

## Актуализация опорных знаний

$$ax^2 + bx + c = 0$$

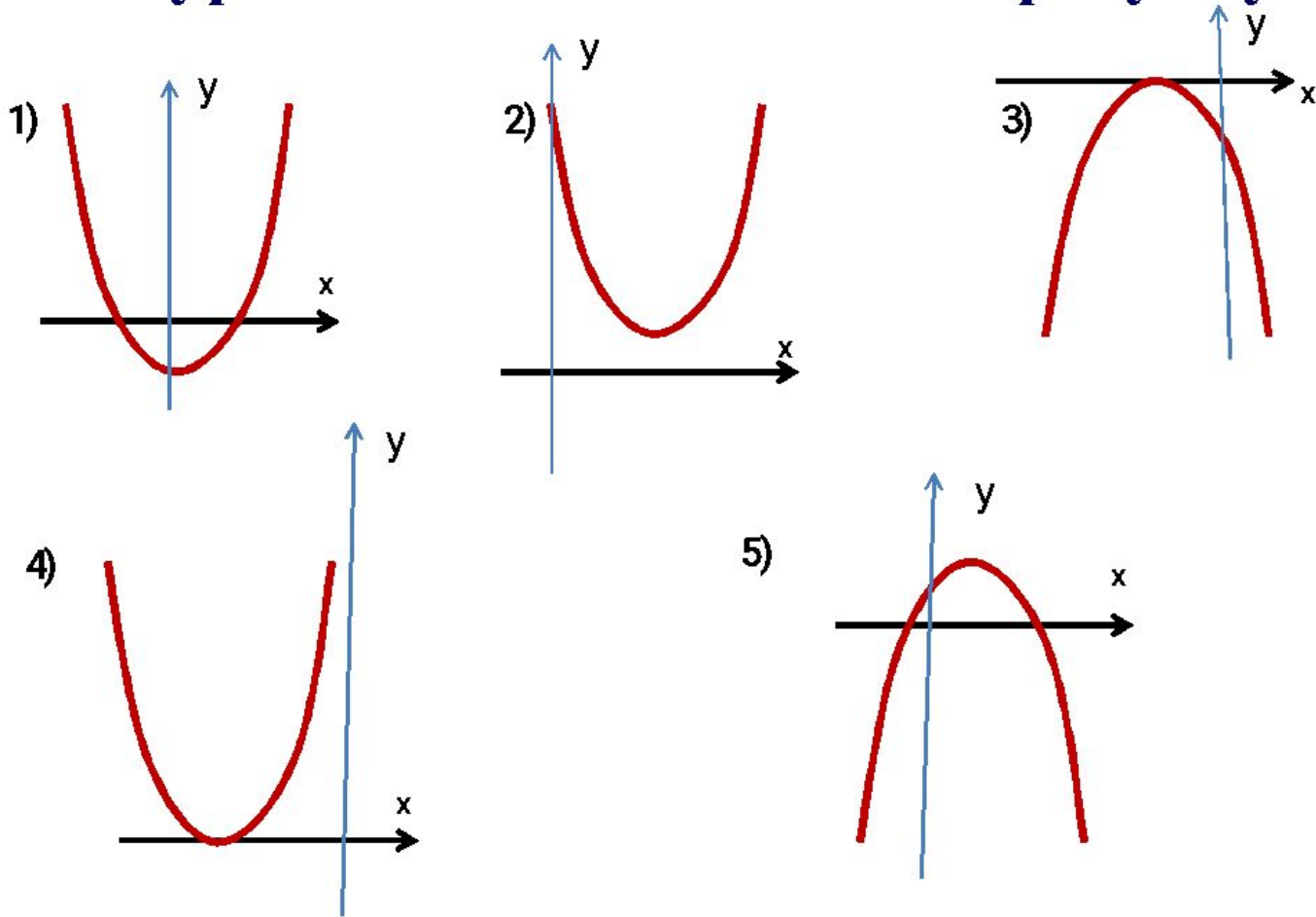
$$ax^2 + bx + c$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

где  $x$  – переменная,  
 $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа,  
причем  $a \neq 0$

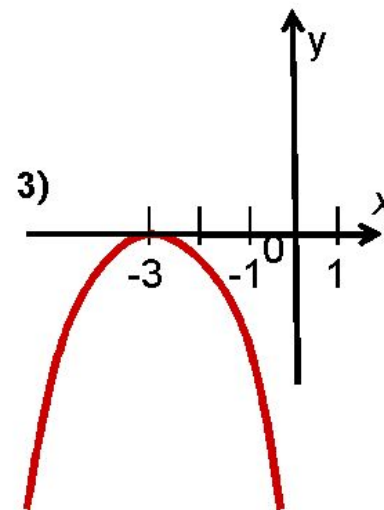
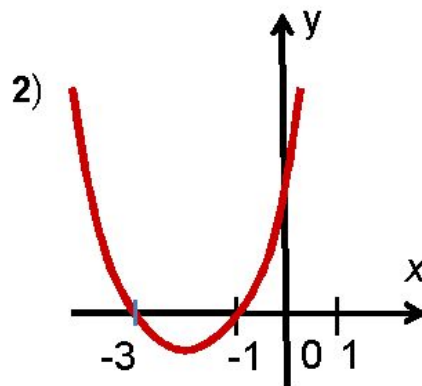
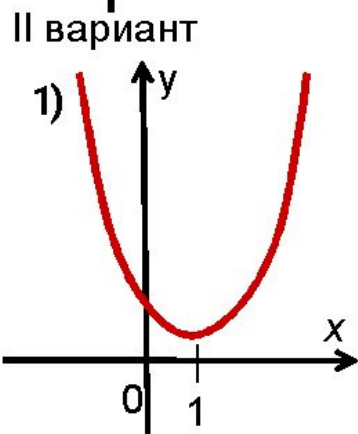
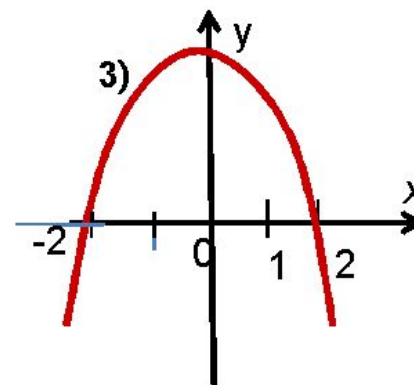
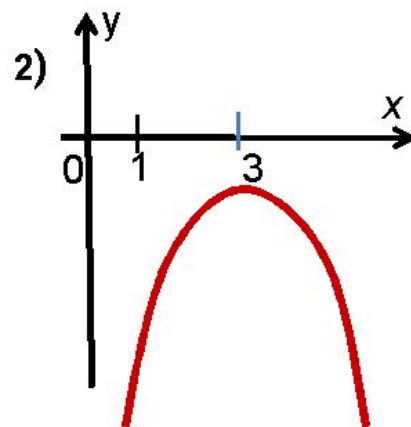
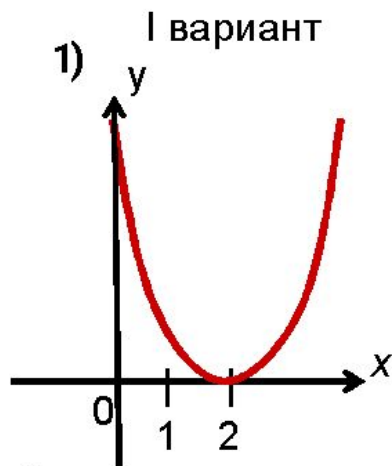
# Устно:

Найдите знак коэффициента  $a$  и число корней уравнения  $ax^2+bx+c=0$  по рисунку.



# Устно:

Найдите промежутки знакопостоянства



28.03.2019

Тема урока:

# Неравенства

Алгоритмы решения неравенств второй степени с одной переменной.

*Урок алгебры  
в 9 классе.*

# Неравенства второй степени с одной переменной

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

# Определение неравенства второй степени с одной переменной

## Неравенства вида

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ и } ax^2 + bx + c < 0,$$
$$(ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0)$$

где  $x$  – переменная,  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа и  $a \neq 0$ , называют неравенствами второй степени с одной переменной.

# Решение неравенств второй степени с одной переменной

## Решение неравенства

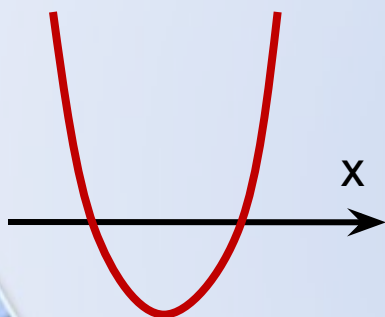
$$ax^2 + bx + c > 0 \quad \text{или} \quad ax^2 + bx + c < 0$$

$$(ax^2 + bx + c \geq 0 \quad \text{или} \quad ax^2 + bx + c \leq 0)$$

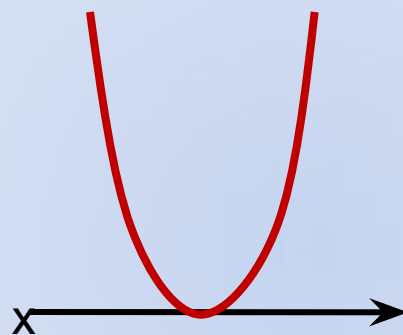
можно рассматривать как нахождение промежутков знакопостоянства (промежутков в которых функция  $y = ax^2 + bx + c$  принимает положительные или отрицательные значения).

Для этого достаточно проанализировать, как расположен график функции  $y = ax^2 + vx + c$  в координатной плоскости: куда направлены ветви параболы и пересекает ли парабола ось  $x$ .

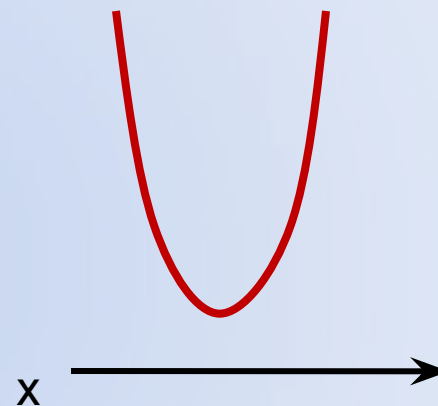
$D > 0$



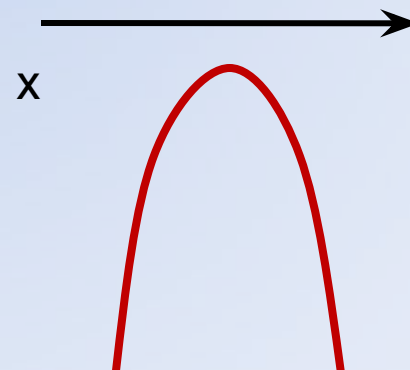
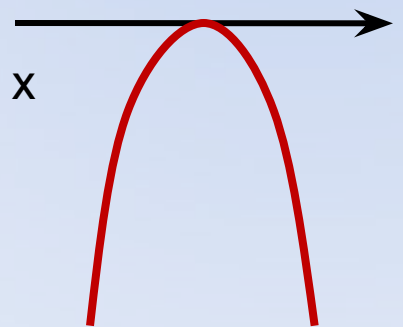
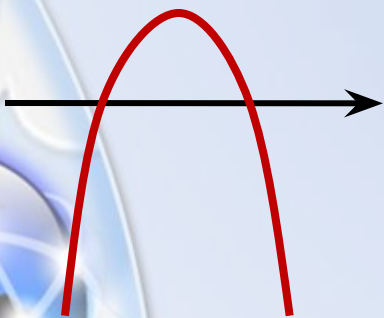
$D = 0$



$D < 0$



$a > 0$



$a < 0$

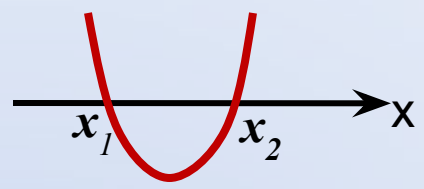


1

$D > 0$

1)  $ax^2 + vx + c > 0$

2)  $ax^2 + vx + c < 0$



$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

$(x_1; x_2)$

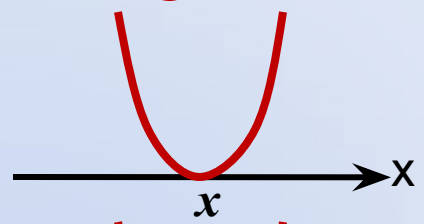
2

$a > 0$

$D = 0$

1)  $ax^2 + vx + c > 0$

2)  $ax^2 + vx + c < 0$



$(-\infty; x) \cup (x; +\infty)$

*решений нет*

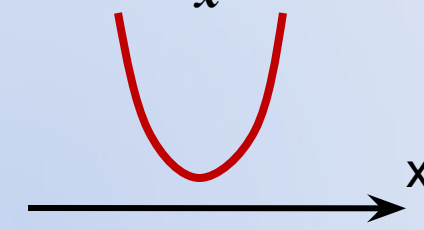
*x – любое число*

3

$D < 0$

1)  $ax^2 + vx + c > 0$

2)  $ax^2 + vx + c < 0$



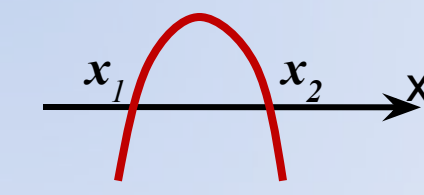
*решений нет*

4

$D > 0$

1)  $ax^2 + vx + c > 0$

2)  $ax^2 + vx + c < 0$



$(x_1; x_2)$

$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

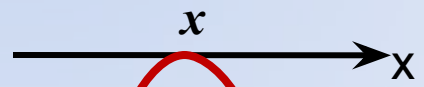
5

$a < 0$

$D = 0$

1)  $ax^2 + vx + c > 0$

2)  $ax^2 + vx + c < 0$



*решений нет*

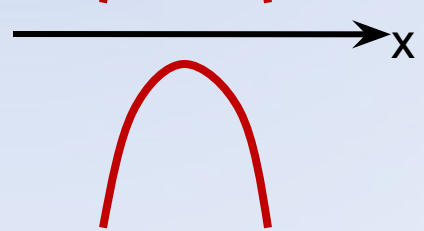
$(-\infty; x) \cup (x; +\infty)$

6

$D < 0$

1)  $ax^2 + vx + c > 0$

2)  $ax^2 + vx + c < 0$



*решений нет*

*x – любое число*

# Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

Решение неравенств второй степени с одной переменной можно рассматривать как нахождение промежутков знакопостоянства квадратичной функции.

- найти дискриминант квадратного трёхчлена  $ax^2 + bx + c$  и выяснить, имеет ли трёхчлен корни (найти нули функции);
- на оси  $x$  отмечают корни, если они есть, и проводят схематически параболу с учётом направления её ветвей;
- находят на оси  $x$  промежутки, для которых точки параболы расположены выше (если решают неравенство со знаком  $>$  или  $\geq$ ) или ниже оси  $x$  (если решают неравенство со знаком  $<$  или  $\leq$ )

# Решите неравенство

$$x^2 + 4x - 12 > 5x$$

РЕШЕНИЕ

$$x^2 + 4x - 12 - 5x > 0$$

$$x^2 - x - 12 > 0$$

Пусть  $y = x^2 - x - 12$

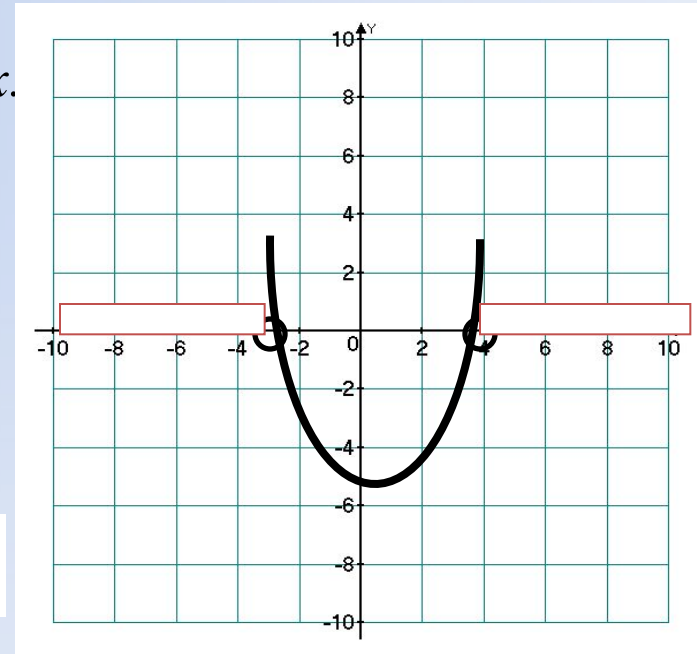
$a=1$ , значит ветви параболы направлены вверх.

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49, 49 > 0$$

$$x_1 = \frac{1-7}{2} = -3, x_2 = \frac{1+7}{2} = 4$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$$



## Решить неравенство

$$5x^2+9x-2>0$$

Введем функцию

$$y=5x^2+9x-2$$

$a>0$ , ветви параболы  
направлены вверх

Найдем нули функции ( $y=0$ )

$$y=5x^2+9x-2$$

$$x_1 = 1/5; x_2 = -2$$

Отметим точки

$x_1 = 1/5; x_2 = -2$  на оси  $Ox$

Изобразим схематически график функции

$$y=5x^2+9x-2$$

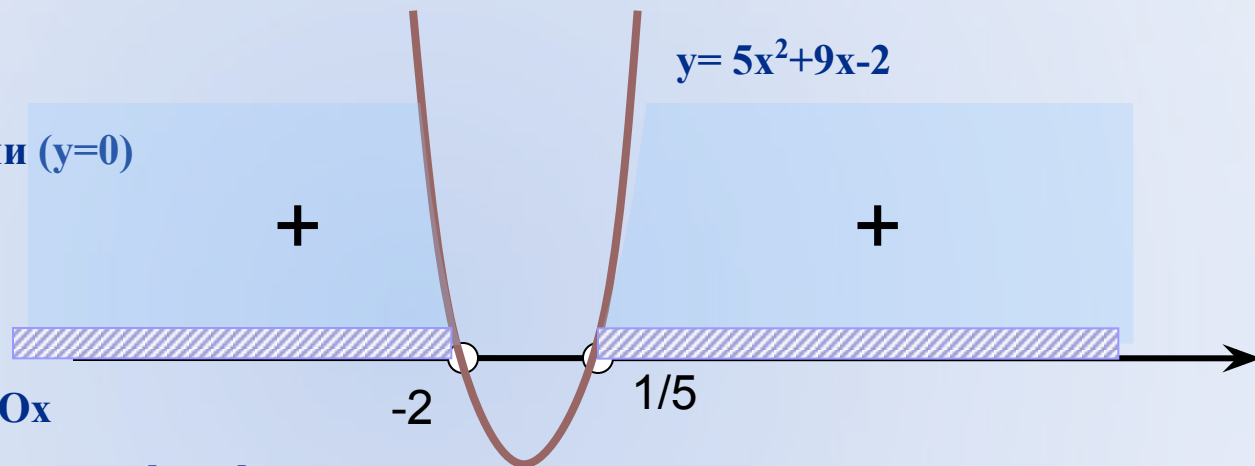
Найдем промежутки, в которых  $y>0$  (имеет знак +)

Заштрихуем эти промежутки

$y>0$  на промежутках  $(-\infty; -2) \cup (1/5; +\infty)$

$$5x^2+9x-2 \geq 0$$

**Ответ:**  $(-\infty; -2] \cup [1/5; +\infty)$



**Ответ:**  $(-\infty; -2) \cup (1/5; +\infty)$

## Решить неравенство

$$-5x^2+9x+2>0$$

Введем функцию

$$y = -5x^2+9x+2$$

$a<0$ , ветви параболы  
направлены вниз

Найдем нули функции ( $y=0$ )

$$y = -5x^2+9x+2$$

$$x_1 = -1/5; x_2 = 2$$

Отметим точки

$$x_1 = -1/5; x_2 = 2 \text{ на оси } O_x$$

Изобразим схематически график  
функции  $y = -5x^2+9x+2$

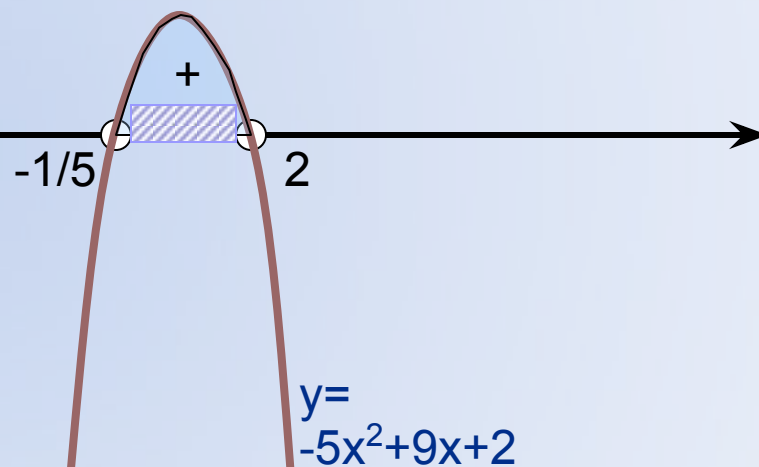
Найдем промежутки, в которых  $y>0$   
(имеет знак +)

Заштрихуем этот промежуток

$$y>0 \text{ на промежутке } (-1/5; 2)$$

$$-5x^2+9x+2\geq 0$$

**Ответ:**  $[-1/5; 2]$



**Ответ:**  $(-1/5; 2)$

# Заполним таблицу:

Алгоритм решения квадратного неравенства	$x^2 - 9 > 0$	$x^2 - 8x + 15 \leq 0$	$-x^2 + 6x - 9 > 0$
Введите функцию			
Определите значение коэффициента <b>a</b> и укажите направление ветвей параболы, являющейся графиком соответствующей квадратичной функции			
Найдите нули функции, если они есть ( значение D и корни уравнения, если они есть)			
Изобразите эскиз графика соответствующей квадратичной функции, используя полученные нули функции (если они есть), с учетом направления ветвей			
Выберите промежутки, в которых функция принимает значения соответствующие данному квадратному неравенству, и запишите ответ			

# Проверь себя:

<p><b>Алгоритм решения квадратного неравенства</b></p>	$x^2 - 9 > 0$	$x^2 - 8x + 15 \leq 0$	$-x^2 + 6x - 9 > 0$
<p>Введите функцию</p>	$y = x^2 - 9$	$y = x^2 - 8x + 15$	$y = -x^2 + 6x - 9$
<p>Определите значение коэффициента <b>a</b> и укажите направление ветвей параболы, являющейся графиком соответствующей квадратичной функции</p>	<p><math>a = 1</math>, ветви параболы - вверх</p>	<p><math>a = 1</math>, ветви параболы - вверх</p>	<p><math>a = -1</math>, ветви параболы - вниз</p>
<p>Найдите нули функции, если они есть ( значение D и корни уравнения, если они есть)</p>	$x_1 = -3; x_2 = 3$	$x_1 = 3; x_2 = 5$	$x = 3$
<p>Изобразите эскиз графика соответствующей квадратичной функции, используя полученные нули функции (если они есть), с учетом направления ветвей</p>			
<p>Выберите промежутки, в которых функция принимает значения соответствующие данному квадратному неравенству, и запишите ответ</p>	$(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ ;	$[3; 5]$	<p><b>решений нет</b></p>


# Рефлексия.

**Я всё понял(а).**


**Я понял(а),  
НО НЕ ВСЁ**

**Мне многое  
было  
непонятно**





***ДОМОЙ: № 304 (б, г, е, з),  
№ 306 (б, в),  
№ 308 (б, г).***



**Итоги урока.  
Какую цель мы  
ставили?**

**Достигли мы цели?  
Что нам помогло?**