

## Лекция № 2

### Часть 1. Вероятностные модели в задачах теории информации

1.1. Классификация сигналов с учетом неопределенности

1.2. Случайные события

1.3. Дискретная и непрерывная случайные величины

### Часть 2. Измерение информации

2.1. Информация и теории информации

2.2. Структурные меры информации

2.3. Меры информации. Единицы измерения

2.4. Качество информации

# Лекция № 1

## Часть 2. Информация, сообщения, сигналы

### 2.1 Информация и теория информации

### 2.2 Сообщения и сигналы

### 2.3 Структурная схема информационной системы

### 2.4 Модуляция сигналов. Виды и характеристики носителей информации

### 2.5 Классификация сигналов



## 2.1. Информация и теория информации

**Информация** (лат. Information – разъяснение, изложение, осведомленность) – одно из общих понятий науки, обозначающее некоторые сведения, совокупность каких-либо данных, знаний (из «Энциклопедии кибернетики»).

**В широком смысле** – отражение реального мира;

**В узком смысле** – любые сведения, являющиеся объектом хранения, передачи, и преобразования в виде данных.

**Информационные процессы** — процессы

- получения
  - создания
    - сбора
      - обработки
        - накопления
          - хранения
            - поиска
              - распространения
                - использования информации.

## 2.1. Информация и теория информации

**Структурная теория информации** рассматривает структуру построения отдельных информационных сообщений. Единица количества информации – элементарная структурная единица *квант*.

**Статистическая теория** оценивает информацию с точки зрения меры неопределенности. Основное внимание уделяется распределению вероятностей, либо появлению сигналов, либо изменению характеристик этих сигналов и построению на его основе некоторых обобщенных характеристик, позволяющих оценить количество информации.

**Семантическая теория** занимается изучением именно смысловых характеристик информации: ценности, содержательности, полезности. Помогает связать количество и ценность информации с такими обобщенными характеристиками системы, как эффективность, информационная пропускная способность, информационная помехоустойчивость.

# Лекция № 1

## Часть 2. Информация, сообщения, сигналы

### 2.1 Информация и теория информации

### 2.2 Сообщения и сигналы

### 2.3 Структурная схема информационной системы

### 2.4 Модуляция сигналов. Виды и характеристики носителей информации

### 2.5 Классификация сигналов



## 2.2. Сообщения и сигналы

Под **сообщением** понимают информацию, выраженную в определенной форме и подлежащую передаче.

**Сообщение** – это форма представления информации.

Примеры:

- ✓ текст телеграммы,
- ✓ речь оратора,
- ✓ показания измерительного датчика,
- ✓ команды управления и т.д.

Сообщение для передачи его в соответствующий адрес должно быть предварительно преобразовано в **сигнал**.

**Сигнал** – материальный переносчик сообщения, т.е. изменяющийся физический процесс, обеспечивающий передачу информации по **линии связи**.

# Лекция № 1

## Часть 2. Информация, сообщения, сигналы

### 2.1 Информация и теория информации

### 2.2 Сообщения и сигналы

### 2.3 Структурная схема информационной системы

### 2.4 Модуляция сигналов. Виды и характеристики носителей информации

### 2.5 Классификация сигналов



### 2.3. Структурная схема информационной системы



Примеры:

электрические,  
 электромагнитные,  
 механические,  
 ультразвуковые,  
 звуковые,  
 световые.

Проводная линия связи  $\xrightarrow{\text{постоянный ток и переменные токи сравнительно невысоких частот}}$

Радиолиния  $\xrightarrow{\text{электромагнитные колебания высоких частот}}$



## 2.3. Структурная схема информационной системы

**Кодер** – устройство, осуществляющее кодирование.

**Передатчик** осуществляет преобразование сообщений в сигналы, удобные для прохождения по линии связи.

**Канал связи** – совокупность средств, предназначенных для передачи сигнала.



**Линия связи** – физическая среда, по которой происходит передача сигналов от передатчика к приемнику.

**Решающее устройство**, помещенное после приемника, осуществляет обработку принятого сигнала с целью наиболее полного извлечения из него информации.

**Декодирующее устройство**, (декодер) преобразует принятый сигнал к виду удобному для восприятия получателем.

## 2.3. Структурная схема информационной системы

**Кодирование** – преобразование сообщений в сигнал (в широком смысле).

**Кодирование** – это отображение дискретных сообщений сигналами в виде определенных сочетаний символов (в узком смысле).

**Обратная операция декодирования** – восстановление по принятому сигналу переданного сообщения.



Помехи вызывают случайное отклонение принятого сообщения (сигнала) от передаваемого.

**Помехи** – любые мешающие внешние возмущения или воздействия, искажения сигналов в самой аппаратуре.

атмосферные помехи,  
влияние посторонних  
источников сигналов,  
аппаратурные помехи  
и другие

# Лекция № 1

## Часть 2. Информация, сообщения, сигналы

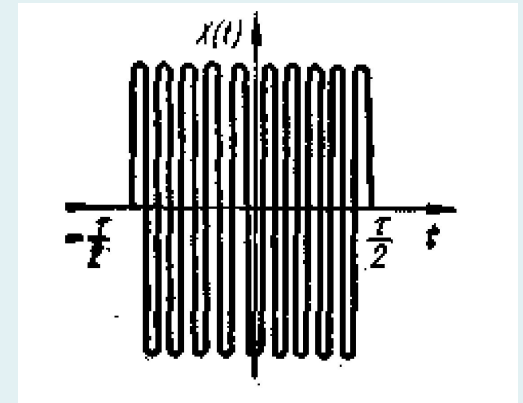
2.1 Информация и теория информации

2.2 Сообщения и сигналы

2.3 Структурная схема информационной системы

**2.4 Модуляция сигналов. Виды и характеристики носителей информации**

2.5 Классификация сигналов



## 2.4. Модуляция сигналов



**Модуляция** - изменение по заданному закону параметров какого либо регулярного физического процесса.

Например, для создания изображения в кинескопе телевизора ток луча изменяется с помощью специального электрода – модулятора.

Сигнал как функция времени может быть представлен в виде:

$$U_H = g(a_1, \dots, a_n, t), \quad a_1, a_2, \dots, a_n - \text{параметры носителя}$$

**Модулированный** импульс (сигнал):

$$U_x = g[a_1, \dots, a_i + \Delta a_i(t), \dots, a_n, t], \quad \Delta a_i(t) - \text{модулирующая функция.}$$

**Модулирующая функция** несет информацию. Последняя обычно связана с информационной (управляющей) функцией  $x$  линейной зависимостью:

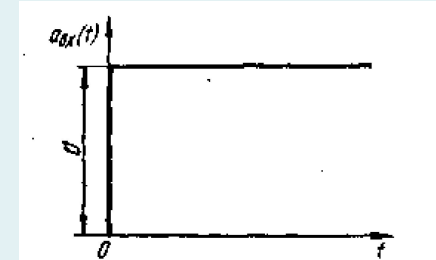
$$\Delta a_i = K \cdot x, \quad K - \text{коэффициент пропорциональности.}$$

## 2.4. Виды и характеристики носителей информации

**Первый тип** – постоянное состояние.

Например, постоянное напряжение имеет только один информационный параметр – значение напряжения.

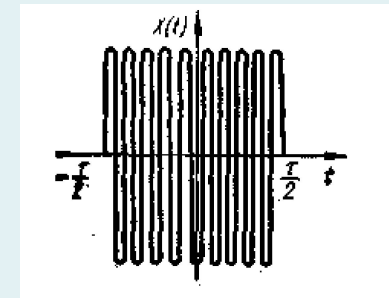
Модуляция сводится к такому изменению напряжения, чтобы оно в определенном масштабе представляло передаваемые данные. Полярность напряжения может изменяться тоже.



**Второй тип** – колебания.

Переменное напряжение может иметь три параметра – амплитуду, частоту и фазу.

Соответственно различают три основных вида модуляции – амплитудную, частотную и фазовую.



**Третий тип** – последовательность импульсов.

Параметрами модуляции могут быть: амплитуда импульсов  $U$ , фаза импульсов  $\varphi$ , частота импульсов  $f$ ,

длительность импульсов или пауз  $\tau$ ,

число импульсов  $n$  и комбинация импульсов и

пауз (кодированная импульсная модуляция), определяющая код  $k$ .



# Лекция № 1

## Часть 2. Информация, сообщения, сигналы

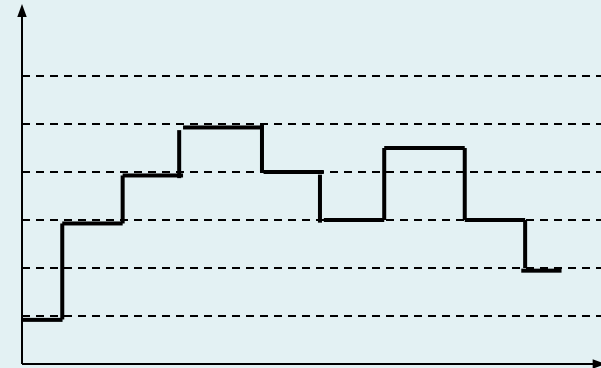
2.1 Информация и теория информации

2.2 Сообщения и сигналы

2.3 Структурная схема информационной системы

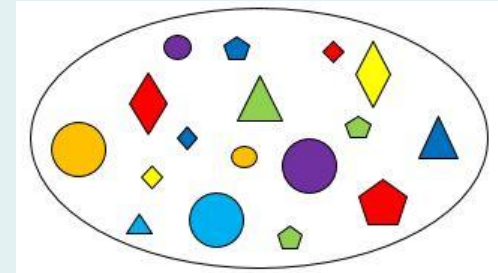
2.4 Модуляция сигналов. Виды и характеристики носителей информации

**2.5 Классификация сигналов**



## 2.5. Классификация сигналов (1)

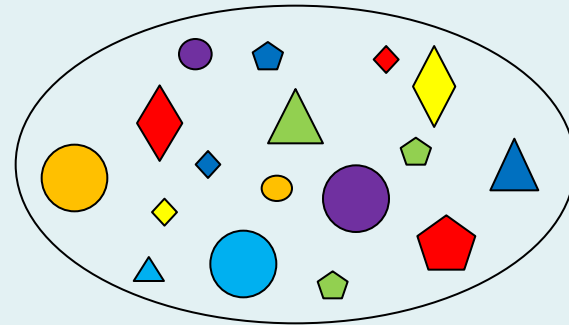
**Математическая модель** – это искусственно созданный объект в виде математических, знаковых формул, который отображает и воспроизводит структуру, свойства, взаимосвязи и отношения между элементами исследуемого объекта



**Классификация** – группировка объектов исследования или наблюдения в соответствии с их общими признаками.

## 2.5. Классификация сигналов (2)

Как могут быть классифицированы  
данные фигуры?



**По форме:** овал, треугольник, ромб, пятиугольник

**По размеру:** маленькие и большие

**По цвету:** красные, оранжевые, желтые, зеленые, голубые, синие, фиолетовые



## 2.5. Классификация сигналов (3)

Характер изменений **по времени**: непрерывные и дискретные.

**Непрерывные по времени сообщения** – непрерывная функция времени.

**Дискретные по времени сообщения** – дискретные функция времени, последовательность случайных событий.

Характер изменений **по множеству значений**: непрерывные и дискретные.

**Непрерывные по множеству значений сообщения** – функция, которая может принимать непрерывное множество значений в некотором интервале.

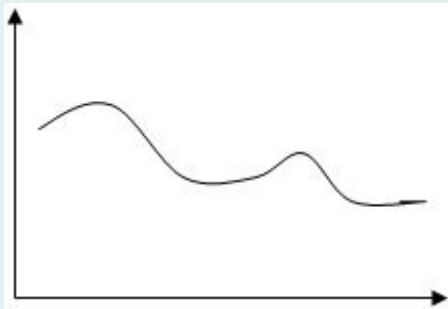
**Дискретные по множеству значений сообщения** – конечный набор чисел или дискретных значений некоторой функции.

## 2.5. Классификация сигналов (4)



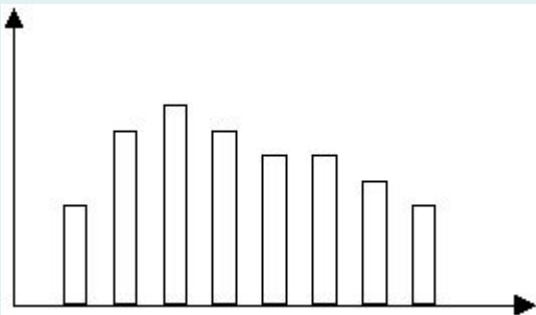
## 2.5. Классификация сигналов (6)

### 1. Непрерывная функция непрерывного аргумента



Значения, которые принимает функция  $x(t)$  и аргумент  $t$ , заполняют промежутки  $(x_{\min}, x_{\max})$  и  $(-T, T)$  соответственно.

### 2. Непрерывная функция дискретного аргумента



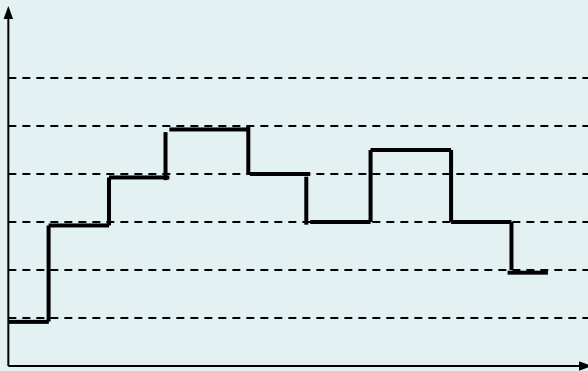
Значения функции  $x(t)$  определяются лишь на дискретном множестве значений аргумента

$$t_i, \pm 1, \pm 2, \dots, t \in [-T, T]$$

$x(t_i)$  может принимать любое значение на отрезке  $[x_{\min}, x_{\max}]$

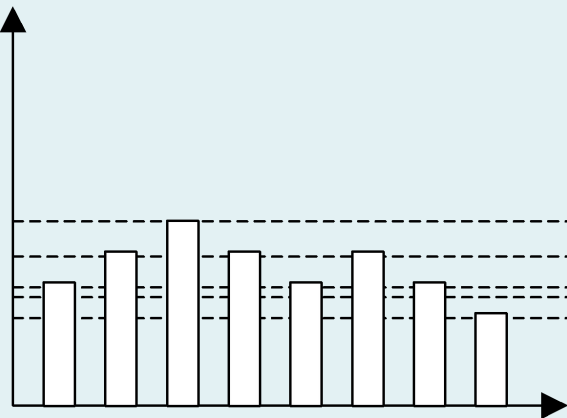
## 2.5. Классификация сигналов (7)

### 3. Дискретная функция непрерывного аргумента



Значения, которые может принимать  $x(t)$ , образуют дискретный ряд чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, \dots$ , т.е. такой ряд, в котором каждому числу  $x_k$  можно поставить в соответствие интервал  $(a_k, b_k)$ , внутри которого других чисел данного ряда нет. Значение аргумента  $t$  может быть любым на отрезке  $[-T, T]$ .

### 4. Дискретная функция дискретного аргумента



Значения, которые могут принимать  $x(t)$  и аргумент, образуют дискретные ряды чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, \dots$  и  $-t_1, \dots, -t_2, -t_1, t_0, t_1, t_2, \dots, t_1, \dots$ , заполняющие отрезки  $[x_{\min}, x_{\max}]$ ,  $[-T, T]$

соответственно.

# Лекция № 1

## Заключение!!!

## Часть 2. Информация, сообщения, сигналы

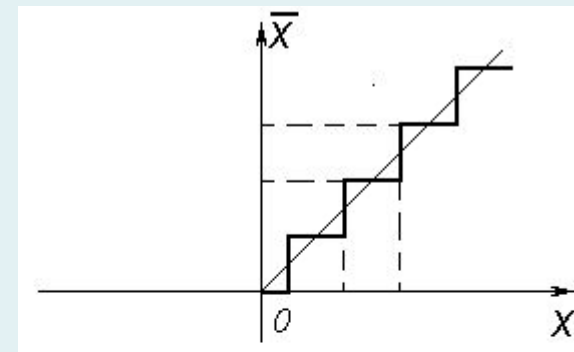
### 2.1 Информация и теории информации

### 2.2. Сообщения и сигналы

### 2.3 Структурная схема информационной системы

### 2.4 Модуляция сигналов. Виды и характеристики носителей информации

### 2.5 Классификация сигналов

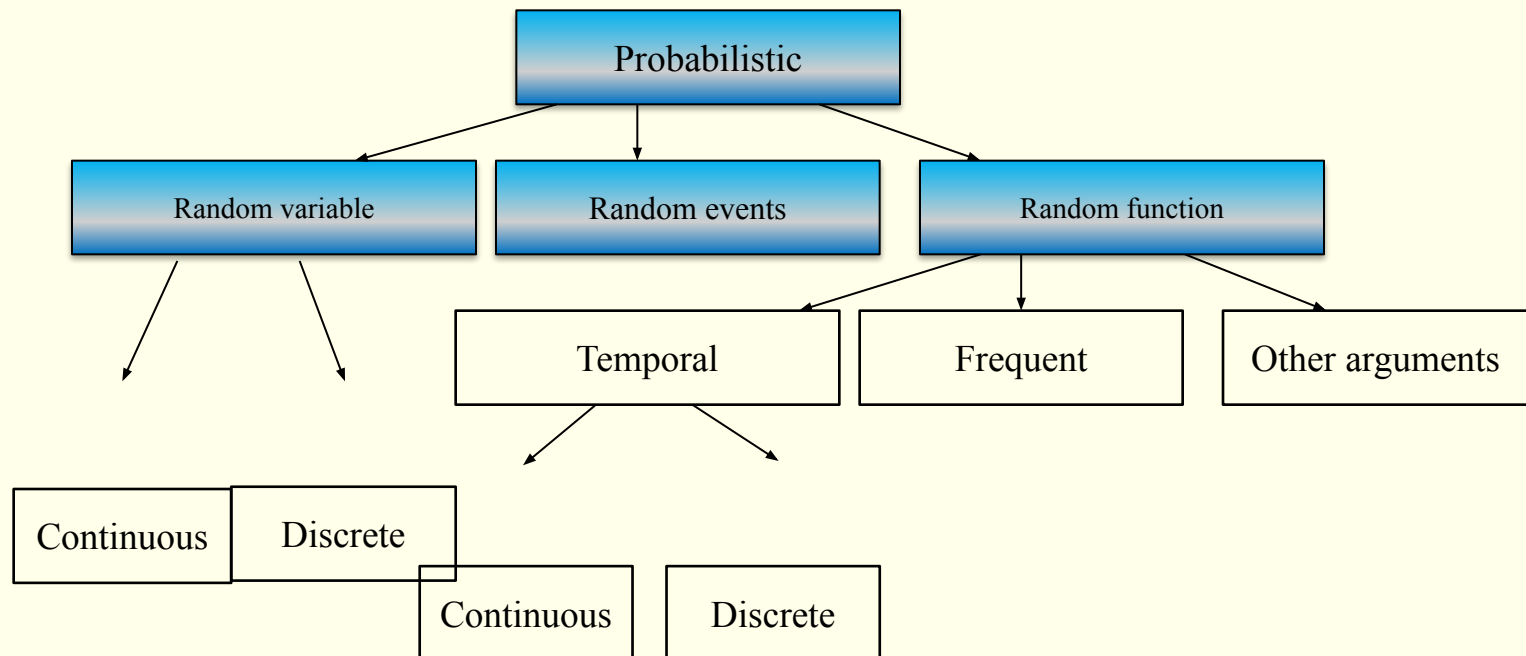


# Часть 1. Вероятностные модели в задачах теории информации

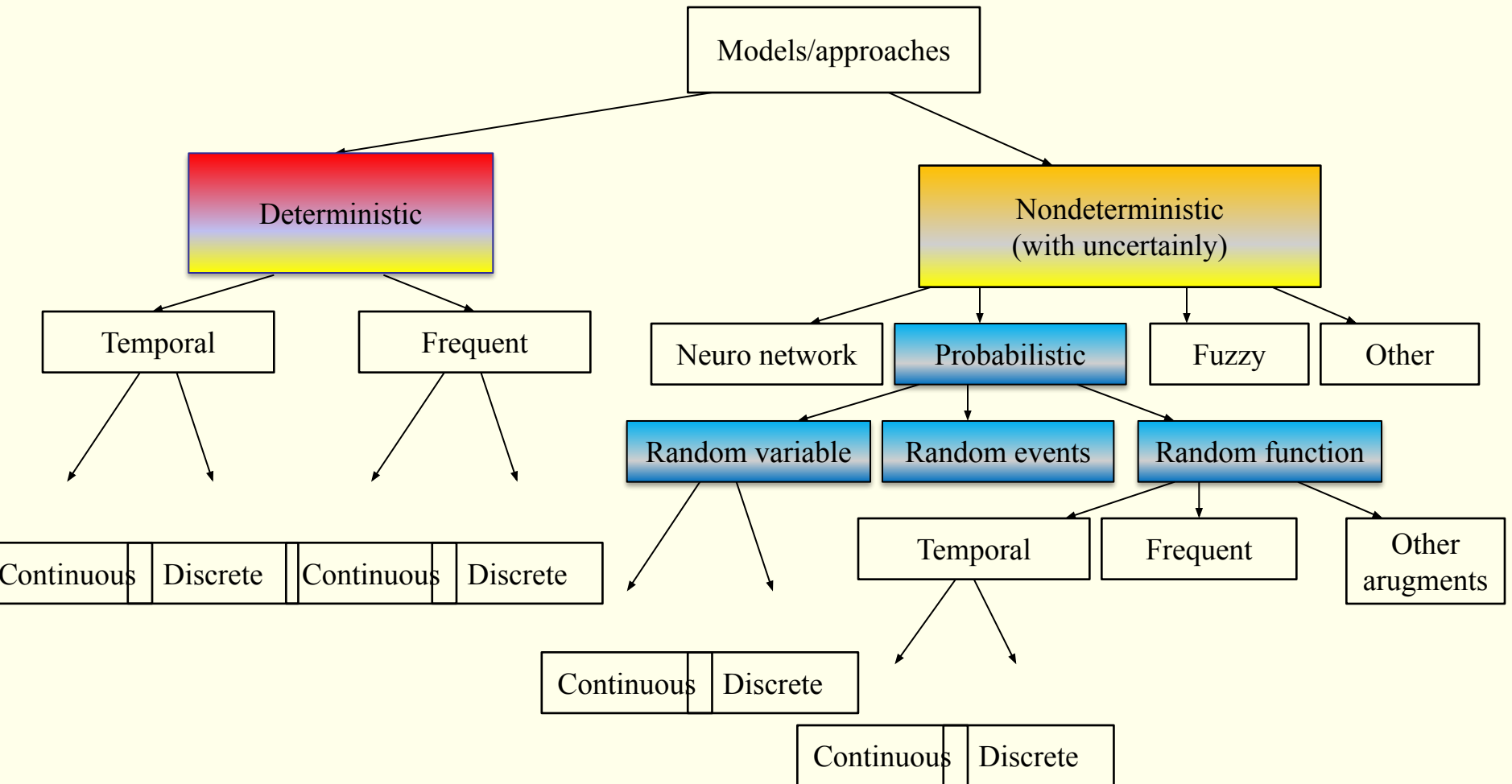
## 1.1. Классификация сигналов с учетом неопределенности

## 1.2. Случайные события

## 1.3. Дискретная и непрерывная случайные величины



# 1.1. Классификация сигналов с учетом неопределенности

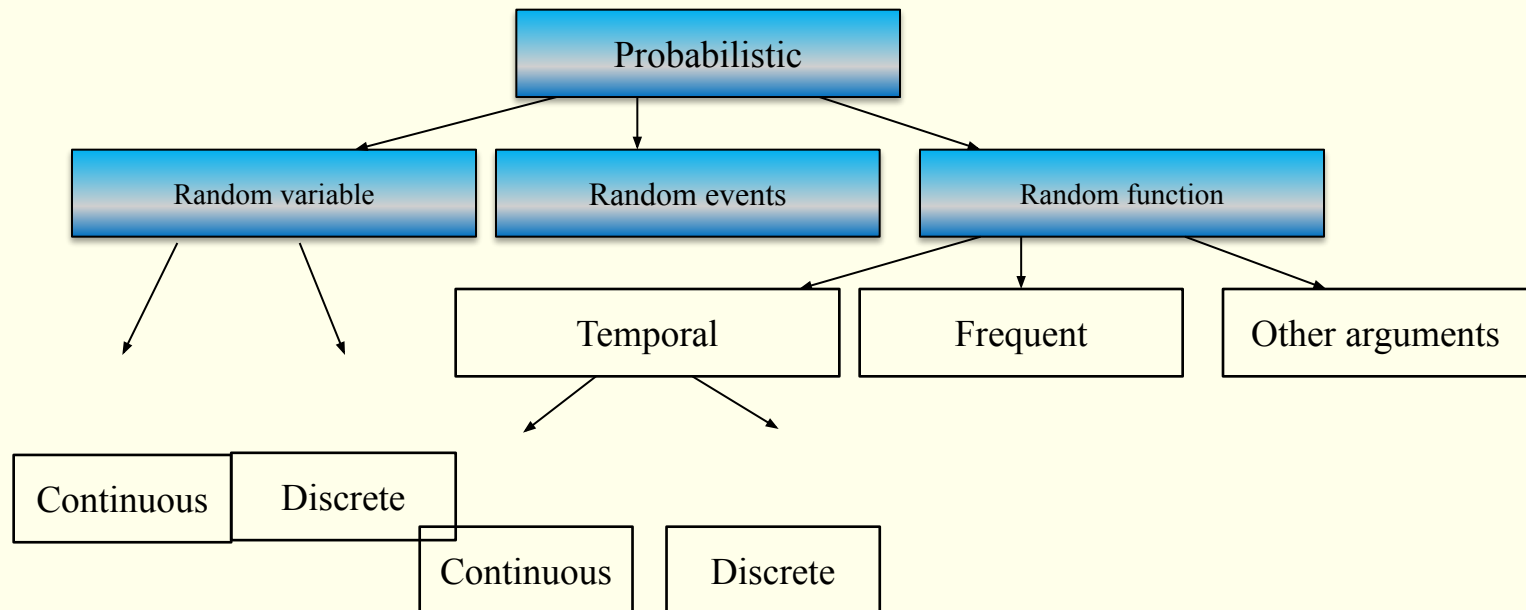


# Часть 1. Вероятностные модели в задачах теории информации

## 1.1. Классификация сигналов с учетом неопределенности

## 1.2. Случайные события

## 1.3. Дискретная и непрерывная случайные величины





## 1.2. Случайные события

**Событие** – всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти. **Вероятность события** – это число, которое является мерой возможности реализации события. Вероятность  $P(A)$  случайного события  $A$  заключена в пределах  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

**Достоверное** событие  $U$  такое, что  $P(U) = 1$ .

**Невозможное** событие  $V$  такое, что  $P(V) = 0$ .

**Суммой** или **объединением событий** называется событие  $A$ , которое происходит тогда и только тогда, когда происходит, по крайней мере, одно из этих событий.

**Сумма** обозначается

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^n A_i.$$

## 1.2. Случайные события

**Произведением** или **пересечением** событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  называется такое событие  $A$ , которое происходит тогда и только тогда, когда происходят события вместе. Произведение обозначается

$$A = A_1 A_2 \dots A_n = \prod_{i=1}^n A_i.$$

События  $A_1, A_2, \dots, A_n$  образуют **полную группу событий**, если в результате опыта появляется хотя бы одно из них:

$$\sum_{i=1}^n A_i = U.$$

События  $A$  и  $B$  называются **несовместными**, если их совместное появление невозможно:

$$AB = V.$$

## 1.2. Случайные события

Два события называются **противоположными**, если они несовместны и образуют **полную группу**. Событие, противоположное событию  $A$ , обозначается  $\bar{A}$

$$A + \bar{A} = U, A\bar{A} = V.$$

### Как рассчитать вероятность?

Когда рассматриваемый опыт имеет  $N$  равновозможных исходов, которые несовместны и составляют **полную группу**, вероятность события  $A$  можно рассчитать по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{N},$$

где  $m$  - число исходов, которые приводят к наступлению события  $A$ .

## 1.2. Случайные события

**Частотой** или **статистической вероятностью**  $P^*(A)$  события  $A$  в данной серии испытаний называется отношение числа опытов  $n$ , в которых появилось событие, к общему числу  $N$  произведенных опытов:

$$P^*(A) = \frac{n}{N}.$$

По теореме Бернулли при большом числе опытов частота сходится по вероятности к вероятности события.

Расчеты вероятности сложного события  $A$  через вероятности более простых событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  базируются на использовании основных теорем теории вероятностей.

## 1.2. Случайные события

Как рассчитать вероятность сложного события?

Расчеты базируются на использовании **основных теорем**.

**Теорема сложения вероятностей.** Вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

**Теорема умножения вероятностей.** Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого при условии, что первое имело место:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(A / B) = P(B) \cdot P(A / B),$$

### Условные вероятности событий

- Вероятность события  $B$ , вычисленная в предположении, что имело место событие  $A$ .  $P(B / A)$
- Вероятность события  $A$ , вычисленная в предположении, что имело место событие  $B$ .  $P(A / B)$

## 1.2. Случайные события

### Формула полной вероятности

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(AB_j) = \sum_{j=1}^n P(B_j) \cdot P(A/B_j).$$

### Формула Байеса

$$P(B_j / A) = P(B_j) \cdot P(A / B_j) / P(A),$$

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(B_j) \cdot P(A / B_j).$$

$B_1, B_2, \dots, B_n$  – образуют полную группу событий

## **Часть 1. Вероятностные модели в задачах теории информации**

**1.1. Классификация сигналов с учетом неопределенности**

**1.2. Случайные события**

**1.3. Дискретная и непрерывная случайные величины**

**1.3.1. Модель дискретной случайной величины**

**1.3.2. Модель непрерывной случайной величины**

## 1.3. Дискретная и непрерывная случайные величины

### 1.3.1. Модель дискретной случайной величины

**Случайной величиной** называется такая **переменная величина**, которая в результате опыта может принимать то или иное заранее неизвестное значение  $\xi$  из известного множества значений  $X$ .

Различают два основных типа случайных величин: **дискретные** и **непрерывные**.

**Дискретная случайная величина** может принимать конечное или бесконечное множество значений  $\{x_i\}$ , которые можно пронумеровать  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Полной статистической характеристикой случайной величины является закон распределения вероятностей. В случае дискретной величины  $\xi$  понимается соотношение, устанавливающее зависимость между возможными значениями дискретной случайной величины и их вероятностями  $P(x_i) = p_i$ , при этом

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad 0 \leq p_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$



### 1.3.1. Дискретная случайная величина

Закон распределения случайной величины можно задать в различных формах:

- табличный
  - графический
  - аналитический

Во многих ситуациях невозможно определить закон распределения случайной величины, часто в этом нет необходимости. В таких ситуациях рассматривают отдельные параметры (числовые характеристики) этого закона.

### 1.3.1. Дискретная случайная величина

#### Числовые характеристики

Наиболее важными числовыми характеристиками случайной величины  $\xi$  с множеством значений  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  и законом распределения вероятностей  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  являются:

$$m_\xi = m[\xi] = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad - \text{математическое ожидание;}$$

$$m_\xi^2 = m[\xi^2] = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i \quad - \text{средний квадрат;}$$

$$\sigma_\xi^2 = m[(\xi - m_\xi)^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - m_\xi)^2 p_i \quad - \text{дисперсия.}$$

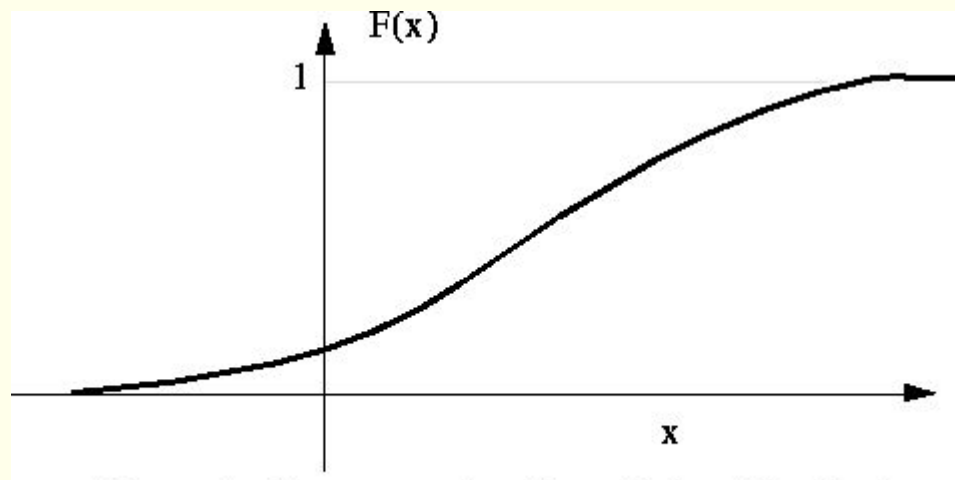
## 1.3. Дискретная и непрерывная случайные величины

### 1.3.2. Модель непрерывной случайной величины

**Непрерывная случайная величина** может принимать любое значение из непрерывного множества возможных значений.

Универсальной характеристикой, одинаково пригодной для дискретных и для непрерывных одномерных случайных величин, является **функция распределения вероятностей**  $F(x)$  (интегральная функция распределения), определяющая вероятность  $P$  того, что случайная величина  $X$  примет значение меньше некоторого числа  $x$ :

$$F(x) = P(X < x).$$



### 1.3.2. Непрерывная случайная величина

Функция распределения обладает следующими свойствами:

$$1. F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0.$$

$$2. F(+\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1.$$

3.  $F(X)$  – неубывающая функция, т.е.  $F(x_2) \geq F(x_1)$  при  $x_2 > x_1$ .

$$4. P(x_1 \leq X < x_2) = F(x_2) - F(x_1).$$

Функция распределения дискретной случайной величины представляет собой ступенчатую функцию со скачками в точках  $x_1, x_2, \dots$

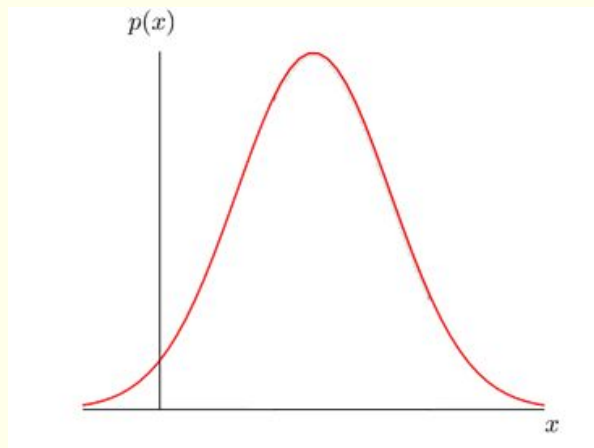
Возможные значения непрерывных случайных величин не могут быть заранее перечислены и непрерывно заполняют некоторый промежуток или даже всю ось.

Функция распределения непрерывной случайной величины представляет собой непрерывную функцию.

### 1.3.2. Непрерывная случайная величина

Часто предполагают, что функции распределения непрерывных случайных величин дифференцируемы во всей области возможных значений случайных величин. При таком предположении непрерывная случайная величина  $X$  чаще всего описывается **плотностью распределения** вероятности  $p(x)$ , которая иногда называется **дифференциальным законом распределения** или **дифференциальной функцией распределения**.

**Плотность вероятности** определяется как производная функции распределения:



$$p(x) = dF(x) / dx.$$

### 1.3.2. Непрерывная случайная величина

Плотность вероятности обладает следующими основными свойствами:

1. Плотность вероятности **неотрицательна**, т.е.  $p(x) \geq 0$ .
2. **Вероятность попадания** непрерывной случайной величины **в интервал**  $(x_1, x_2)$  равна интегралу от плотности вероятности в этих пределах:

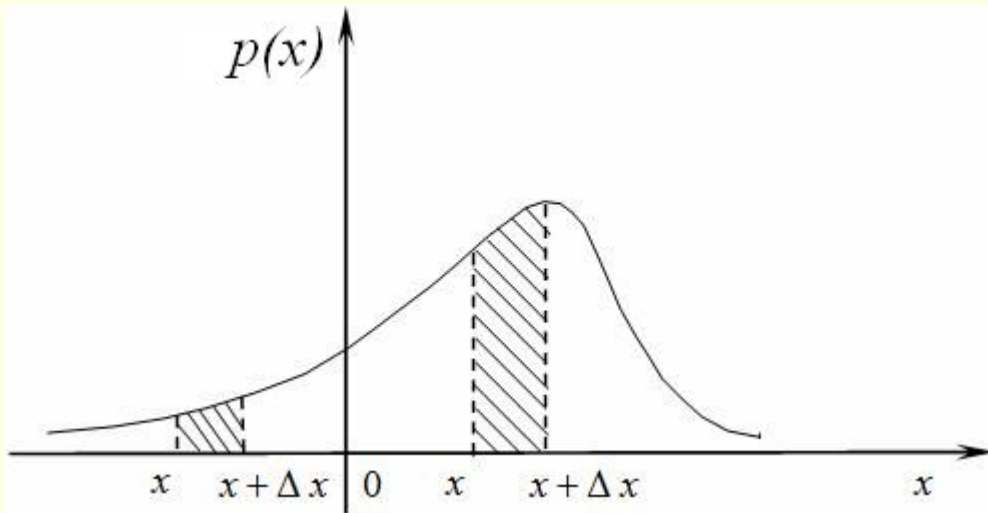
$$P(x_1 \leq X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx = F(x_2) - F(x_1).$$

3. Интеграл в бесконечных пределах от функции  $p(x)$  равен единице (**условие нормировки**):

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1.$$

### 1.3.2. Непрерывная случайная величина

Для непрерывной случайной величины формулы для **математического ожидания** и **дисперсии** имеют вид:



$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx,$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 p(x)dx.$$

## **Лекция № 2**

### **Часть 2. Измерение информации**

**2.1. Информация и теории информации**

**2.2. Структурные меры информации**

**2.3. Меры информации. Единицы измерения**

**2.4. Качество информации**



## **Часть 2. Измерение информации**

### **2.1. Информация и теории информации**

### **2.2. Структурные меры информации**

### **2.3. Меры информации. Единицы измерения**

### **2.4. Качество информации**

## 2.1. Информация и теории информации

**Информация** (лат. Information – разъяснение, изложение, осведомленность) – одно из общих понятий науки, обозначающее некоторые сведения, совокупность каких-либо данных, знаний (из «Энциклопедии кибернетики»).

*В широком смысле* – отражение реального мира;

*В узком смысле* – любые сведения, являющиеся объектом хранения, передачи, и преобразования информации.

# 1. Информация и теории информации

## Теории информации

*Структурная теория информации* рассматривает структуру построения отдельных информационных сообщений.

*Единица количества информации* – элементарная структурная единица *квант*.

*Статистическая теория* оценивает информацию с точки зрения меры неопределенности.

Основное внимание уделяется распределению вероятностей, либо появлению сигналов, либо изменению характеристик этих сигналов и построению на его основе некоторых обобщенных характеристик, позволяющих оценить количество информации.

*Семантическая теория* занимается изучением именно смысловых характеристик информации: ценности, содержательности, полезности.

Помогает связать количество и ценность информации с такими обобщенными характеристиками системы, как эффективность, информационная пропускная способность, информационная помехоустойчивость.

## **Часть 2. Измерение информации**

**2.1. Информация и теории информации**

**2.2. Структурные меры информации**

**2.3. Меры информации. Единицы измерения**

**2.4. Качество информации**

## 2.2. Структурные меры информации

### Геометрическая (метрическая):

*Единица измерения* – метрон (мера точности измеряемого параметра)

*Метронная мощность (плотность)* физической системы – количество метронов в расчете на единичный объем координатного пространства

### Пример:

Сообщение  $x=x(\mathbf{g}, \mathbf{f}, t)$

Оценить количество информации.

Сообщение представляют в виде набора элементарных ячеек, размеры которых определяются точностью  $\Delta \mathbf{g}, \Delta \mathbf{f}, \Delta t$

Измерения координат  $\mathbf{g}, \mathbf{f}$ ,

Один метрон = объему элементарной ячейки  $v = \Delta_{\mathbf{g}} * \Delta_{\mathbf{f}} * \Delta_t$

Количество метронов в сообщении  $x$  определяется как

$$V = n_{\mathbf{g}} * n_{\mathbf{f}} * n_t,$$

## 2.2. Структурные меры информации

$n_g = g(t_c)/\Delta g$ ,  $n_f = f(t_c)/\Delta f$ ,  $n_t = t_c/\Delta t$  – количество метронов, обусловленное точностью измерения координат  $g$ ,  $f$ ,  $t$ ;

$t_c$  – время, за которое производится оценка количества информации;

$V$  – метрическое информационное содержание сообщения;

Применяется и для оценки максимально возможного количества информации в заданных структурных габаритах – информационной емкости устройств.

## 2.2. Структурные меры информации

**Комбинаторная (структурная)** : возможное количество комбинаций информационных элементов

*Перестановки* – группы элементов, содержащие все имеющиеся в наличии элементы

$$P_h = h!$$

Количество перестановок из  $h$  элементов без повторений.

$$P = \frac{\alpha + \beta + \dots + \nu\gamma}{\alpha! \beta! \gamma!}$$

Количество *перестановок* из  $h$  элементов с *повторениями* при условии, что один из элементов повторяется  $\alpha$  раз, другой  $\beta$ , последний  $\gamma$  раз.

*Сочетания* – группы по  $l$  элементов, образуемые из  $h$  разных элементов, различающиеся между собой самими элементами.

$$C_n = \frac{h!}{l!(h-l)!}$$

Количество сочетаний из  $h$  элементов по  $l$  (без повторений).

$$C_n^{l(\text{повт})} = \frac{(h+l-1)!}{l!(h-l)!}$$

Количество сочетаний из  $h$  разных элементов по  $l$  элементов с повторениями, в которые элементы могут входить многократно (до  $l$  раз)

## 2.2. Структурные меры информации

**Размещения** – группы по  $l$  элементов, образуемые из  $h$  разных элементов, различающиеся между собой либо самими элементами, либо порядком их следования.

$$V_h^l = \frac{h!}{(h-l)!}$$

*Количество размещений из  $h$  разных элементов по  $l$  элементов без повторений.*

$$V_h^{l(\text{повт})} = h^l$$

*Количество размещений из  $h$  разных элементов по  $l$  элементов с повторениями.*

**Определение количества информации в комбинаторной мере** – определение количества возможных или существующих комбинаций, т.е. оценка структурного разнообразия информационного устройства.

### Пример:

Имеем 10 элементов.

Составим три структуры путем сочетаний из 10 элементов по 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 элементов путем перестановок и путем размещений по десяти различным позициям.

Количество сочетаний равно

$$C_{10} = \frac{10!}{0!(10-0)!} + \frac{10!}{1!(10-1)!} + \frac{10!}{2!(10-2)!} + \frac{10!}{3!(10-3)!} + \dots + \frac{10!}{9!(10-9)!} + \frac{10!}{10!(10-10)!} =$$

$$1 + 10 + 45 + 120 + 210 + 252 + 210 + 120 + 45 + 10 + 1 = 1024$$



## 2.2. Структурные меры информации

Количество различных перестановок

$$P_{10} = 10! = 3\,628\,800$$

Количество элементов по 10 позициям :  $V_{10}^{10(\text{новт})} = 10^{10}$

Когда нельзя реализовать полученные комбинации, подсчет ведется по реализуемым комбинациям.

**Аддитивная мера** – мера Хартли – логарифм числа возможных размещений из  $h$  элементов по  $l$

$$I = \log V_h^l = l * \log h$$

Позволяет производить суммирование количеств информации отдельных элементов информационного комплекса. Всегда *положительна*.

Логарифм с основанием 2 - единица количества информации говорит о том, что произошло одно из двух равновероятных событий (*двоичная единица информации или бит*).

Логарифм с основанием 10 - количество информации в *дитах*, натуральный логарифм с основанием  $e=2,71828$  – в *нитах*.

## **Часть 2. Измерение информации**

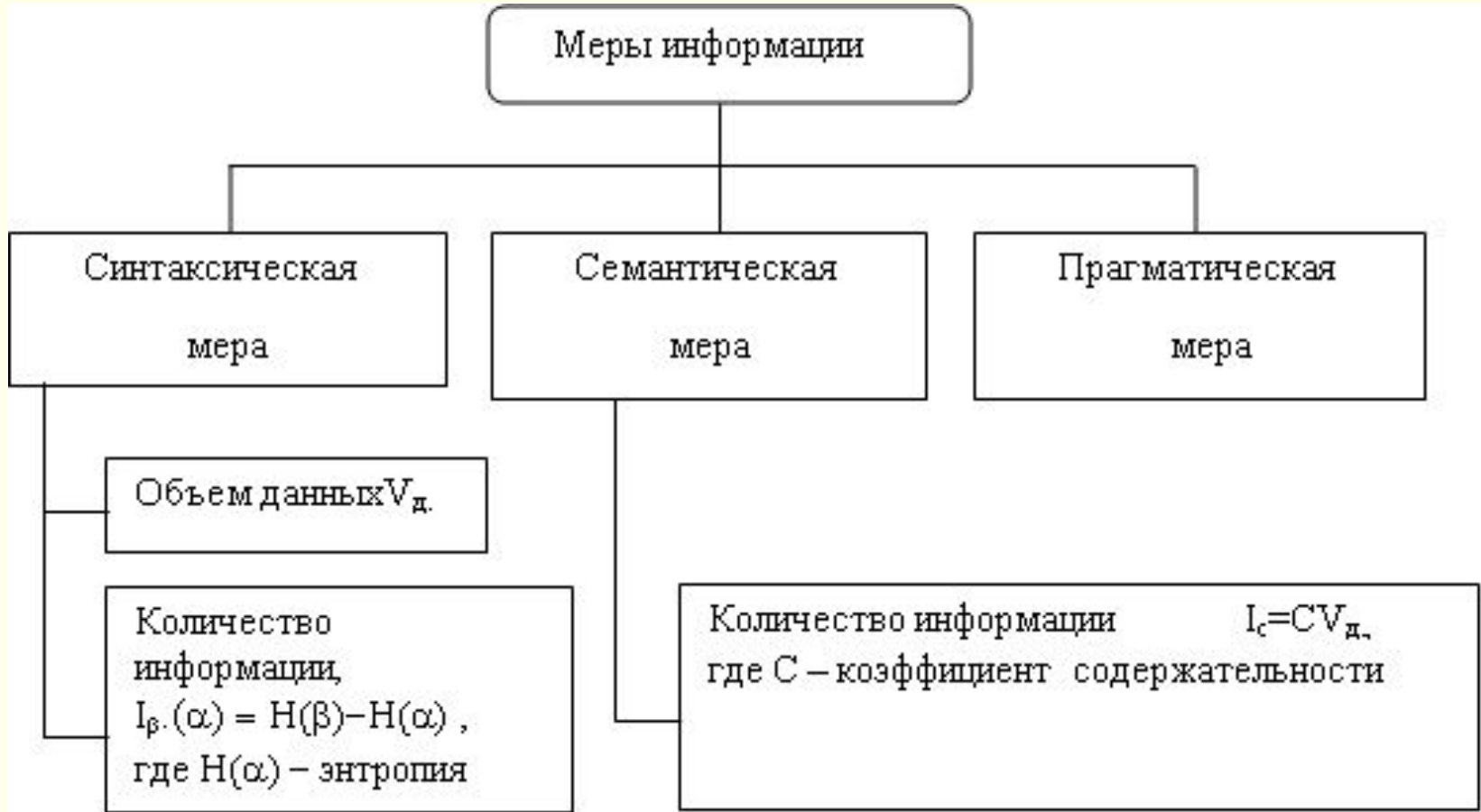
**2.1. Информация и теории информации**

**2.2. Структурные меры информации**

**2.3. Меры информации. Единицы измерения**

**2.4. Качество информации**

### 2.3. Мера информации. Единицы измерения.



### 2.3. Мера информации. Единицы измерения.

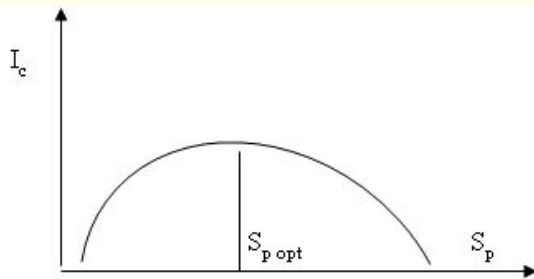
Мера информации	Единицы измерения	Примеры
Синтаксическая: шенноновский подход компьютерный подход	Степень уменьшения неопределенности Единицы представления информации	Вероятность события Бит, байт, Кбайт и т.д.
Семантическая	Тезаурус Экономически показатель	Пакет прикладных программ, ПК, компьютерные сети Рентабельность, производительность и т.д.
Прагматическая	Ценность использования	Емкость памяти, производительность ПК, скорость передачи данных и т.д. Денежное выражение.
Алгоритмическая	Минимальное число внутренних состояний машины	Машина Тьюринга

## 2.3. Мера информации. Единицы измерения

### Семантическая мера информации

**Тезаурус** – это совокупность сведений, которыми располагает пользователь или система.

В зависимости от соотношений между смысловым содержанием информации  $S$  и тезаурусом пользователя  $S_p$  изменяется количество семантической информации  $I_c$ , воспринимаемой пользователем и включаемой им в дальнейшем в свой тезаурус.



- при  $S_p \approx 0$  пользователь не воспринимает, не понимает поступающую информацию;
- при  $S_p \rightarrow \infty$  пользователь все знает, и информация ему не нужна.

Максимальное количество информации  $I_c$  потребитель приобретает при согласовании ее смыслового содержания  $S$  со своим тезаурусом  $S_p$  ( $S_p = S_{p\text{opt}}$ ), когда поступающая информация понятна пользователю и несет ему ранее не известные (отсутствующие в его тезаурусе) сведения.

*Относительной мерой количества семантической информации* может служить коэффициент содержательности  $C$ , который определяется как отношение количества семантической информации к ее объему:

$$C = I_c / V_d$$

## 2.3. Мера информации. Единицы измерения

### Прагматическая мера информации

Эта мера определяет полезность информации (ценность) для достижения пользователем поставленной цели.

Эта мера также величина относительная, обусловленная особенностями использования этой информации в той или иной системе.

Ценность информации целесообразно измерять в тех же единицах (или близких к ним), в которых измеряется целевая функция.

## 2.3. Мера информации. Единицы измерения

### Алгоритмическая мера информации

Каждый согласится, что слово  $0101\dots01$  сложнее слова  $00\dots0$ , а слово, где 0 и 1 выбираются из эксперимента – бросания монеты (где 0-герб, 1 –решка), сложнее обоих предыдущих.

Любому сообщению можно приписать количественную характеристику, отражающую сложность (размер) программы, которая позволяет ее произвести.

Так как имеется много разных вычислительных машин и разных языков программирования (разных способов задания алгоритма), то для определенности задаются некоторой конкретной вычислительной машиной, например машиной Тьюринга.

Сложность слова (сообщения) определяется как минимальное число внутренних состояний машины Тьюринга, требующиеся для его воспроизведения.

## **Часть 2. Измерение информации**

**2.1. Информация и теории информации**

**2.2. Структурные меры информации**

**2.3. Меры информации. Единицы измерения**

**2.4. Качество информации**



## 2.4. Качество информации

### Потребительские показатели качества:

- репрезентативность, содержательность, достаточность
- актуальность, своевременность, точность
- достоверность, устойчивость

*Репрезентативность* связана с адекватным отражением свойств объекта.

Важнейшее значение здесь имеют:

- правильность концепции, на базе которой сформулировано исходное понятие;
- обоснованность отбора существенных признаков и связей отображаемого явления.

*Содержательность* отражает семантическую емкость, равную отношению количества семантической информации в сообщении к объему обрабатываемых данных, т.е.  $C = I_c / V_d$ .

С увеличением содержательности информации растет семантическая пропускная способность информационной системы (для получения одних и тех же сведений требуется преобразовать меньший объем данных).

## 2.4. Качество информации

**Достаточность (полнота)** означает, что она содержит минимальный, но достаточный для принятия правильного решения состав (набор показателей). Понятие полноты информации связано с ее смысловым содержанием (семантикой) и прагматикой. Как неполная, т.е. недостаточная для принятия правильного решения, так и избыточная информация снижает эффективность принимаемых пользователем решений.

**Доступность** восприятию обеспечивается выполнением соответствующих процедур ее получения и преобразования. Например, в информационной системе информация преобразовывается к доступной и удобной для восприятия пользователя форме (в частности, и путем согласования ее семантической формы с тезаурусом пользователя).

**Актуальность** информации определяется степенью сохранения ценности информации для управления в момент ее использования, зависит от динамики изменения ее характеристик и от интервала времени, прошедшего с момента возникновения данной информации.

**Своевременность** информации означает ее поступление не позже заранее назначенного момента времени, согласованного с временем решения поставленной задачи.

## 2.4. Качество информации

**Точность** информации определяется степенью близости получаемой информации к реальному состоянию объекта, процесса, явления и т.п.

Для информации, отображаемой цифровым кодом, известны четыре классификационных понятия точности:

- **формальная точность**, измеряемая значением единицы младшего разряда числа;
- **реальная точность**, определяемая значением единицы последнего разряда числа, верность которого гарантируется;
- **максимальная точность**, которую можно получить в конкретных условиях функционирования системы;
- **необходимая точность**, определяемая функциональным назначением показателя.

**Достоверность** информации определяется ее свойством отражать реально существующие объекты с необходимой точностью.

Измеряется достоверность информации доверительной вероятностью необходимой точности, т.е. вероятностью того, что отображаемое информацией значение параметра отличается от истинного значения этого параметра в пределах необходимой точности.

## 2.4. Качество информации

**Устойчивость** информации отражает ее способность реагировать на изменения исходных данных без нарушения необходимой точности. Устойчивость информации, как и репрезентативность, обусловлена выбранной методикой ее отбора и формирования.

Репрезентативность, содержательность, достаточность, доступность, устойчивость определяются на методическом уровне разработки информационных систем.

Актуальность, своевременность, точность и достоверность обуславливаются на методическом уровне, однако на их величину существенно влияет и характер функционирования системы (надежность).

Параметры актуальности и точности жестко связаны соответственно с параметрами своевременности и достоверности.

## **Заключение!!!**

## **Лекция № 2**

### **Часть 1. Вероятностные модели в задачах теории информации**

**1.1. Классификация сигналов с учетом неопределенности**

**1.2. Случайные события**

**1.3. Дискретная и непрерывная случайные величины**

### **Часть 2. Измерение информации**

**2.1. Информация и теории информации**

**2.2. Структурные меры информации**

**2.3. Меры информации. Единицы измерения**

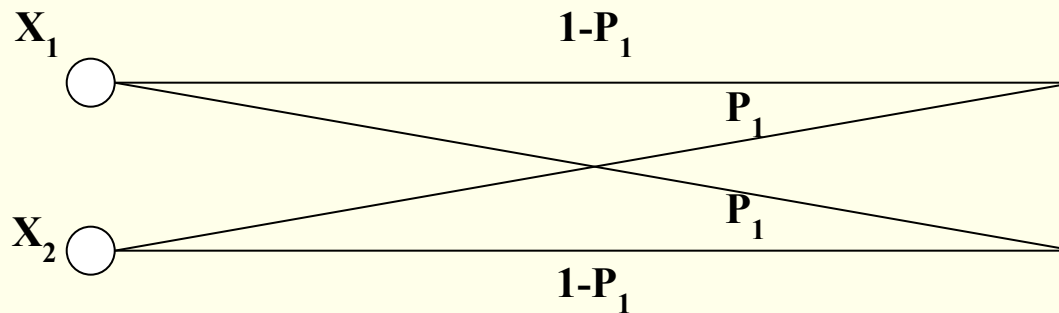
**2.4. Качество информации**

## Приложение

### 5.2. Характеристики каналов передачи информации с помехами

#### ПРИМЕР

1. Найти пропускную способность двоичного симметричного канала – канала с двухсимвольными входными и выходными алфавитами и одинаковыми вероятностями ошибок (см. рисунок)



если априорные вероятности появления входных символов

$$p(x_1) = p_1 = p, p(x_2) = p_2 = 1 - p$$

## 5.2. Характеристики каналов передачи информации с помехами

**РЕШЕНИЕ.** В соответствии с моделью канала условные вероятности

$$p\left(\frac{y_1}{x_2}\right) = p\left(\frac{y_2}{x_1}\right) = p_l, p\left(\frac{y_1}{x_1}\right) = p\left(\frac{y_2}{x_2}\right) = 1 - p_l$$

Пропускная способность канала  $C_k = \nu_B \max_{\{p\}} \{H(Y) - H(Y/X)\}$

Найдем энтропию шума  $H(X/Y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 p(x_i y_j) \log_2 1/p(y_j/x_i)$

По теореме умножения  $p(y_j, x_i) = p(x_i) p(y_j/x_i)$

следовательно,  $p(x_1 y_1) = p(1 - p_l) \quad p(x_2 y_1) = (1 - p) p_l$   
 $p(x_1 y_2) = p p_l \quad p(x_2 y_2) = (1 - p)(1 - p_l)$

Подставляя в формулу, получаем  $H(Y/X) = p_l \log_2 1/p_l + (1 - p_l) \log_2 1/(1 - p_l)$

Таким образом,  $H(Y/X)$  не зависит от распределения входного алфавита, следовательно,

$$C_k = \nu_k \max_{\{p\}} [H(Y)] - \nu_n H(Y/X)$$

## 5.1 Вероятностные модели каналов передачи информации

### Троичный канал

**Пример 1.** Дана матрица

$$P(X, Y) = \begin{vmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{vmatrix}, \quad \xi \in X, \quad \eta \in Y$$

**Определить:** распределения вероятностей на входе и на выходе канала, условное распределение вероятностей появления сигналов на выходе канала при фиксированном входе и на входе канала при фиксированном выходе канала.



## 5.1 Вероятностные модели каналов передачи информации

### Троичный канал

**Решение.** По формуле полной вероятности имеем:

$$P(x_1) = \sum_{j=1}^3 p(x_1, y_j) = \frac{3}{8},$$

$$P(x_2) = \frac{1}{4}, \quad P(x_3) = \frac{3}{8}, \quad P(y_1) = \sum_{i=1}^3 p(x_i, y_1) = \frac{3}{8}, \quad P(y_2) = \frac{1}{4}, \quad P(y_3) = \frac{3}{8}.$$

По теореме умножения

$$p(x_1 / y_1) = p(x_1 y_1) / p(y_1) = \frac{1}{3}, \quad p(x_1 / y_2) = \frac{1}{2}, \quad p(x_1 / y_3) = \frac{1}{3},$$

$$p(x_2 / y_1) = \frac{1}{3}, \quad p(x_2 / y_2) = 0, \quad p(x_2 / y_3) = \frac{1}{3},$$

$$p(x_3 / y_1) = \frac{1}{3}, \quad p(x_3 / y_2) = \frac{1}{2}, \quad p(x_3 / y_3) = \frac{1}{2}.$$

### 3. Пример с троичным каналом (с матрицей)

**Пример 1.** Дана матрица

$$P(X, Y) = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix} \quad \xi \in X, \eta \in Y$$

Определить:  $H(\xi)$ ,  $H(\eta)$ ,  $H_{\eta}(\xi)$ ,  $H_{\xi}(\eta)$ ,  $H(\xi, \eta)$ ,  $I(\xi, \eta)$ .

**Решение.** По формуле полной вероятности имеем:

$$P(x_1) = \sum_{j=1}^3 p(x_1, y_j) = \frac{3}{8}, \quad P(x_2) = \frac{1}{4}, \quad P(x_3) = \frac{3}{8}, \quad P(y_1) = \sum_{i=1}^3 p(x_i, y_1) = \frac{3}{8}, \quad P(y_2) = \frac{1}{4}, \quad P(y_3) = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Следовательно, } H(\xi) = \sum_{i=1}^3 p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)} = 1,57; \quad H(\eta) = \sum_{i=1}^3 p(y_i) \log_2 \frac{1}{p(y_i)} = 1,57.$$

### 3. Пример с троичным каналом (с матрицей)

По теореме умножения

$$p(x_1 / y_1) = p(x_1 y_1) / p(y_1) = \frac{1}{3}, \quad p(x_1 / y_2) = \frac{1}{2}, \quad p(x_1 / y_3) = \frac{1}{3},$$

$$p(x_2 / y_1) = \frac{1}{3}, \quad p(x_2 / y_2) = 0, \quad p(x_2 / y_3) = \frac{1}{3},$$

$$p(x_3 / y_1) = \frac{1}{3}, \quad p(x_3 / y_2) = \frac{1}{2}, \quad p(x_3 / y_3) = \frac{1}{2}.$$

Следовательно,

$$H_\eta(\xi) = \sum_{I=1}^3 \sum_{J=1}^3 p(x_i y_j) \log_2 \frac{1}{p(x_i / y_j)} = 1,43.$$

Аналогично

$$H_\xi(\eta) = 1,43; \quad H(\xi, \eta) = H(\xi) + H_\xi(\eta) = 3; \quad I(\xi, \eta) = H(\xi) - H_\eta(\xi) = 0,14.$$