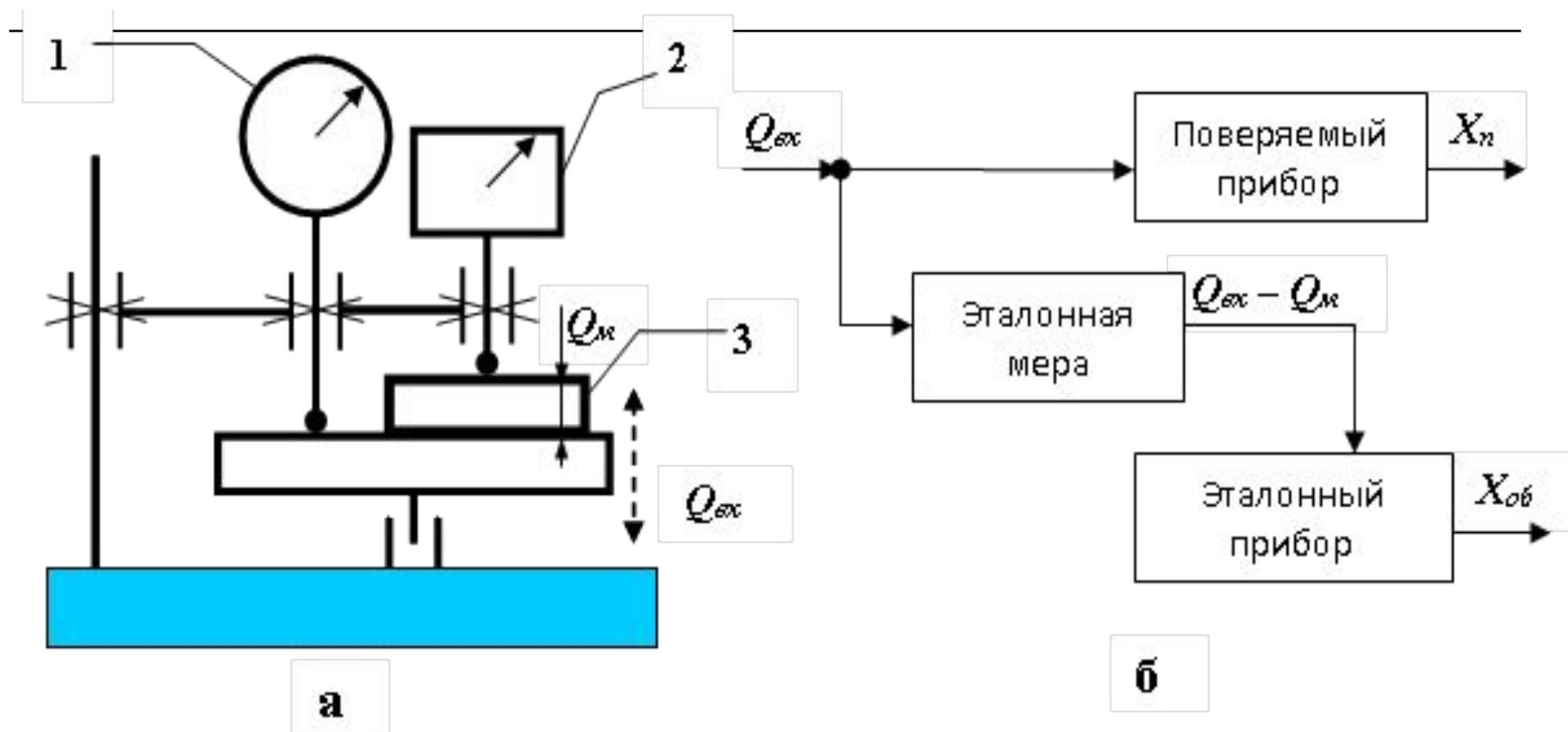
Поверка прибора по эталонным мерам: **а** – конструктивная схема, **б** – принципиальная схема. 1 – проверяемый прибор, 2 – эталонная мера

# Схема поверки (калибровки) прибора по эталонному прибору



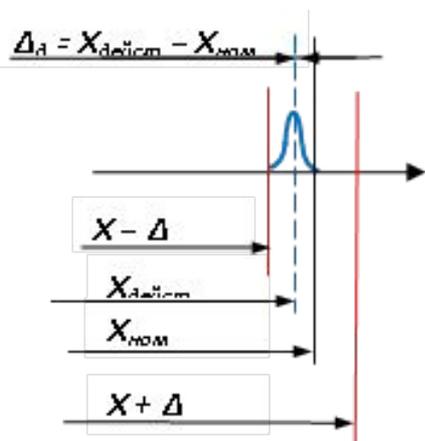
Поверка прибора по эталонному прибору (1 – поверяемый прибор, 2 – эталонный прибор):  
**а** – непосредственно, **б** – с объектом измерения и/или дополнительными приспособлениями, **в** – принципиальная схема.

# Схема поверки (калибровки) прибора эталонной мере и эталонному прибору сравнения

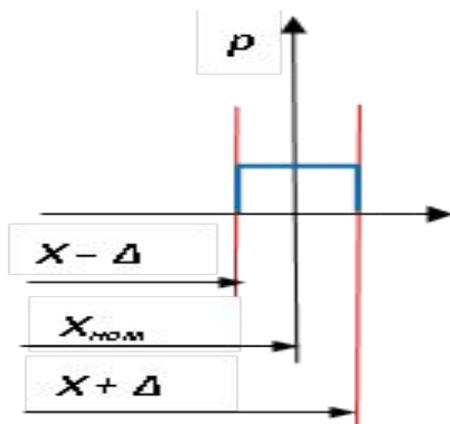


Поверка прибора по эталонному прибору и эталонной мере  
(1 – поверяемый прибор, 2 – эталонный прибор, 3 – эталонная мера):  
**а** – конструктивная схема, **б** – принципиальная схема

# РАНДОМИЗАЦИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОДНОЗНАЧНЫХ МЕР



значение оценки систематической погрешности  
меры полученное экспериментально

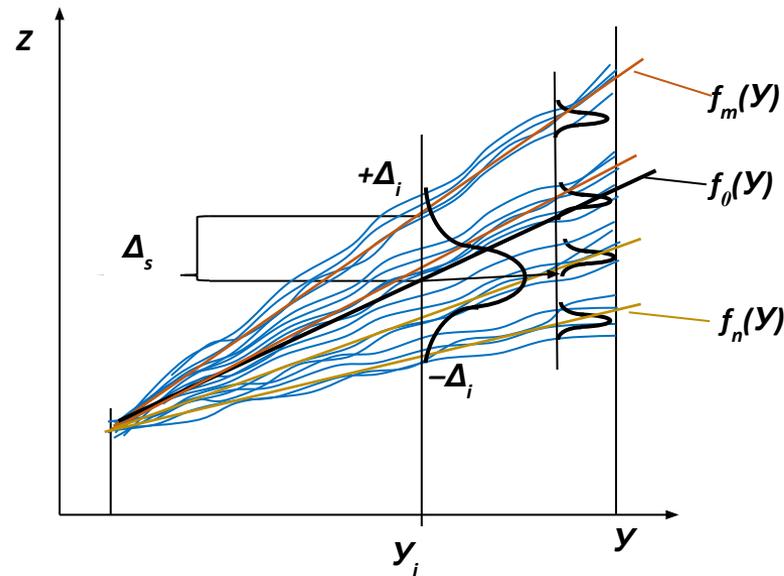


распределение систематических погрешностей,  
приписанное генеральной совокупности  
однотипных мер

*Оценка стандартной неопределённости*

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}}$$

# Калибровочные (градуировочные) характеристики однотипных СИ и рандомизация прогрессирующих систематических погрешностей



Модели множества преобразующих средств измерений (СИ) с аналоговым выходом;

$f_m(Y)$  – экспериментальные (пучок реализаций) и аналитическая (линейная аппроксимация) модели  $m$  – ого экземпляра СИ;

$\Delta_i$  – доверительная граница погрешности генеральной совокупности СИ при  $i$  – том значении измеряемой ФВ;

$\Delta_s$  – систематическая составляющая погрешности  $m$  – ого экземпляра СИ при  $i$  – том значении измеряемой ФВ

# К ОЦЕНИВАНИЮ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПО ТИПУ В

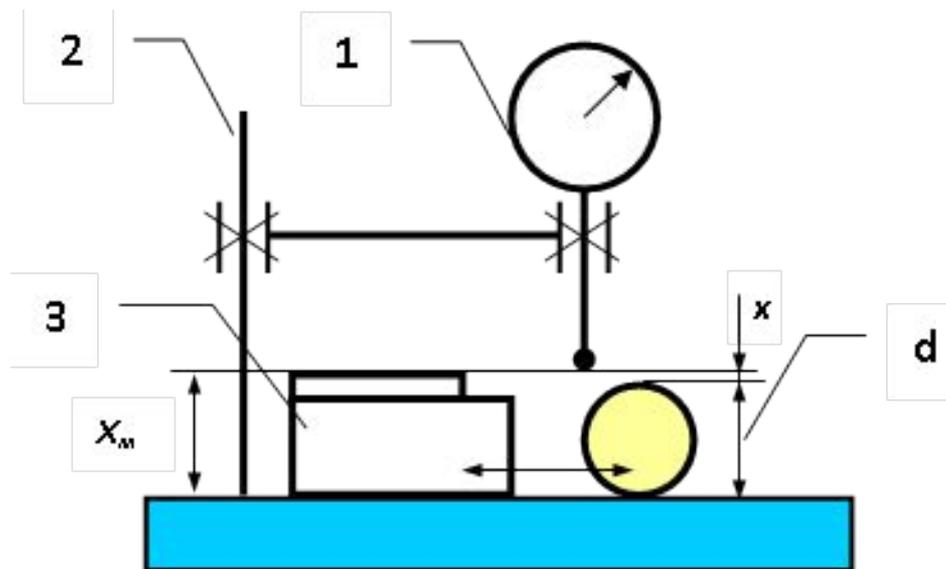


Схема измерения диаметра ролика методом сравнения с мерой  
1 – головка измерительная ИЧ 10. 2 – стойка. 3 – блок концевых мер длины

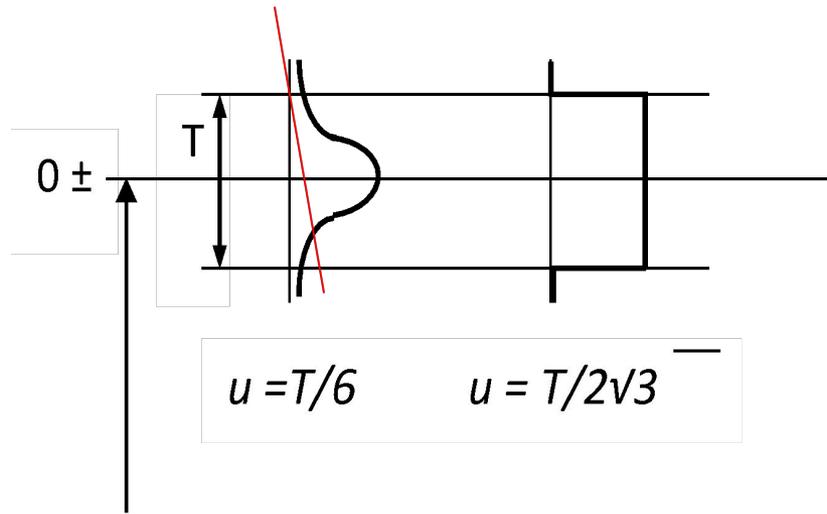
# СТАНДАРТНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ, ПРИПИСАННАЯ ИНДИКАТОРУ ИЧ 10 НА ОСНОВЕ РАНДОМИЗАЦИИ

Оценки стандартной неопределенности, вносимой индикатором часового типа ИЧ 10

$u_{сиз}$

Класс точности	Диапазон показаний, мм	Основная погрешность, мм при перемещении измерительного наконечника на расстояния в пределах до			оценка стандартной неопределённости $u_{сиз} = \Delta_{сиз} / \sqrt{3}$
		0,1 мм	1 мм	На всем диапазоне	
1	0 – 10	0,006	0,010	0,020	3,5 мкм

# СТАНДАРТНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ, ПРИПИСАННАЯ ОДНОЗНАЧНОЙ МЕРЕ НА ОСНОВЕ РАНДОМИЗАЦИИ



Оценка стандартной неопределенности генеральной совокупности концевых мер длины определённого типа. Приписано равновероятное распределение систематических погрешностей

Мера	класс точности	допустимая погрешность	оценка стандартной неопределённости $u_{\text{сисМi}} = T_{\text{Мi}}/2\sqrt{3}$	Примечание
2 мм	3	0,8 мкм	0,47 мкм	значимая ?
30 мм	3	1,6 мкм	0,93 мкм	значимая

# ПОПЫТКА ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ИЗ-ЗА НАКЛОНА КОЛОНКИ

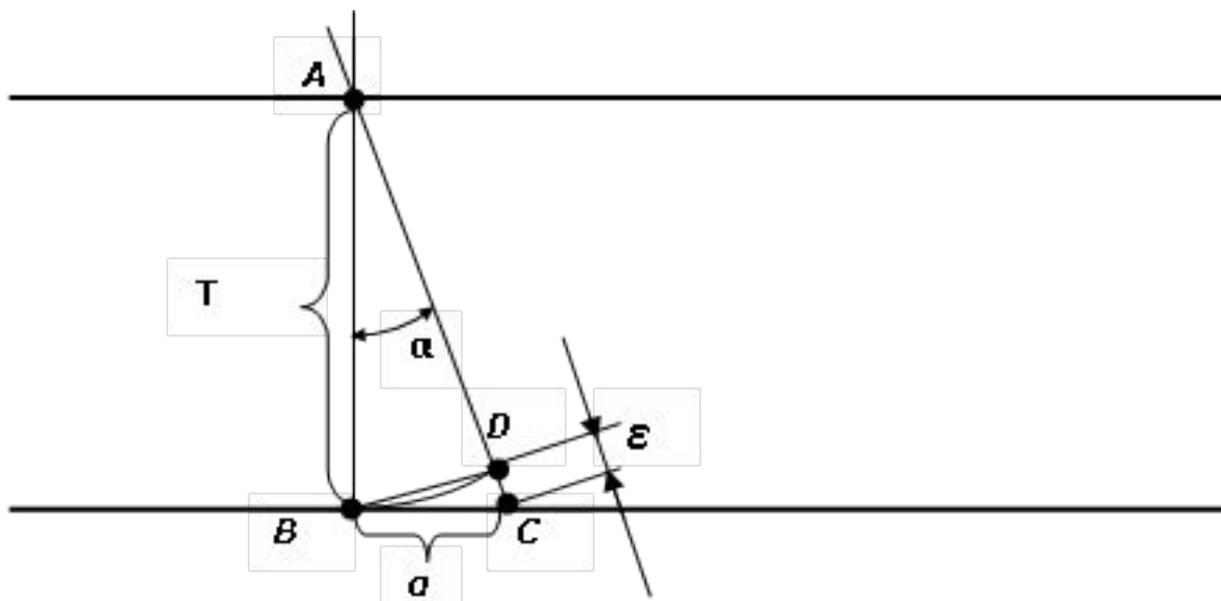
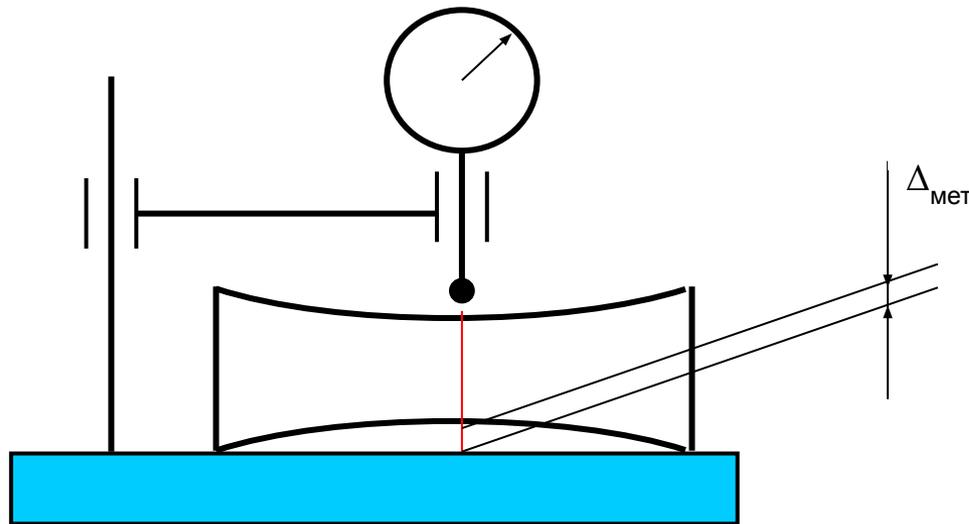


Рисунок 3 – Схема для оценки погрешности из-за угла наклона линии измерения  $\alpha$

$$\varepsilon = T \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha = 39 \cdot 0.0174^2 = 39 \cdot 0.0003027 \approx 0,012 \text{ мкм}$$

# К оцениванию методической составляющей неопределенности из-за неидеальной формы ролика



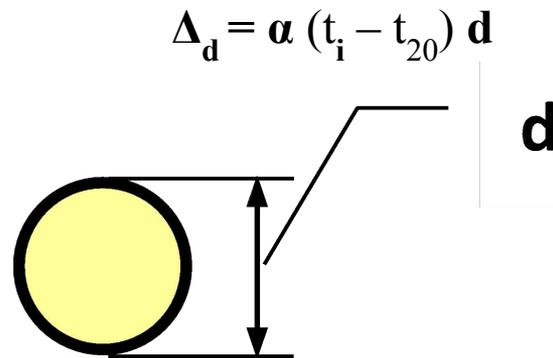
Методическая погрешность из-за неидеальности формы объекта измерений

Составляющую неопределенности из-за неидеальной формы объекта линейных измерений для годной детали при наличии седлообразности можно оценить, используя зависимость  $u = T_{\phi}/2\sqrt{3}$ .

# Неопределенность из-за колебаний влияющей величины (условия измерений)

Оценивание неопределенности, вносимой условиями измерений, для данной МВИ можно ограничить анализом влияния температуры.

При значении температурного коэффициента линейного расширения стали  $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ м /}^\circ\text{С}$  и отличии температуры  $t_i$  от нормальной на  $3 \text{ }^\circ\text{С}$ .



$$\Delta_d = 11,5 \cdot 10^{-6} \times (23 - 20) \text{ }^\circ\text{С} \times 0,032 \approx 1 \text{ мкм}$$

На основании допущения о случайном распределении при его аппроксимации законом равной вероятности получим оценку температурной стандартной неопределенности детали как  $u_{td} = \Delta_d / \sqrt{3}$ , что будет составлять около **0,58 мкм**

# К оцениванию субъективной составляющей неопределенности

---

Оценка стандартной неопределенности, вносимой оператором при отсчитывании результата с интерполированием до 1/10 доли деления на глаз,  $u = 1/\sqrt{3}$  составит примерно около **0,58 мкм**. Корректную оценку субъективной составляющей неопределенности манипулирования универсальным средством измерений и объектами измерений **получить аналитическим путём также невозможно**.

# Оценки стандартной неопределенности измерений по типу В

## (результат «суммирования» оцененных составляющих)

1. Оценку суммарной стандартной неопределенности рассчитаем по «закону распространения неопределенности»:

$$u_c = \sqrt{0,47^2 + 0,93^2 + 3,5^2 + 0,58^2 + 6,8^2 + 0,58^2} \approx 7,761 \approx 7,8 \text{ мкм}$$

2. Рассчитаем оценку суммарной стандартной неопределенности без учёта составляющих на порядок меньших, чем доминирующая:

$$u_c = \sqrt{0,47^2 + 0,93^2 + 3,5^2 + 0,58^2 + 6,8^2 + 0,58^2} \approx 7,704213 \approx 7,7 \text{ мкм}$$

Различие округлённых оценок (в. 2) от начальной (в. 1) составляет около 1,3 %.

3. Рассчитаем оценку суммарной стандартной неопределенности без учёта всех составляющих, меньших, чем 1 мкм:

$$u_c = \sqrt{0,47^2 + 0,93^2 + 3,5^2 + 0,58^2 + 6,8^2 + 0,58^2} \approx 7,647875 \approx 7,7 \text{ мкм}$$

Отличие округлённой оценки (в. 3) от начальной (в. 1) также как в предыдущем случае составляет около 1,3 %