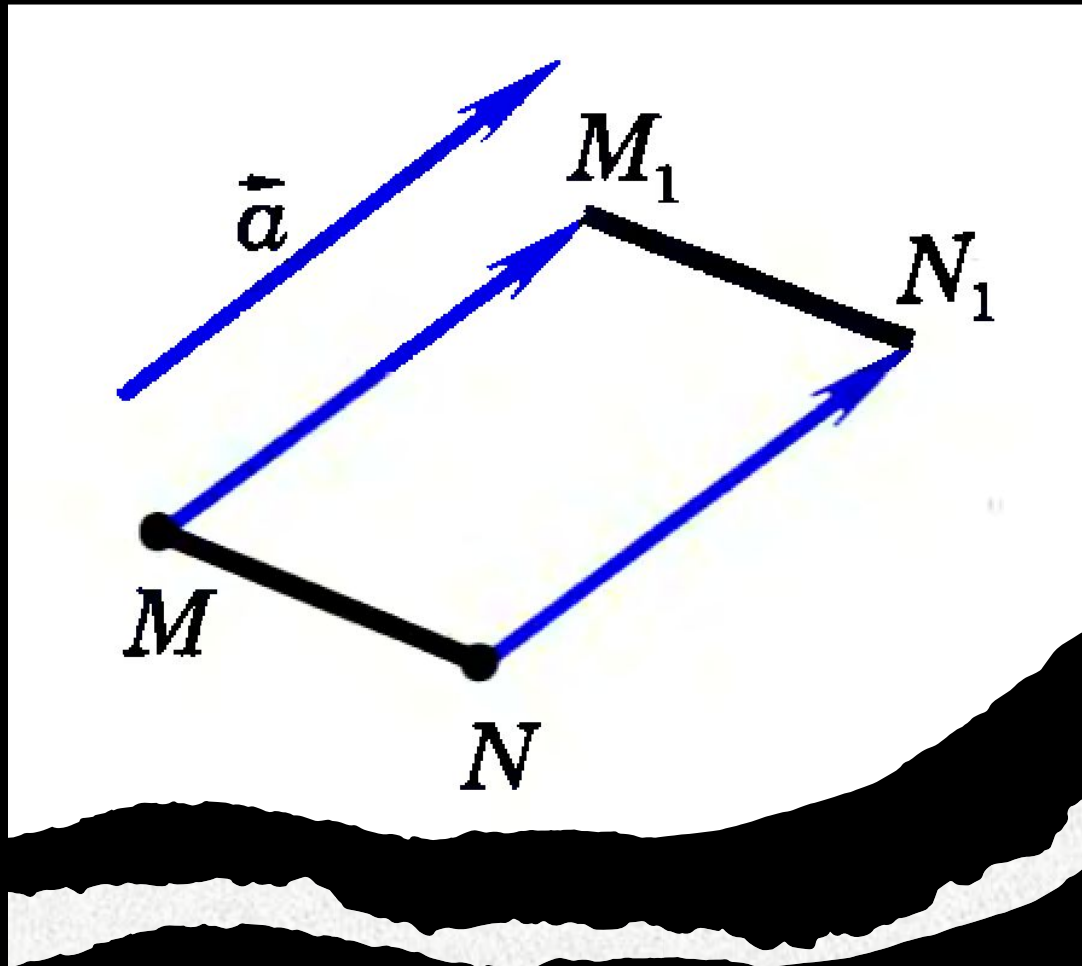




# Движение в пространстве.

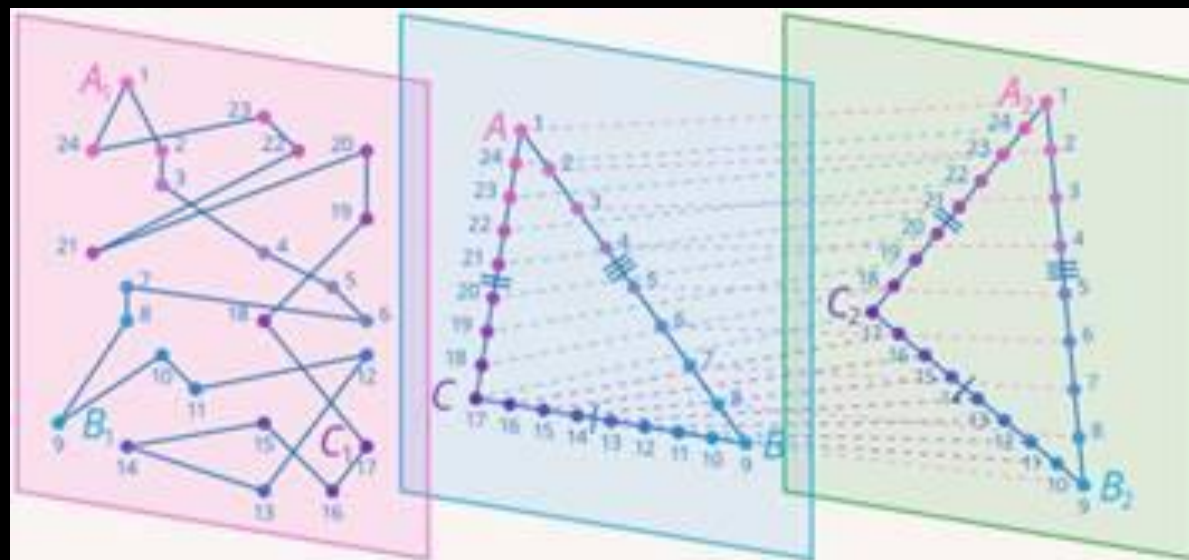
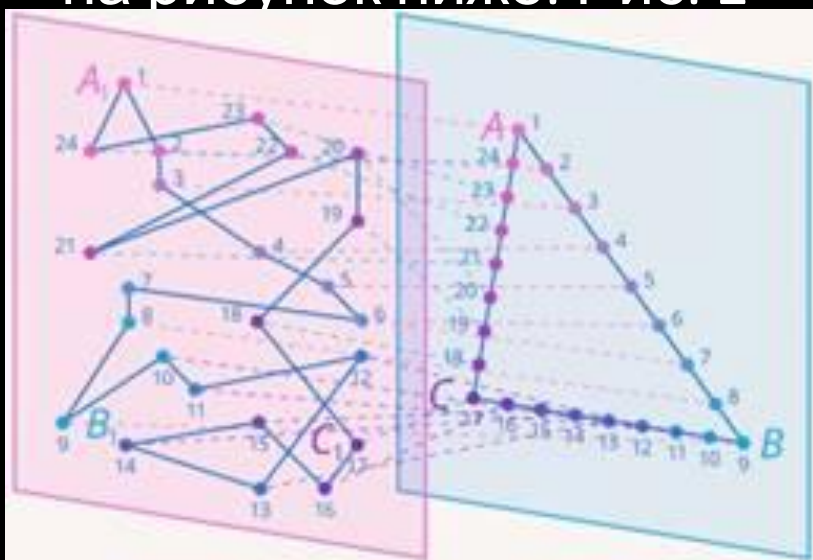
- Презентация студентки:
- Фоминых Вячелавы.
- 3-11 группы.

# Определение ДВИЖЕНИЯ.



- Движением в геометрии называется отображение, сохраняющее расстояние. Следует разъяснить, что подразумевается под словом "отображение".
- Отображением множества  $M$  в множество  $N$  называется соответствие каждому элементу из  $M$  единственного элемента из  $N$ .
- Мы будем рассматривать только отображение фигур в пространстве. Никакие другие отображения не рассматриваются, и потому слово "отображение" означает

- Если отображение будет произвольным, в виде графика, где точки изменяют местоположение совершенно случайным образом (как на рисунке ниже рис. 1), то треугольник, взятый за основу, будет «разорван» на огромное количество частей, они будут раскиданы по различным местам на плоскости.
- На практике становится понятно, что движением может называться такое отображение, при котором треугольник оказывается в ином месте, вероятно даже с изменением собственной ориентации. Однако даже с изменением ориентации треугольник остается треугольником. Посмотрите на рисунок ниже. Рис. 2



- Движение в геометрии — процесс отображения плоскости на саму себя, при котором сохраняется расстояние между двумя разными точками, выбранными случайным образом.
- Представим плоскость в виде бесконечного бумажного листа. Требование к движению, предъявляемое к нему согласно определению, приводит к сохранению цельности всего листа. Для того чтобы требования были соблюдены, можно сделать следующие манипуляции:

1. Сдвинуть лист вдоль плоскости абсолютно в любом направлении.
2. Перевернуть лист, сменив его ориентацию в пространстве.
3. Повернуть лист.

- Теорема:

При движении отрезок должен отображаться на равный ему отрезок.

Доказательство. Представим, что концы отрезка  $MN$  при каком-то движении отображаются в точки  $N_1$  и  $M_1$ . На рисунке ниже хорошо видно это отображение. (рис. 1)

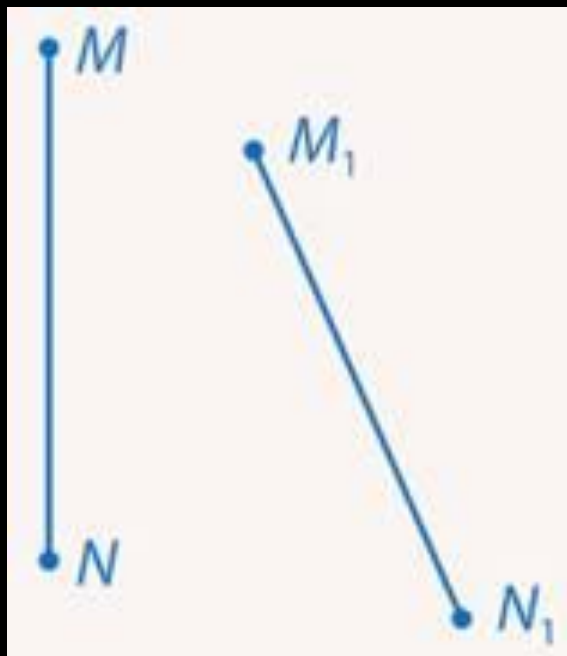


Рис. 1

Движение будет сохранять расстояние между точками, а, значит, что  $MN = M_1N_1$ . Давайте покажем, что точки отрезка  $MN$  отобразятся на отрезке  $M_1N_1$ . Берем на отрезке  $MN$  точку под названием  $P$ .  $MP + PN = MN$ . (Рис. 2)

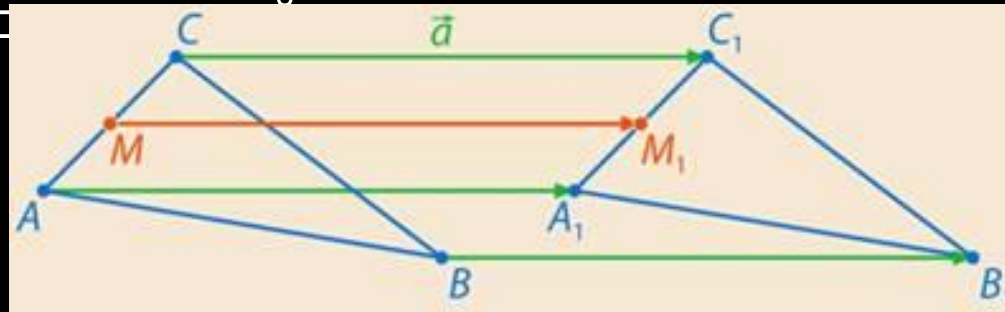


Рис. 2

# Виды движения в геометрии

- **Параллельный перенос** — вид отображения плоскости на себя, при котором каждая точка из плоскости  $M$  будет отображена в точку  $M_1$  так, что  $MM_1 \rightarrow = a \rightarrow$ . Таким образом, параллельным переносом будет называться отображение, при котором любая точка будет перемещаться на вектор  $a \rightarrow$ . Для того чтобы задать параллельный перенос, нужно задать

Рис. 1

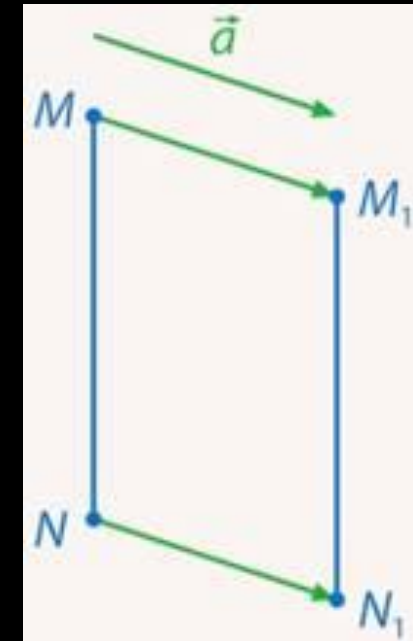


Параллельный перенос сохраняет расстояние между точками.

Исходя из определения параллельного переноса получаем, что:  $MM_1 \rightarrow = NN_1 \rightarrow = a \rightarrow$ .

Таким образом получаем, что в четырехугольнике  $MM_1N_1N$  две противоположные стороны будут параллельны и равны:  $MM_1 = NN_1$ .  $MM_1 \parallel NN_1$ . Следовательно, на рисунке изображен параллелограмм, и другие две противоположные стороны будут равны друг другу:  $MN = M_1N_1$ .

Рис. 2



**Поворот** — вид движения в геометрии, при котором нужно указать центр поворота  $O$  и угол поворота  $\alpha$ .

- Покажем на примере. Точка  $O$  будет центром поворота, а углом, на который будет совершен поворот —  $\alpha$ . Берется точка (произвольная)  $M$ , она будет повернута вокруг точки  $O$  на угол  $\alpha$ . Образ  $M_1$  должен быть таким, что  $OM=OM_1$ , а угол  $MOM_1=\alpha$ .



Рис. 1

Можно считать положительным направление против часовой стрелки. Если поворот происходит на положительный угол в  $30^\circ$ , то он будет совершен именно против часовой стрелки (как на рисунке ниже).

Рис. 2

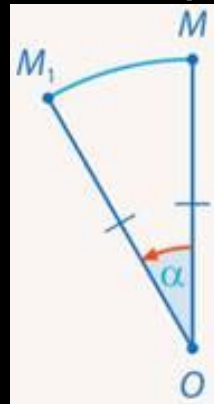
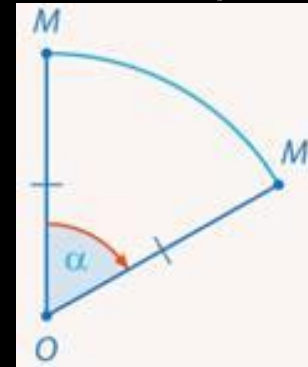


Рис. 3



Если нужно совершить поворот по часовой стрелке, допустим, на  $60^\circ$ , то нужно указать угол поворота как  $\alpha=-60^\circ$ . Пример ниже:

**Симметричные точки** — две точки  $A$  и  $A_1$  будут симметричны относительно прямой  $a$ , если прямая проходит через середину отрезка  $AA_1$  перпендикулярно отрезку.

- Так для любой точки  $A$  появляется симметричная точка  $A_1$ . При этом она будет единственной

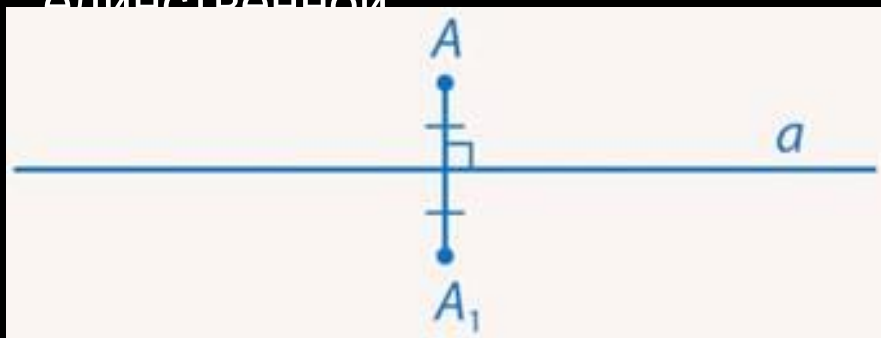


Рис. 1

**Осевая симметрия** — отображение относительно прямой  $a$  плоскости на себя, при котором любая точка плоскости переходит в точку, симметричную прямой  $a$ .

В случае осевой симметрии сохраняются расстояния, то есть осевая симметрия — движение.



Рис. 2

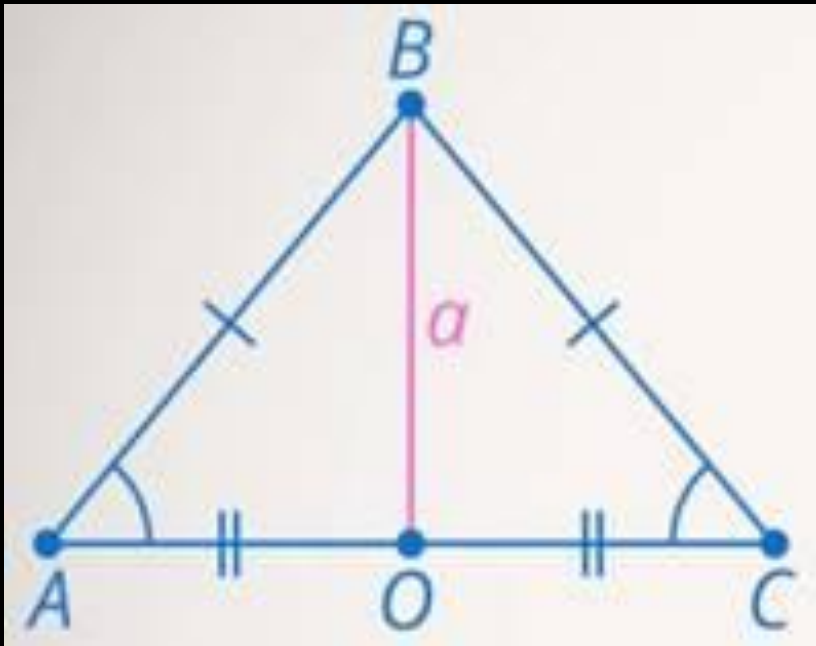
Рассмотрим вариант, когда два прообраза (точка  $M$ ,  $N$ ) лежат с одной стороны от оси симметрии  $a$ . Посмотрите на рисунок:

Однако осевая симметрия не сводится только к повороту и параллельному переносу. Так мы видим в зеркале симметричный образ себя. Если уйти из плоскости, рассмотреть передвижение в пространстве, то осевая симметрия сводится к переносу, а также повороту. Отдельным видом движения осевая симметрия будет, если рассматривать только преобразования на плоскости.



- Ось симметрии геометрической фигуры — ось симметрии, при которой осевая симметрия переводит геометрическую фигуру саму в себя.
- У одной фигуры наблюдается одна или несколько (даже бесконечное количество) осей симметрии. Так, у равнобедренного треугольника медиана, проведенная к основанию, будет являться осью симметрии. У произвольного прямоугольника будет две оси симметрии.

Рис.1



- **Центральная симметрия** — симметрия относительно выбранной ранее точки, то есть центра симметрии.

- При центральной симметрии сохраняется расстояние, то есть центральная симметрия — движение.

- Рис. 1

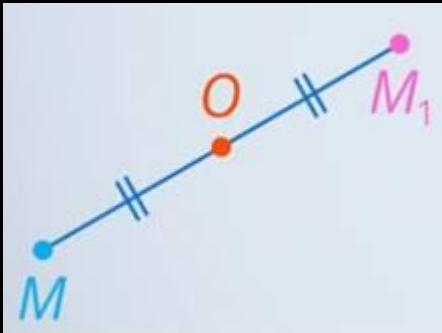


Рис. 2

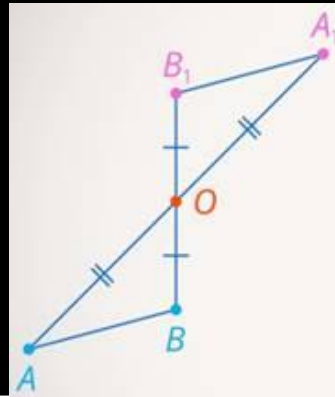
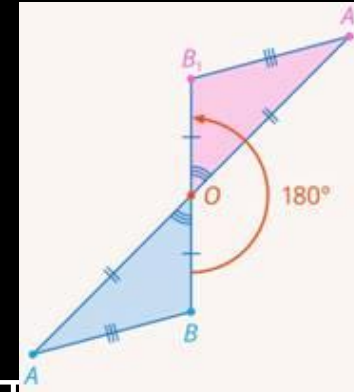


Рис. 3



- Центральная симметрия сама по себе является поворотом на  $180^\circ$ . То есть центральная симметрия будет являться частным случаем обычного поворота, и соответственно, движением.

- Если центральная симметрия переводит геометрическую фигуру саму в себя, то центр симметрии будет называться центром симметрии фигуры, а саму эту геометрическую фигуру называют центрально симметричной.