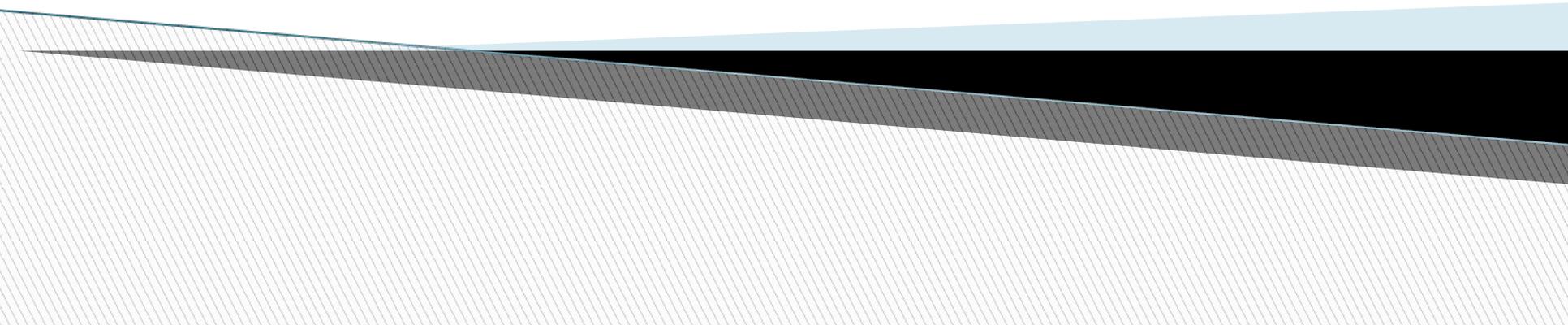


КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

(8 класс)



Квадратные неравенства

Определение: **Квадратным** называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**:

$$ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c\geq 0$$

$$ax^2+bx+c<0$$

$$ax^2+bx+c\leq 0$$

▣ **Решением неравенства** с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство

▣ **Решить неравенство** – это значит найти все его решения или установить, что их нет.

**Являются ли следующие
неравенства квадратными?**

А) $4y^2 - 5y + 7 > 0$

Б) $2x - 4 > 0$

В) $4x^2 - 2x \geq 0$

Г) $3y - 5y^2 + 7 < 0$

Д) $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$

Е) $5y^4 + 3y - 6 < 0$

Основные способы решения квадратных неравенств:

- 1) Метод интервалов**
- 2) Графический метод**

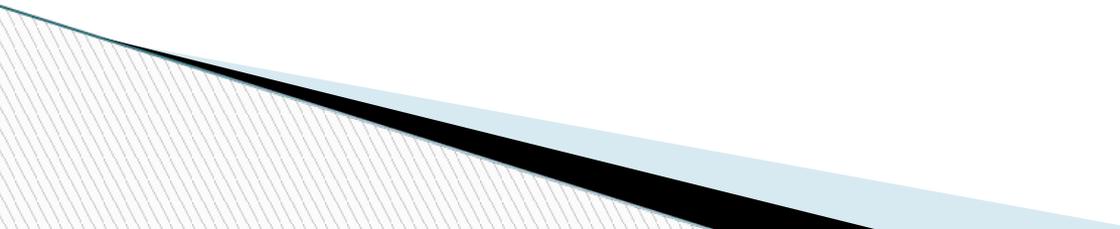
Запомним!

Чтобы решить квадратное неравенство
 $ax^2+bx+c > 0$ ($< 0; \geq 0; \leq 0$)

методом интервалов надо:

- 1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2+bx+c = 0$;
- 2) Корни уравнения нанести на числовую ось;
- 3) Разделить числовую ось на **интервалы**;
- 3) Определить знаки функции в каждом из интервалов;
- 4) Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

Решим квадратное неравенство
методом интервалов:



Решаем:

Решить
неравенства:

1) $x^2 - 3x < 0$;

2) $x^2 - 4x > 0$;

3) $x^2 + 2x \geq 0$;

4) $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

Графический метод решения квадратного неравенства:

- 1). Определить направление ветвей параболы, по знаку первого коэффициента квадратичной функции.
- 2). Найти корни соответствующего квадратного уравнения;
- 3). Построить эскиз графика и по нему определить промежутки, на которых квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ
НЕРАВЕНСТВ, В ЗАВИСИМОСТИ
ОТ ДИСКРИМИНАНТА
СООТВЕТСТВУЮЩЕГО
КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ,
РАЗБИВАЕТСЯ НА 3 СЛУЧАЯ:

$$D > 0$$

$$D = 0$$

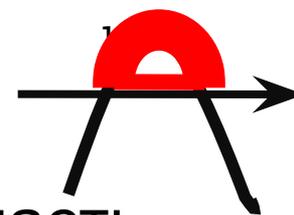
$$D < 0$$

Рассмотрим первый случай: $D > 0$

Решите неравенство $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$

РЕШЕНИЕ:

1. Пусть $y = -x^2 - 2x + 3$
2. Так как $a = -1$, то ветви параболы направлены вниз
3. Решим уравнение $-x^2 - 2x + 3 = 0$.
Его корни: $x = 1$ и $x = -3$
4. Отметим числа 1 и -3 на координатной прямой и построим эскиз графика этой функции



5. Так как знак неравенства \geq , то выбираем часть графика, расположенную выше оси Ox

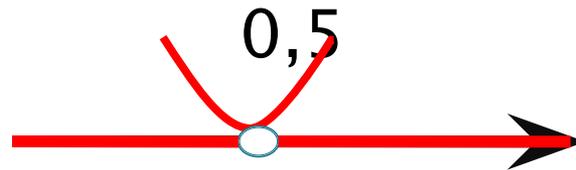
Ответ: $[-3; 1]$

Рассмотрим случай, когда $D=0$

Решите неравенство: $4x^2+4x+1>0$

РЕШЕНИЕ:

1. Пусть $y=4x^2+4x+1$
2. Так как $a>0$, значит, ветви параболы $y=4x^2+4x+1$ направлены вверх
3. Уравнение $4x^2+4x+1=0$ имеет один корень (два одинаковых) $x=-0,5$
4. Отметим на координатной прямой число $-0,5$ и построим эскиз параболы



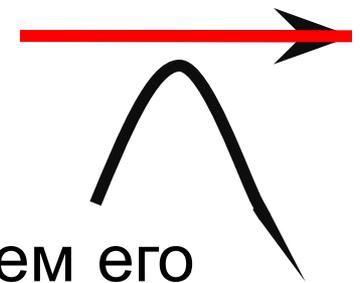
5. Так как знак неравенства $>$, то решением его являются все числа, кроме $x=-0,5$
6. Ответ: $(-\infty; -0,5) \cup (-0,5; +\infty)$

Рассмотрим случай, когда $D < 0$

Решите неравенство: $-x^2 - 6x - 10 < 0$

РЕШЕНИЕ:

1. $y = -x^2 - 6x - 10$
2. Ветви параболы направлены вниз (почему?)
3. Уравнение $-x^2 - 6x - 10 = 0$ решений не имеет, значит, парабола не пересекает ось абсцисс.



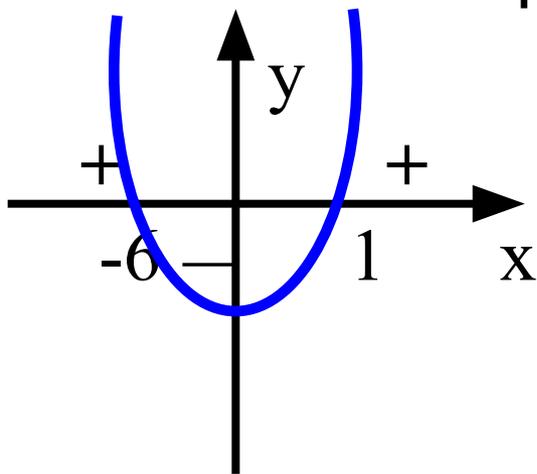
4. Так как знак неравенства $<$, то решением его являются все числа

Ответ: $(-\infty; +\infty)$

Например:

Решить графически неравенство $x^2+5x-6\leq 0$

Решение: рассмотрим $y = x^2+5x-6$,
это квадратичная функция, графиком
является парабола, т.к. $a=1$, то ветви
направлены вверх.



Ответ: $[-6;1]$

Самостоятельно

Решить графически неравенства

1) $x^2 - 3x < 0$;

2) $x^2 - 4x > 0$;

3) $x^2 + 2x \geq 0$;

4) $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

Решите неравенства методом интервалов самостоятельно:

Решить неравенства

1) $x(x+7) \geq 0;$

2) $(x-1)(x+2) \leq 0;$

3) $x - x^2 + 2 < 0;$

4) $-x^2 - 5x + 6 > 0;$

5) $x(x+2) < 15$