

# КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

(8 класс)



# Квадратные неравенства

Определение: **Квадратным** называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**:

$$ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c\geq 0$$

$$ax^2+bx+c<0$$

$$ax^2+bx+c\leq 0$$

▣ **Решением неравенства** с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство

▣ **Решить неравенство** – это значит найти все его решения или установить, что их нет.

**Являются ли следующие  
неравенства квадратными?**

**А)  $4y^2 - 5y + 7 > 0$**

**Б)  $2x - 4 > 0$**

**В)  $4x^2 - 2x \geq 0$**

**Г)  $3y - 5y^2 + 7 < 0$**

**Д)  $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$**

**Е)  $5y^4 + 3y - 6 < 0$**

# *Основные способы решения квадратных неравенств:*

- 1) Метод интервалов**
- 2) Графический метод**

## **Запомним!**

Чтобы решить квадратное неравенство  
 $ax^2+bx+c > 0$  ( $< 0; \geq 0; \leq 0$ )

методом интервалов надо:

- 1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения  $ax^2+bx+c = 0$ ;
- 2) Корни уравнения нанести на числовую ось;
- 3) Разделить числовую ось на **интервалы**;
- 3) Определить знаки функции в каждом из интервалов;
- 4) Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

**Решим квадратное неравенство**  
**методом интервалов:**



# Решаем:

**Решить**  
**неравенства:**

1)  $x^2 - 3x < 0$ ;

2)  $x^2 - 4x > 0$ ;

3)  $x^2 + 2x \geq 0$ ;

4)  $-2x^2 + x + 1 \leq 0$



# Графический метод решения квадратного неравенства:

- 1). Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.
- 2). Найти корни соответствующего квадратного уравнения;
- 3). Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ  
НЕРАВЕНСТВ, В ЗАВИСИМОСТИ  
ОТ ДИСКРИМИНАНТА  
СООТВЕТСТВУЮЩЕГО  
КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ,  
РАЗБИВАЕТСЯ НА 3 СЛУЧАЯ:

$$D > 0$$

$$D = 0$$

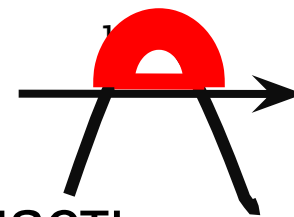
$$D < 0$$

# Рассмотрим первый случай: $D > 0$

Решите неравенство  $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$

РЕШЕНИЕ:

1. Пусть  $y = -x^2 - 2x + 3$
2. Так как  $a = -1$ , то ветви параболы направлены вниз
3. Решим уравнение  $-x^2 - 2x + 3 = 0$ .  
Его корни:  $x = 1$  и  $x = -3$
4. Отметим числа 1 и -3 на координатной прямой и построим эскиз графика этой функции



5. Так как знак неравенства  $\geq$ , то выбираем часть графика, расположенную выше оси  $Ox$

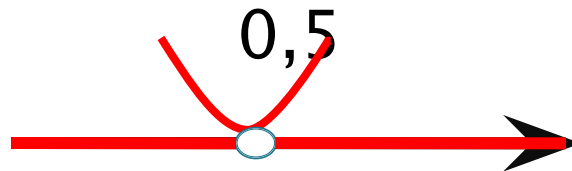
Ответ:  $[-3; 1]$

# Рассмотрим случай, когда $D=0$

Решите неравенство:  $4x^2+4x+1>0$

РЕШЕНИЕ:

1. Пусть  $y=4x^2+4x+1$
2. Так как  $a>0$ , значит, ветви параболы  $y=4x^2+4x+1$  направлены вверх
3. Уравнение  $4x^2+4x+1=0$  имеет один корень (два одинаковых)  $x=-0,5$
4. Отметим на координатной прямой число  $-0,5$  и построим эскиз параболы



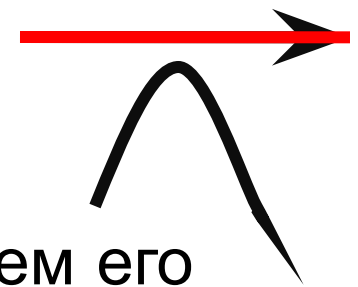
5. Так как знак неравенства  $>$ , то решением его являются все числа, кроме  $x=-0,5$
6. Ответ:  $(-\infty; -0,5) \cup (-0,5; +\infty)$

# Рассмотрим случай, когда $D < 0$

Решите неравенство:  $-x^2 - 6x - 10 < 0$

РЕШЕНИЕ:

1.  $y = -x^2 - 6x - 10$
2. Ветви параболы направлены вниз (почему?)
3. Уравнение  $-x^2 - 6x - 10 = 0$  решений не имеет, значит, парабола не пересекает ось абсцисс.



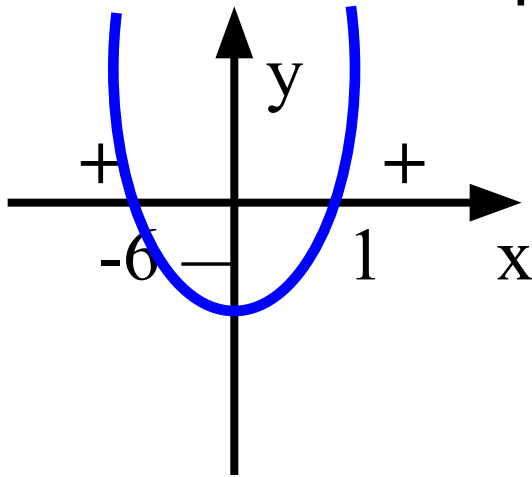
4. Так как знак неравенства  $<$ , то решением его являются все числа

Ответ:  $(-\infty; +\infty)$

# Например:

Решить графически неравенство  $x^2+5x-6\leq 0$

Решение: рассмотрим  $y = x^2+5x-6$ ,  
это квадратичная функция, графиком  
является парабола, т.к.  $a=1$ , то ветви  
направлены вверх.



Ответ:  $[-6;1]$

## Самостоятельно

### Решить графически неравенства

1)  $x^2 - 3x < 0$ ;

2)  $x^2 - 4x > 0$ ;

3)  $x^2 + 2x \geq 0$ ;

4)  $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

# Решите неравенства методом интервалов самостоятельно:

## Решить неравенства

1)  $x(x+7) \geq 0;$

2)  $(x-1)(x+2) \leq 0;$

3)  $x - x^2 + 2 < 0;$

4)  $-x^2 - 5x + 6 > 0;$

5)  $x(x+2) < 15$