Теория вероятности ЕГЭ-2022 (задание №10)

Выполнила Петренко Н.В., учитель математики МБОУ СОШ №7, региональный тьютор

ст.Воронежской, Усть-Лабинского р-на

Задание №2

$$\boxed{P(A)=\frac{m}{n}=\frac{\text{то, что в вопросе}}{\text{сколько всего}}}$$

$\boxed{m}$ число благоприятных **исходов**

$\boxed{n}$ общее число **исходов**

Что такое исход и чем задание №10 отличается от задания №2?

Задание №10

Элементарные события (исходы) – простейшие события, которыми может окончится случайный опыт.

Сумма вероятностей всех исходов случайного опыта <u>всегда</u> равна 1

Исходы случайного опыта могут быть:

Совместные события – это исходы, которые могут наступить в одном случайном опыте.

Несовместные события – это исходы, которые не наступают в одном случайном опыте.

Независимые (зависимые) – это исходы, наступление которых не зависят (зависят) друг от друга в нескольких случайных опытах.

Противоположные:

$\boxed{\overline{A}}$ называется **противоположным событию А**, если состоит из тех и только тех элементарных исходов, **которые не входят в А.**

Задание №10

Введем некоторые обозначения

$\boxed{A \cup B}$ (объединение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **хотя бы одному из событий А или В**

$\boxed{A \cap B}$ (пересечение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **обоим событиям А и В.**

$\boxed{\overline{A}}$ называется **противоположным событию А**, если состоит из тех и только тех элементарных исходов, **которые не входят в А.**

Задание №*10 (*дополнительные формулы*)*

1. Формула сложения для несовместных событий:

$$P\left(A \cup B\right) = P\left(A\right) + P\left(B\right)$$

2. Формула умножения вероятностей независимых событий:

$$P\left(A \cap B\right) = P\left(A\right) \cdot P\left(B\right)$$

3. Вероятности противоположных событий:

$$P\left(A\right) + P\left(\overline{A}\right) = 1 \qquad P\left(\overline{A}\right) = 1 - P\left(A\right)$$

4. Формула сложения вероятностей совместных:

$$P\left(A \cup B\right) = P\left(A\right) + P\left(B\right) - P\left(A \cap B\right)$$

Задание №*10* (дополнительные формулы)

Формула вероятности <u>k</u> успехов в серии из <u>n</u> испытаний Бернулли:

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

<u>p</u> – вероятность успеха

<u>q</u>=1-p вероятность неудачи в одном испытании

Пример 1

Игральная кость подбрасывается один раз, какова вероятность того, что выпадет «2» **или** «3»?

<u>ИЛИ = «+»</u>

$$P(\text{"2"}) = \frac{1}{6} \qquad\qquad P(\text{"3"}) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{"2" }\mathit{или}\text{ "3"}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\boxed{\frac{1}{3}}$$

Пример 2

Игральная кость подбрасывается два раза, какова вероятность того, что выпадет на первой выпадет «2» **и** на второй выпадет «3»?

И = «·»

$$P("2") = \frac{1}{6}$$

$$P("3") = \frac{1}{6}$$

$$P("2" \text{ и } "3") = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\boxed{\frac{1}{36}}$$

Пример 3

Игральная кость подбрасывается 3 раза, какова вероятность того, что 6 появится хотя бы раз?

Исходы, которые влияют на решение задачи:

666 66Н 6Н6 Н66 НН6 Н6Н 6НН | ННН

Благоприятные события

Противоположное событие

$$P(\overline{A}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\boxed{\frac{91}{216}}$$

Пример 4

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе <u>останется в обоих автоматах</u>.

$$\left.\begin{aligned} A &= \{\text{кофе закончится в первом автомате}\} \\ B &= \{\text{кофе закончится во втором автомате}\} \end{aligned}\right\rangle 0,35$$

$$P(\text{"Кофе закончится в обоих автоматах"}) = P(A \cap B) = 0,12$$

$$A \cup B = \{\text{закончится хотя бы в одном (A или B)}\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,35 + 0,35 - 0,12 = 0,58$$

$$P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - 0,58 = 0,42$$

Ответ:

1 Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Вероятность попадания = 0,8

Вероятность промаха = 1 - 0,8 = 0,2

A={**попал, попал, попал**, **промахнулся, промахнулся**}

По формуле умножения вероятностей:

$$P(A)= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2$$

$$P(A)= 0,512 \cdot 0,04 = 0,02048 \approx 0,02$$

Ответ:

2 Биатлонист 8 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,65. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последние четыре промахнулся. Результат округлите до сотых.

Вероятность попадания = 0,65

Вероятность промаха = 1 - 0,65 = 0,35

A={**попал, попал, попал**, **попал, промах., промах., промах., промах.,**}

По формуле умножения вероятностей

$P(A)= 0{,}65 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2$

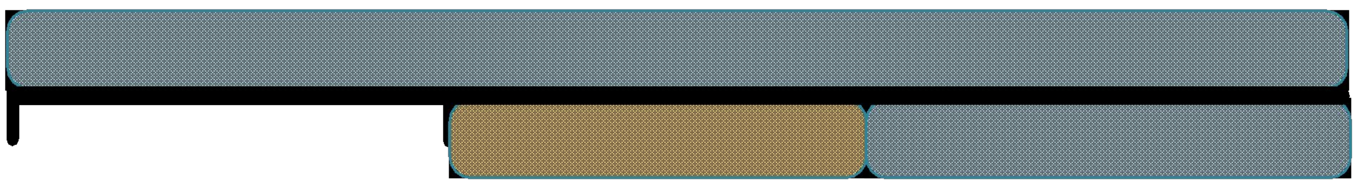
$P(A)= 0{,}17850625 \cdot 0{,}0016 = 0{,}00028561 \approx 0$

Ответ:

3 Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,8. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

A={тостер прослужит больше года}

B={тостер прослужит больше двух лет}



C={тостер прослужит больше года, меньше двух лет}

$$P(A) = P(C) + P(B)$$

$$0,94 = P(C) + 0,8$$

$$P(C) = 0,94 - 0,8$$

Ответ:

4 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

A={купленное яйцо из I хозяйства} **B**={купленное яйцо из II хозяйства}

$$P(A)=x \qquad P(B)=P(\overline{A})=1-x$$

P(C)=«Купленное яйцо высшей категории»:

Куплено в I хозяйстве **и** ВК **или** куплено во II хозяйстве **и** ВК

$$P(C)=x\cdot 0{,}4+(1-x)\cdot 0{,}2$$

$$0{,}35=x\cdot 0{,}4+(1-x)\cdot 0{,}2$$

Ответ:

5 Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент получит не менее 70 баллов по математике равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Вероятность поступления на только лингвистику

$$P(A)= 0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}5=0{,}168$$

Вероятность поступления на только коммерцию

$$P(B)= 0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}5=0{,}072$$

Вероятность поступления на обе специальности

$$P(C)= 0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}5=0{,}168$$

$$P=P(A)+P(B)+P(C)=$$
$$=0{,}168+0{,}072+0{,}168=0{,}408$$

Чтобы поступить на «Лингвистика» **или** «Коммерция» необходимо:

Сдать «Математика» **и** «Русский язык» **и** («Ин. язык» **или** «Обществознание»)

совместные

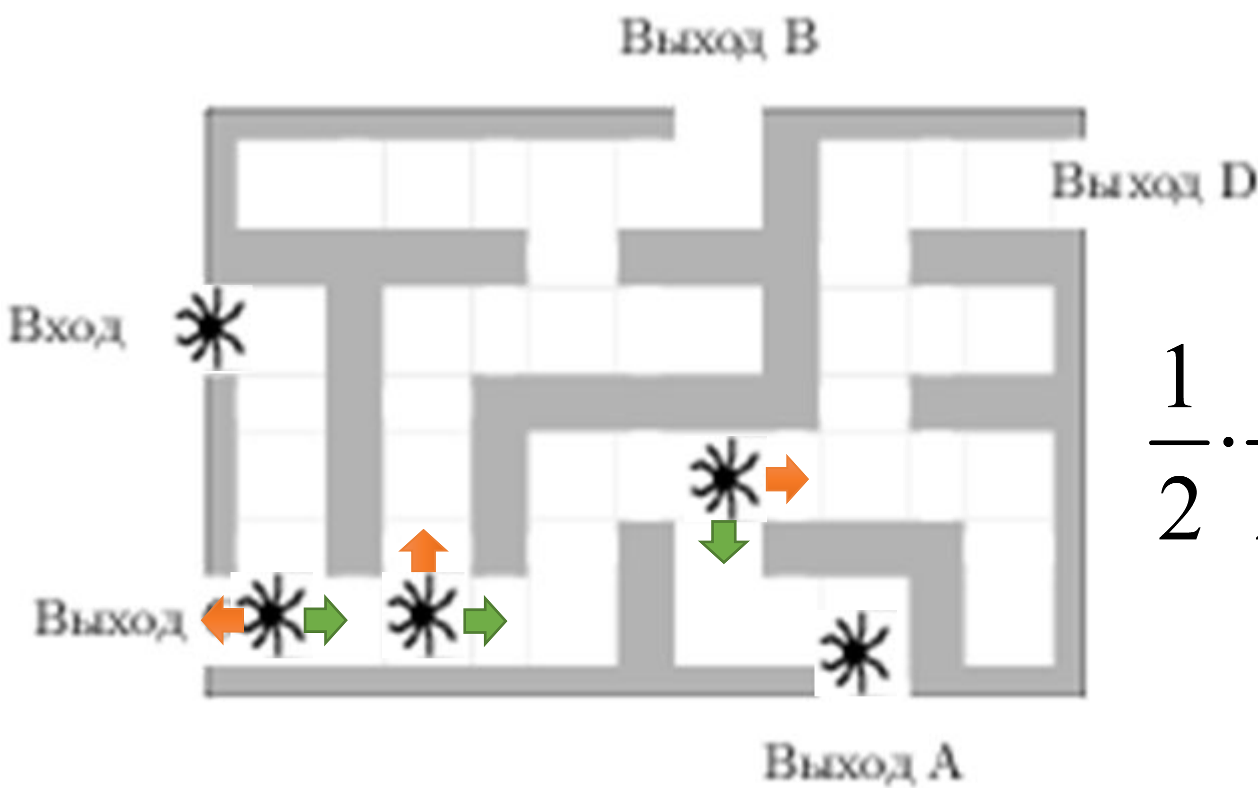
$$P(К+Л)= P(М)\cdot P(Р) \cdot(P(И)+ P(О))$$

$$P(К+Л)= P(М)\cdot P(Р) \cdot(P(И)+ P(О)-P(И) \cdot P(О))$$

$$\mathbf{P(К+Л)= 0{,}6\cdot 0{,}8 \cdot(0{,}7+ 0{,}5-0{,}7 \cdot 0{,}5)}$$

Ответ:

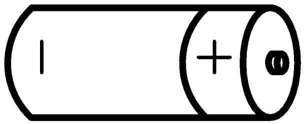
6 На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу А .



$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

Ответ:

7 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.



исправная	и	забракует	или	неисправная	и	забракует
0,99	*	0,04	+	0,01	*	0,95

Ответ:

8 В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью **0,7** погода завтра будет такой же, как и сегодня. 6 сентября погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 9 сентября в Волшебной стране будет отличная погода.

p=**0,7** –погода не изменится	q=1-0,7=**0,3** – погода изменится

6.09→ 7.09→ 8.09→ 9.09

Х → Х → Х → О

0,7 и 0,7 и 0,3 **или**

Х → Х → О → О

0,7 и 0,3 и 0,7 **или**

Х → О → О → О

0,3 и 0,7 и 0,7 **или**

Х → 0 → Х → О

0,3 и 0,7 и 0,3

P(A)=

$0,7\cdot 0,7\cdot 0,3+$

$+0,7\cdot 0,3\cdot 0,7+$

$+0,3\cdot 0,7\cdot 0,7+$

$+0,3\cdot 0,7\cdot 0,3=$

Ответ:

9

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Ф/1	**ОР**	**ОР**	**ОР**	**ОР**	**РО**	**РО**	**РО**	**РО**
Ф/2	**ОР**	**ОР**	**РО**	**РО**	**ОР**	**ОР**	**РО**	**РО**
Ф/3	**ОР**	**РО**	**ОР**	**РО**	**ОР**	**РО**	**ОР**	**РО**

О – орел (первый)
Р – решка (второй)

$$P(A)=\frac{3}{8}=0,375$$

Ответ:

10 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только второю и последнюю игры.

+ - команда «Стартер» начинает первым.

1 игра	2 игра	3 игра
+	+	+
+	+	-
+	-	+
-	-	-
-	+	+
-	-	+
-	+	-
+	-	-

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Ответ:

11 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

P(выигрыш)=0,2 P(проигрыш)=0,2 P(ничья)=1-0,2-0,2=0,6

	I	**II**	**III**
1 игра	выиграет (5)	ничья (3)	выиграет (5)
2 игра	выиграет (5)	выиграет (5)	ничья (3)
	P(I)=0,2·0,2=0,04	**P(II)=0,6·0,2=0,12**	**P(III)=0,2·0,6=0,12**

P=0,04+0,12+0,12=0,28

Ответ:

12 Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 6 очков.

	1	2	3	4	5	6
1	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:5
2	2:1	2:2	2:3	2:4	2:5	2:6
3	3:1	3:2	3:4	3:5	3:6	3:6
4	4:1	4:2	4:3	4:4	4:5	4:6
5	5:1	5:2	5:3	5:4	5:5	5:6
6	6:1	6:2	6:3	6:4	6:5	6:6

$$P = \frac{1}{5}$$

Ответ:

12 Игральную кость бросают до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысит число 3. Какова вероятность того, что для этого потребуется ровно три броска? Ответ округлите до сотых.

	1 бросок	2 бросок	3 бросок больше 3
1 случай	1	1	2,3,4,5,6
2 случай	1	2	1,2,3,4,5,6
3 случай	2	1	1,2,3,4,5,6

$$P_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$$

$$P_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$$

$$P_3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{17}{216} \approx 0,08$$

Ответ:

12 Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 1 и 2 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 1 и 2 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

	1	2	3	4	5	6
1	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:5
2	2:1	2:2	2:3	2:4	2:5	2:6
3	3:1	3:2	3:4	3:5	3:6	3:6
4	4:1	4:2	4:3	4:4	4:5	4:6
5	5:1	5:2	5:3	5:4	5:5	5:6
6	6:1	6:2	6:3	6:4	6:5	6:6

	1	1	1	2	2	2
1	1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
1	1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
1	1:1	1:1	1:1	1:2	1:2	1:2
2	2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2
2	2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2
2	2:1	2:1	2:1	2:2	2:2	2:2

n=20, m=2

$$P = \frac{2}{20}$$

Ответ:

Сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{10}^{7} = \frac{10!}{7!(10-7)!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot \cancel{7\cdot \ldots \cdot 1}}{\cancel{7\cdot 6\cdot \ldots 1}\cdot 3\cdot 2\cdot 1} =$$

$$= \frac{\cancel{10}\cdot \cancel{9}\cdot 8}{\cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot 1} = 5\cdot 3\cdot 8 = 120$$

13 Симметричную монету бросают 11 раз. Во сколько раз вероятность события "выпадет ровно 5 орлов" больше вероятности события "выпадет ровно 4 орла"?

p=0,5 1-p=0,5

A = {выпадет ровно 5 орлов} B = {выпадет ровно 4 орла}

Схема Бернулли

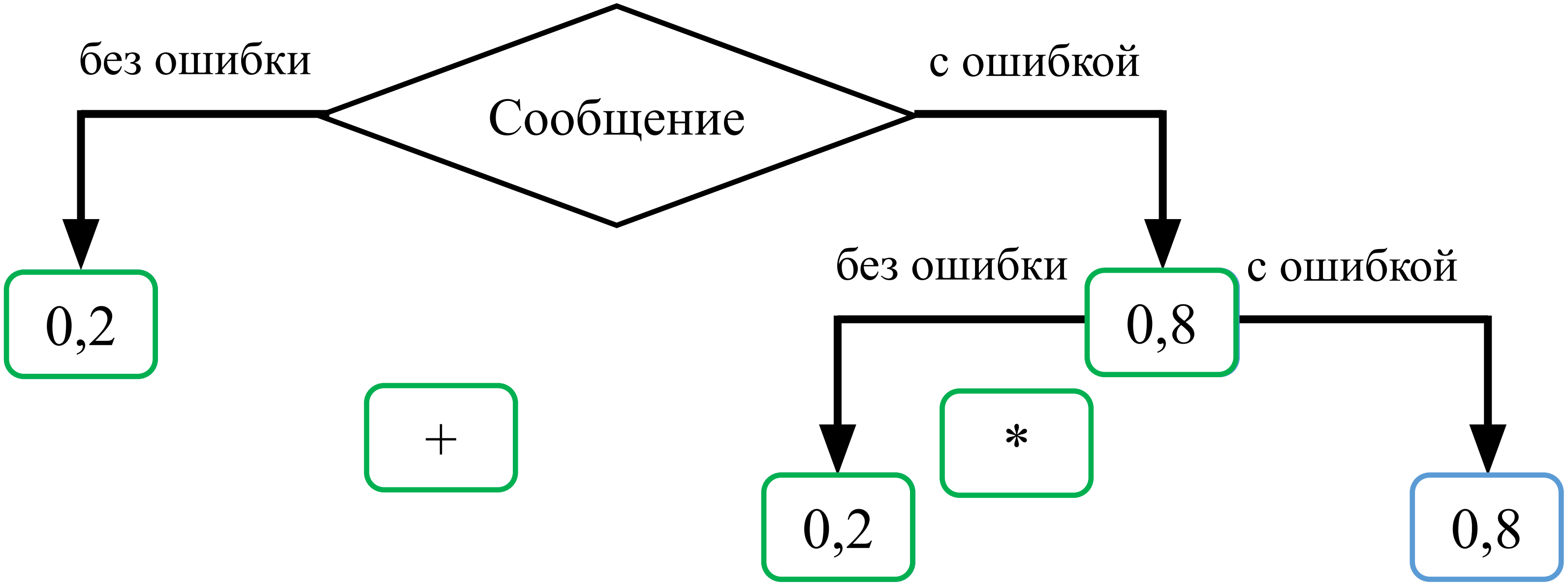
$$P_{11}(5) = C_{11}^{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{6} = \frac{11 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 1}{5 \cdot \ldots 1 \cdot 6 \ldots 1} \cdot \frac{1}{2^{11}}$$

$$P_{11}(4) = C_{11}^{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7} = \frac{11 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 1}{4 \cdot \ldots 1 \cdot 7 \ldots 1} \cdot \frac{1}{2^{11}}$$

$$\frac{P_{11}(5)}{P_{11}(4)} = \frac{\dfrac{\cancel{11 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 1}}{5 \cdot \ldots 1 \cdot 6 \ldots 1} \cdot \cancel{\dfrac{1}{2^{11}}}}{\dfrac{\cancel{11 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 1}}{4 \cdot \ldots 1 \cdot 7 \ldots 1} \cdot \cancel{\dfrac{1}{2^{11}}}} = \frac{4 \cdot \ldots 1 \cdot 7 \ldots 1}{5 \cdot \ldots 1 \cdot 6 \ldots 1} = \frac{7}{5}$$

Ответ:

14 Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

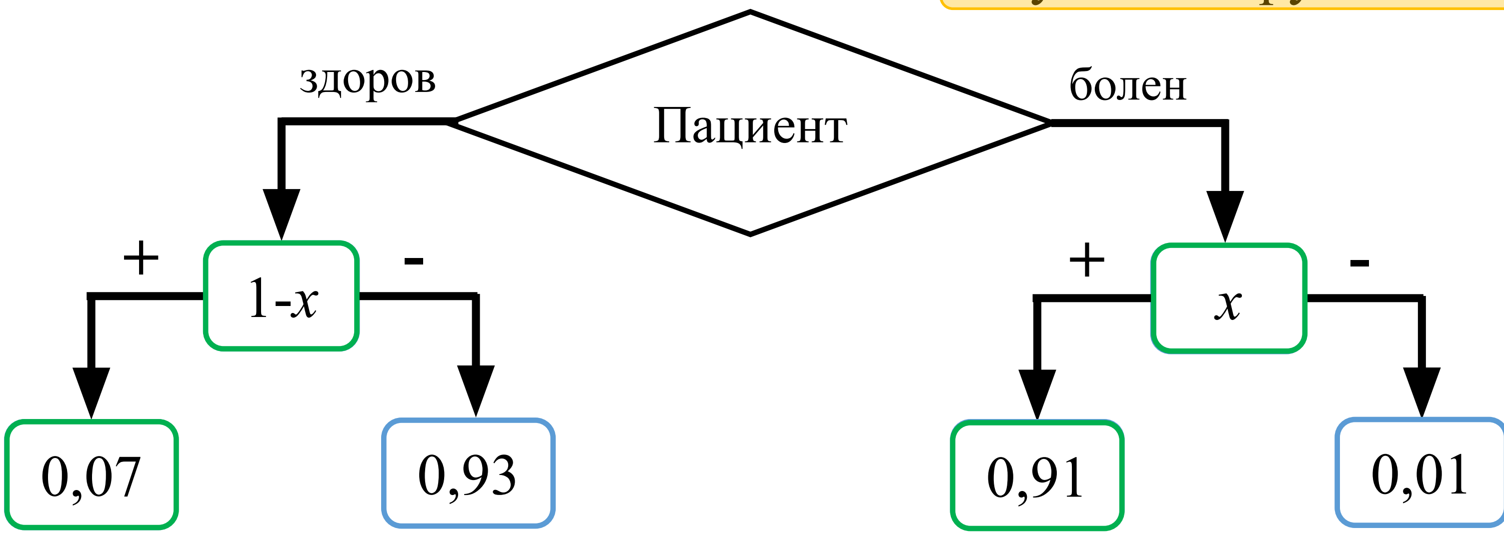


сообщение отправится с первого раза **или** в первый раз сообщение не будет отправлено **и** будет отправлено во второй раз

$$P=0,2+0,8\cdot 0,2=0,36$$

Ответ:

14 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91% случаев. Если заболевание нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание? Результат округлите до сотых.



здоров **и** «+» **или** болен **и** «+»

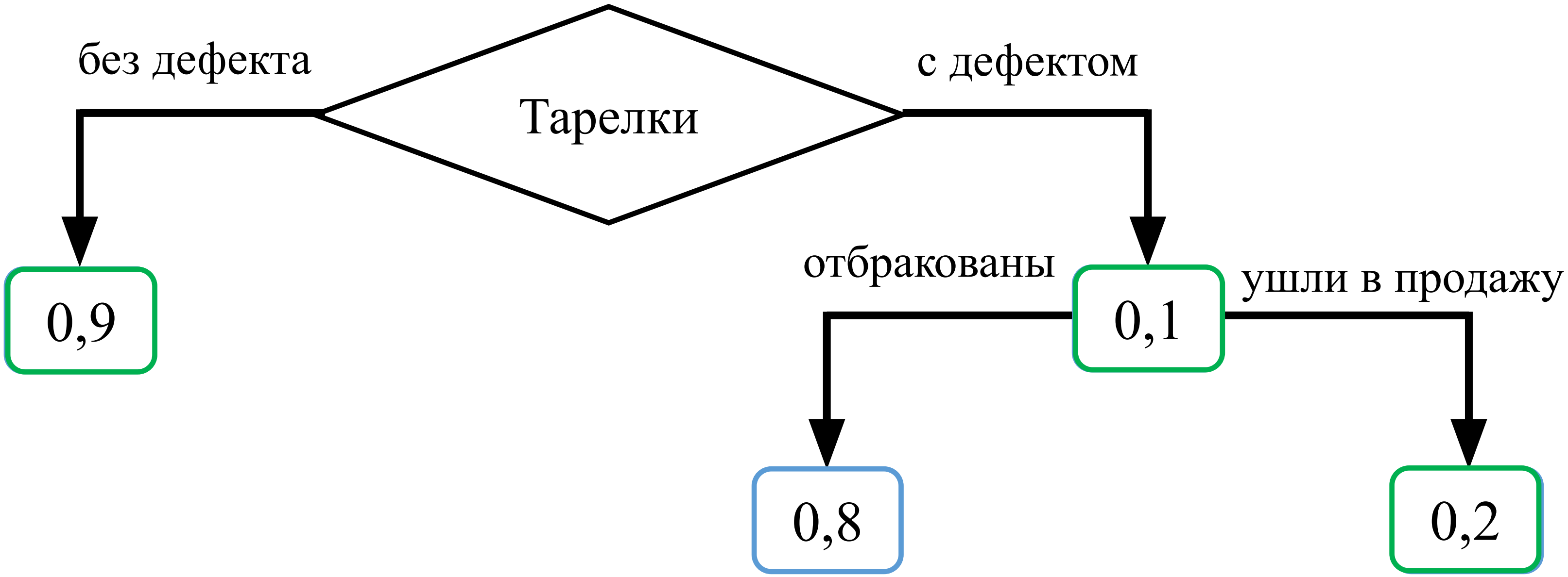
$$0,07(1-x)+0,91x=0,1$$

$$0,84x=0,03$$

$$x\approx 0,04$$

Ответ:

15 На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.



В продажу ушли: без дефекта **или** с дефектом **и** ушли в продажу

$$P=\frac{0,9}{0,9+0,1\cdot 0,2}=\frac{0,9}{0,92}\approx 0,98$$

Ответ:

15 Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придется купить еще 2 или 3 шоколадных яйца?

1) По условию покупка одного яйца не принесет Маше принцессу нового вида, то есть вероятность того, что Маша получит такую же принцессу, как у нее уже есть, равна **0,2**, соответственно, вероятность того, что при покупке одного яйца Маша **НЕ** получит такую же принцессу, как у нее уже есть, равна **0,8** .

2) Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке второго Киндер-сюрприза, если в первом купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а во втором отличная от уже имеющихся.

$P_1 = 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}16$

3) Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке третьего Киндер-сюрприза, если в первом и втором купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а в третьем отличная от уже имеющихся.

$P_2 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}032$

4) Тогда вероятность получить новую принцессу при покупке второго **ИЛИ** третьего Киндер-сюрприза равна:

$P = P_1 + P_2 = 0{,}16 + 0{,}032 = 0{,}192$

Ответ:

- Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке второго Киндер-сюрприза, если в первом купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а во втором отличная от уже имеющихся.
- P_1=0,2·0,8=0,16

- Маша получит принцессу, отличную от тех, что у нее есть при покупке третьего Киндер-сюрприза, если в первом и втором купленном яйце будет такая же принцесса, как у нее есть, а в третьем отличная от уже имеющихся.
- $p_2 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}032$
- Тогда вероятность получить новую принцессу при покупке второго **ИЛИ** третьего Киндер-сюрприза равна
- $p = p_1 + p_2 = 0{,}16 + 0{,}032 = 0{,}192$