Определение геометрической прогрессии. Формула *n*-го члена геометрической прогрессии.

Повторите материал на следующих слайдах

Определение

Арифметической	Геометрической
прогрессией	
$a_1, a_2, a_3, \ldots a_n, ..$	$b_1, b_2, b_3, \ldots b_n, \ldots$
называется последовательность,	
	отличных от нуля чисел
каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену,	
сложенному с одним и тем же числом.	умноженному на одно и то же число.

Определение

- Числовая последовательность

$a_1, a_2, a_3, \ldots a_n, \ldots$	$b_1, b_2, b_3, \ldots b_n, \ldots$

называется

арифметической	геометрической

если для всех натуральных n

выполняется равенство

$\boxed{a_{n+1} = a_n + d}$	$\boxed{b_{n+1} = b_n * q}$

$b_n \neq 0$

Геометрической прогрессией называется

числовая последовательность

$в_1, в_2, в_3 ....., в_n, ...$, если для всех натуральных n выполняется равенство

$$в_{n+1} = в_n * q$$

где q - некоторое число.

$в_n \neq 0$

$q_n \neq 0$

q – знаменатель геометрической прогрессии

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

Вывод

$$\boxed{d = a_{n+1} - a_n}$$

- d>0

  арифметическая прогрессия
  возрастающая
- d<0

  арифметическая прогрессия
  убывающая

$$\boxed{q = \frac{b_{n+1}}{b_n}}$$

- q > 1

  геометрическая прогрессия
  возрастающая
- 0 < q < 1

  геометрическая прогрессия
  убывающая

По определению геометрической прогрессии:

$$b_2 = b_1 * q$$

$$в_3 = в_{2+1} = в_2 * q = b_1 * q * q = b_1 * q^2$$

$$в_4 = в_{3+1} = в_3 * q = b_1 * q^2 * q = b_1 * q^3$$

— — — — — — — — — —

$$\boxed{b_n = b_1 * q^{n-1}}$$

Формула n-го члена

Формула n-го члена прогрессии

- Пусть заданы a_1 и d

$a_2=a_1+d$

$a_3=a_2+d=a_1+d+d=a_1+2d$

$a_4=a_3+d=a_1+3d$

…………………………….

$\boxed{a_n=a_1+(n-1)d}$

- Пусть заданы b_1 и q

$b_2= b_1*q$

$b_3= b_2*q= b_1*q*q=b_1*q^2$

$b_4=b_1*q^3$

……………………………………………………

$b_n= b_1* q^{n-1}$

Чтобы задать

арифметическую **геометрическую**

прогрессию, достаточно указать её

первый член и разность **первый член и знаменатель**

Свойство геометрической прогрессии:

Каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} * b_{n+1}}$$

Пример 1.

$$Дано: b_1 = 81, q = \frac{1}{3}$$

$$Найти: b_7$$

$$Решение$$

$$b_n = b_1 * q^{n-1}$$

$$b_7 = b_1 * q^{7-1} = \frac{81}{3^6} = \frac{3^4}{3^6} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$Ответ: \frac{1}{9}$$

Пример 2.

Доказать, что последовательность заданная формулой $b_n = 7^{2n}$, является геометрической прогрессией

Доказательство.

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

$$b_n = 7^{2n}$$

$$b_{n+1} = 7^{2(n+1)}$$

$$q=\frac{7^{2(n+1)}}{7^{2n}}=\frac{7^{2n+2}}{7^{2n}}=\frac{7^{2n}*7^{2}}{7^{2n}}=49$$

Т.к. частное не зависит от n значит последовательность является геометрической прогрессией.

Пример 3.

$$Дано: b_1 = 2, b_2 = 6, b_n = 486$$

$$Найти: n$$

Решение

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$b_n = b_1 * q^{n-1}$$

$$486 = 2 * 3^{n-1}$$

$$243 = 3^{n-1}$$

$$3^5 = 3^{n-1}$$

$$n - 1 = 5$$

$$n = 6$$

$$Ответ: 6$$

Задание 1.

Дано: (b_n) - геометрическая прогрессия

$b_1 = 5$ $q = 3$

Найти: b_3 ; b_5.

Решение: используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$

$b_3 = b_1 q^2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$

$b_5 = b_1 q^4 = 5 \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405$

Ответ: *45; 405*.

Решение

Задание 2.

Дано: (b_n) - геометрическая прогрессия

$b_4 = 40 \quad q = 2$

Найти: b_1.

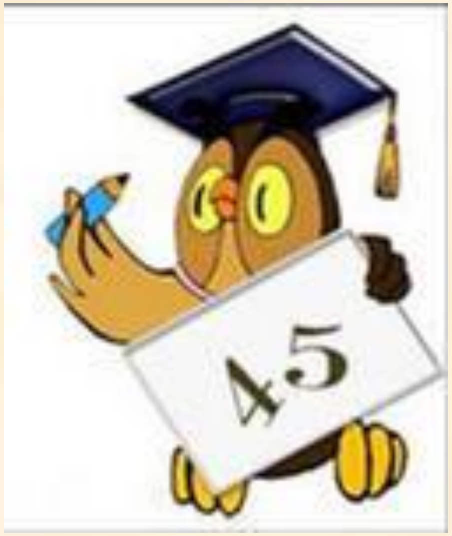
Решение: используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$

$b_4 = b_1 q^3\ ;\ b_1 = b_4 : q^3 = 40 : 2^3 = 40 : 8 = 5$

Ответ: *5*.

Решение

Задание 3.



Дано: (b_n) - геометрическая прогрессия

$b_1 = -2, \quad b_4 = -54.$

Найти: q.

Решение: используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$

$b_4 = b_1 q^3$; $-54 = (-2)\, q^3$; $\quad q^3 = -54 : (-2) = 27$;

$q = 3$

Ответ: *3*.

Решение

Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{в_n \cdot q - b_1}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{в_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Домашнее задание:

- Повторите материал по теме, выпишите и выучите формулы на слайде 18, решите № 627(а, б), №648, № 650(а, б)