

Лекция 24

5. Оптика

5.2. Волновая оптика

Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Зоны Френеля. Прямолинейность распространения света.

Дифракция Френеля на диафрагмах и экранах.

Зонная пластинка. Дифракция Фраунгофера на щели.

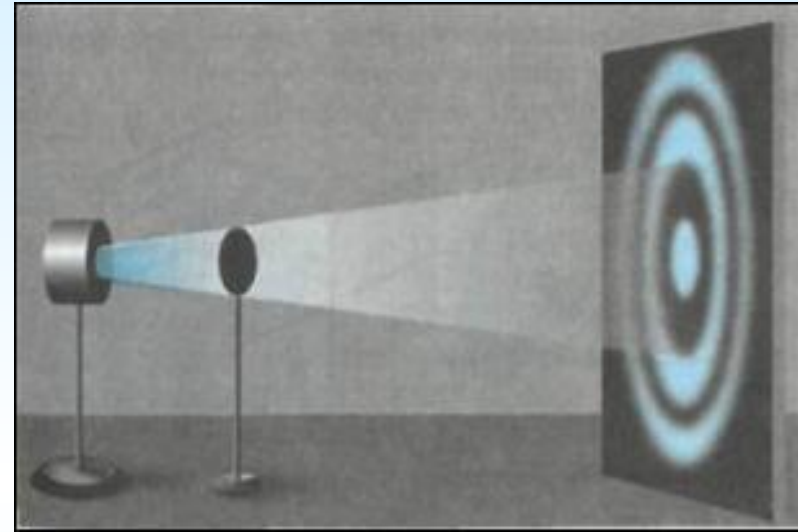
Дифракционная решетка. Угловая дисперсия и разрешающая способность дифракционной решетки.

Разрешающая способность оптических приборов (телескоп, микроскоп). Электронный микроскоп.

Дифракция света

Дифракция (от лат. *diffractus* – *разломанный*) – явления, связанные с огибанием световыми волнами препятствий и проникновением в область геометрической тени.

Более широко – различные явления, наблюдаемые при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанные с отклонением от законов геометрической оптики.



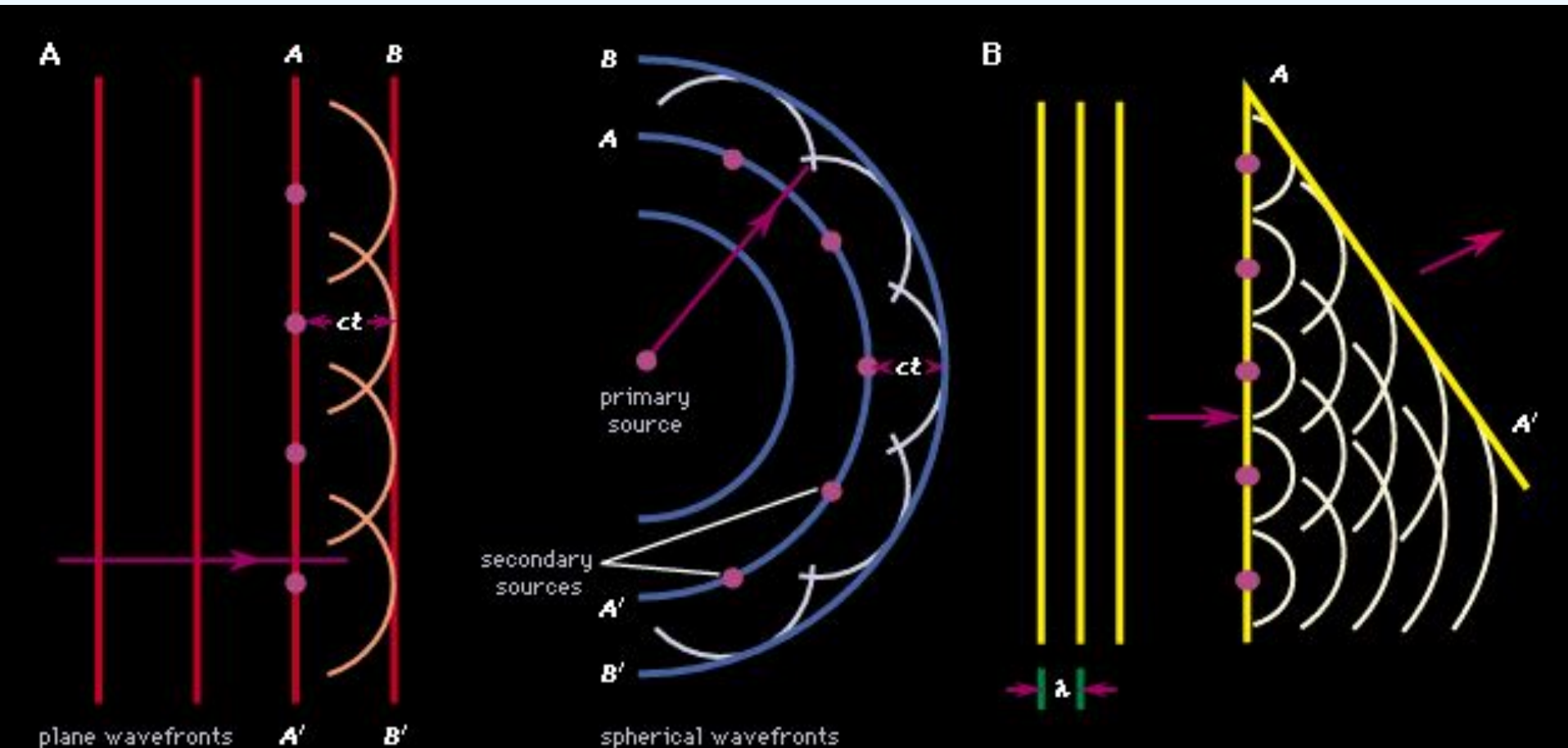
Условия наблюдения дифракции

Дифракционные эффекты зависят от соотношения между длиной волны и характерным размером неоднородностей среды либо неоднородностей структуры самой волны. Наиболее сильно они проявляются при **размерах неоднородностей, сравнимых с длиной волны**. При размерах неоднородностей, существенно превышающих длину волны (на 3-4 порядка и более), явлением дифракции, как правило, можно пренебречь, и распространение волн хорошо описывается законами геометрической оптики. Звуковые волны – дифракция выражена очень сильно.

Принцип Гюйгенса ("Трактат о свете", 1678-1690)

2) Каждая точка среды, до которой дошло возмущение, становится источником вторичных сферических волн.

3) Поверхность, касательная ко всем вторичным волнам (их огибающая), представляет собой волновую поверхность в следующий момент времени.

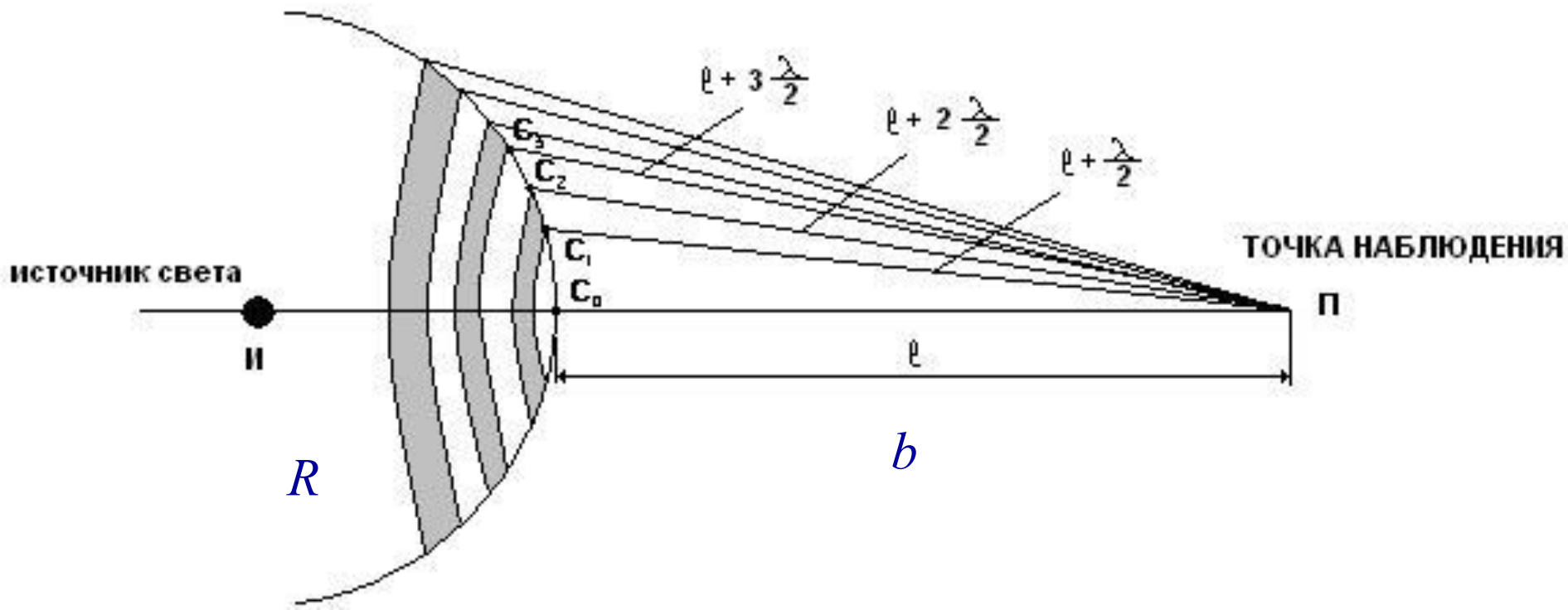


Принцип Гюйгенса-Френеля

Каждая точка среды, до которой дошло возмущение, становится источником вторичных сферических волн. Однако, непонятно:

- 1) Почему свет распространяется прямолинейно;
- 2) Почему нет обратной волны;
- 3) Почему *там* интенсивность света оказывается на огибающей.

Френель дополнил принцип Гюйгенса, предложив рассмотреть и учесть фазы и амплитуды этих вторичных волн. Поскольку все они когерентны, то, следовательно, должны интерферировать.



Принцип Гюйгенса-Френеля

Френель предположил:

- 1) Вся волновую поверхность, возбуждаемую источником, можно разбить на малые участки с равными площадями, которые и будут являться системой вторичных источников – зонами Френеля, дающими вторичные волны.
- 2) Все эти вторичные источники когерентны, так как принадлежат одному волновому фронту ($\varphi = \text{const}$). Поэтому новое положение фронта волны (результатирующая, огибающая волна) будет результатом интерференции всех вторичных волн.
- 3) Интенсивность излучения пропорциональна площади вторичных источников, т.е. интенсивность излучения всех зон одинакова.
- 4) Каждый вторичный источник излучает преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке (амплитуда вторичных волн уменьшается с ростом угла α и равна нулю при $\alpha = \pi/2$ – перпендикулярно нормали).
- 5) Амплитуда вторичных волн, дошедших до точки наблюдения, уменьшается пропорционально квадрату расстояния.
- 6) Если часть волнового фронта закрыта непрозрачным экраном, то учитываются только вторичные волны от открытых участков.

Метод зон Френеля

Колебания, приходящие в точку наблюдения от аналогичных точек двух соседних зон окажутся в противофазе (отличаются на π). Тогда амплитуда:

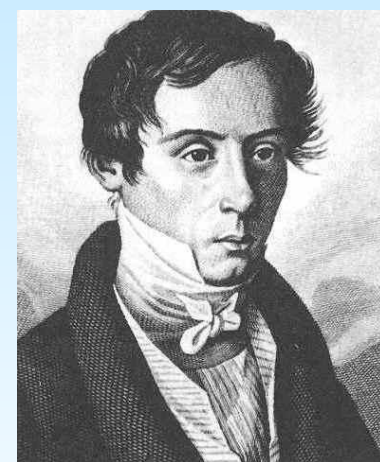
$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad A \sim \frac{1}{b^2} \quad r_k = \sqrt{\frac{Rb}{R+b} k \lambda}$$

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots > A_k > \dots \quad \longrightarrow \quad A_k = \frac{A_{k-1} + A_{k+1}}{2}$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2}$$

$$b = 1 \text{ м} \quad R = 1 \text{ м} \quad \lambda = 550 \text{ нм} \quad \longrightarrow$$

$$d = 0,5 \text{ мм}$$



Огюстен Жан
Френель
1788-1827

Прямолинейность распространения света

Колебания, вызываемые в точке наблюдения полностью открытой сферической волновой поверхностью, имеют такую же амплитуду, как если бы действовала только половина центральной зоны Френеля, т.е. свет распространяется в пределах очень узкого светового канала – прямолинейно.

Сказанное справедливо и для плоской волны.

$$R = \infty \quad r_k = \sqrt{bk\lambda}$$

Дифракция Френеля на экранах и диафрагмах

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Если центральную зону закрыть маленьким диском, освещённость в центре тени останется – туда за счёт дифракции попадёт свет из второй зоны. Увеличивая размер диска и последовательно закрывая следующие зоны, можно убедиться в том, что в центре тени всегда будет оставаться яркое пятно – **пятно Пуассона**.

Если на пути светового пучка поставить диафрагму (экран с отверстием), открывающий только центральную зону Френеля, то амплитуда возрастает в 2 раза (освещённость в 4 раза) !

Но если размер отверстия охватит и вторую зону, свет от неё придёт в противофазе, и при сложении со светом из центральной зоны волны взаимно уничтожатся. Увеличивая диаметр отверстия, можно уменьшить освещённость за ним до нуля!

$$A = A_2 - A_3 + A_4 + \dots$$

$$A = A_1$$

$$A = A_1 - A_2$$

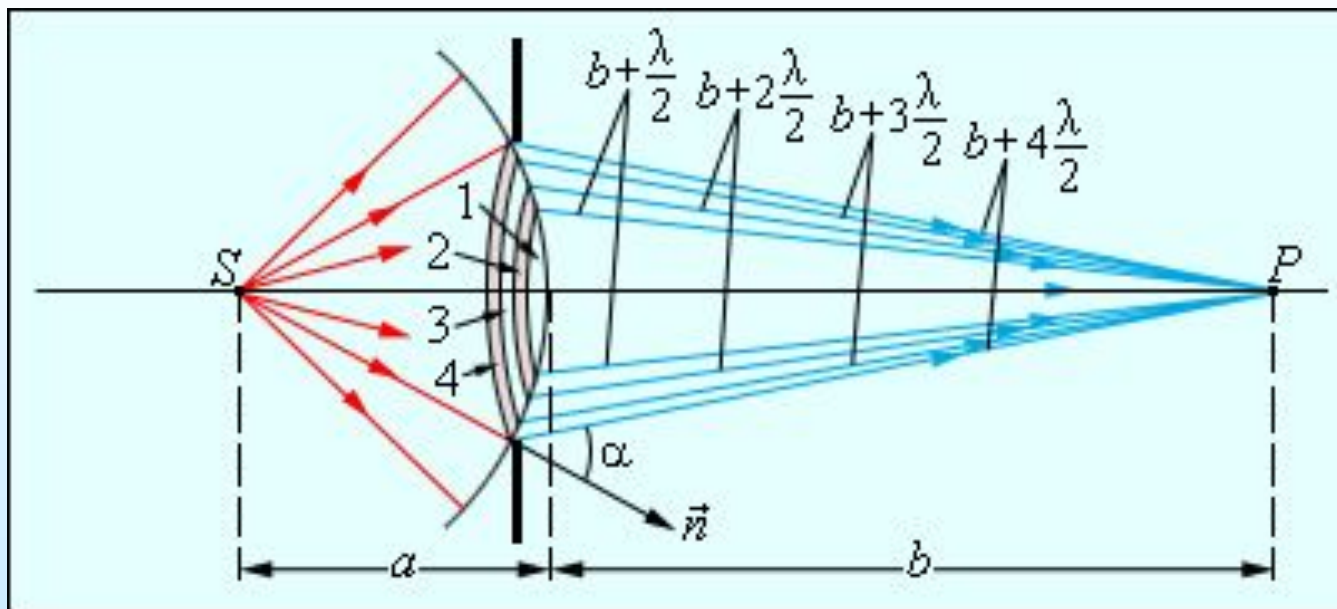
Сказанное справедливо, если размеры экрана одного порядка с размерами зон Френеля. Чем меньше длина волны, тем меньше размеры зон. Однако, чем дальше точка наблюдения, тем меньше зон получится в отверстии – размеры зон станут больше.

Дифракция Френеля на диафрагме

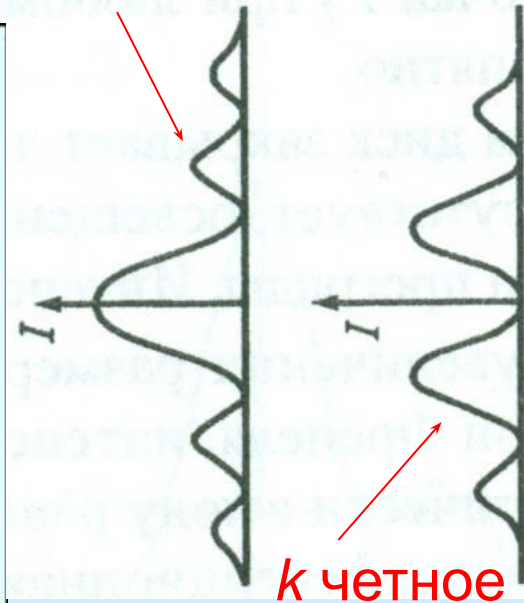
$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots + \frac{A_k}{2} = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_k}{2}$$

Если число открытых отверстий зон четное, то колебания от соседних зон поглощают друг друга и в точке P наблюдается минимум освещенности. Если нечетное, то одна из зон не скомпенсирована и наблюдается максимум освещенности.

При увеличении числа зон амплитуда A_k стремится к нулю и никакой интерференционной картины на экране не будет – весь экран освещен однородно, а чередование полос только в узкой области на границе света и тени.



k нечетное



k четное

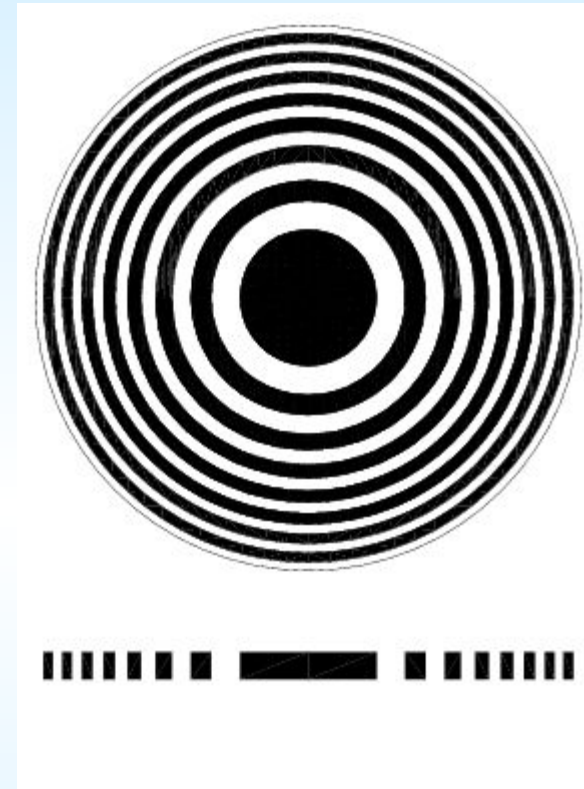
Зонная пластинка

Зонная пластинка — плоскопараллельная стеклянная пластинка с выгравированными концентрическими окружностями, радиус которых совпадает с радиусами зон Френеля. Работает как собирающая линза – усиливает свет в фокусе.

Амплитудная зонная пластинка перекрывает чётные либо нечётные зоны Френеля, чем исключает взаимную интерференцию (погашение) от соседних зон, что приводит к увеличению освещённости точки наблюдения.

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots \quad d_1 = 0.95\sqrt{\lambda F}$$

$$F = 1 \text{ м} \quad \lambda = 640 \text{ нм} \quad \longrightarrow \quad d = 0,8 \text{ мм}$$



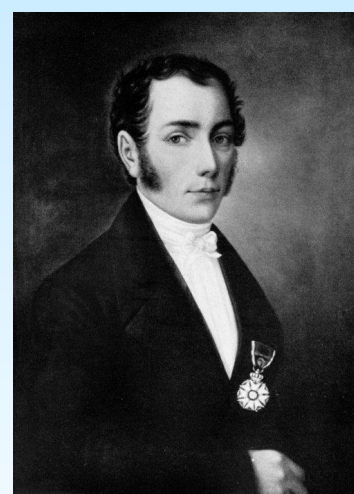
Еще лучше **фазовая** зонная пластинка (Роберт Вуд, 1898): четные (или нечетные) зоны не перекрываются, а меняется на π фаза их колебаний – толщина в местах, соответствующих четным (или нечетным) зонам, меняется на специально подобранную величину.

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots$$

Дифракция Фраунгофера

Различают два вида дифракции:

- 1) Дифракция в сходящихся пучках (фронт волны сферический) – **дифракция Френеля**;
- 2) Дифракция в параллельных пучках (фронт волны плоский) – **дифракция Фраунгофера**.



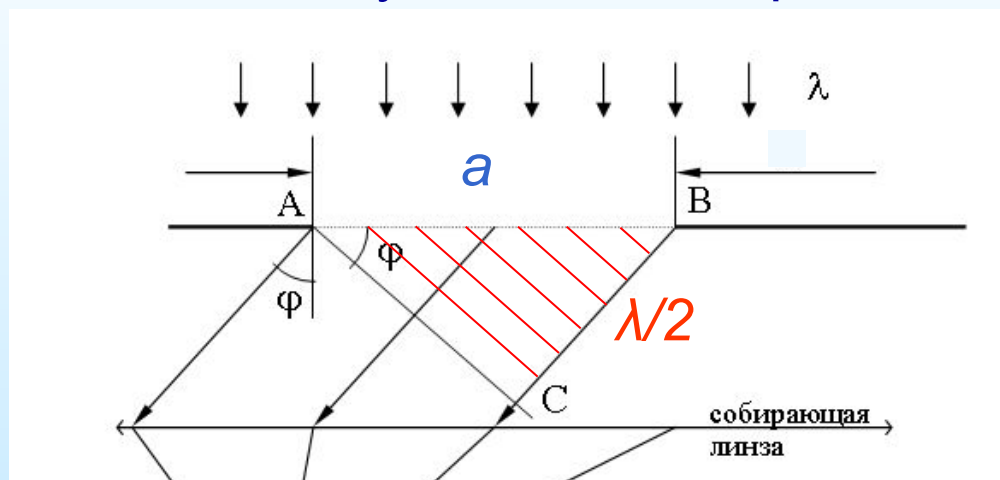
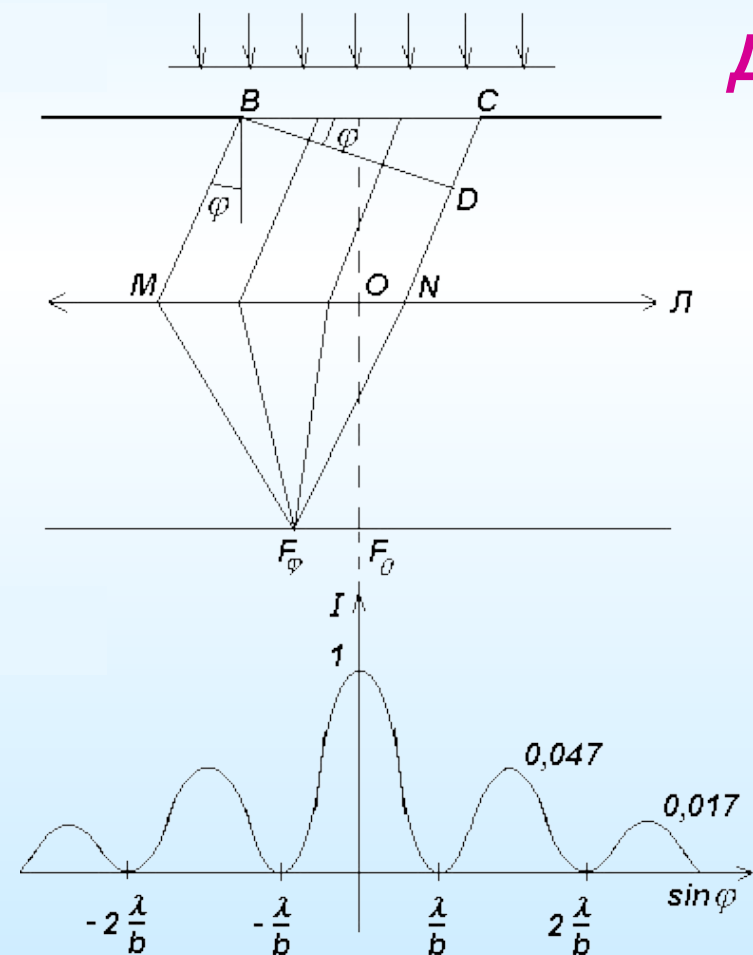
Йозеф
Фраунгофер
1787-1826

Дифракция на 1-й щели

Пусть a – ширина щели

$$CD = \Delta = a \sin \varphi \quad \Delta = k \frac{\lambda}{2}$$

В щели получится k зон Френеля



Условие дифракционного максимума:

Если в щели помещается нечетное число зон Френеля – максимум.

Условие дифракционного минимума:

Если в щели помещается четное число зон Френеля – минимум.

$$\text{Max} \longrightarrow a \sin \varphi = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{Min} \longrightarrow a \sin \varphi = \pm(2m) \frac{\lambda}{2}$$

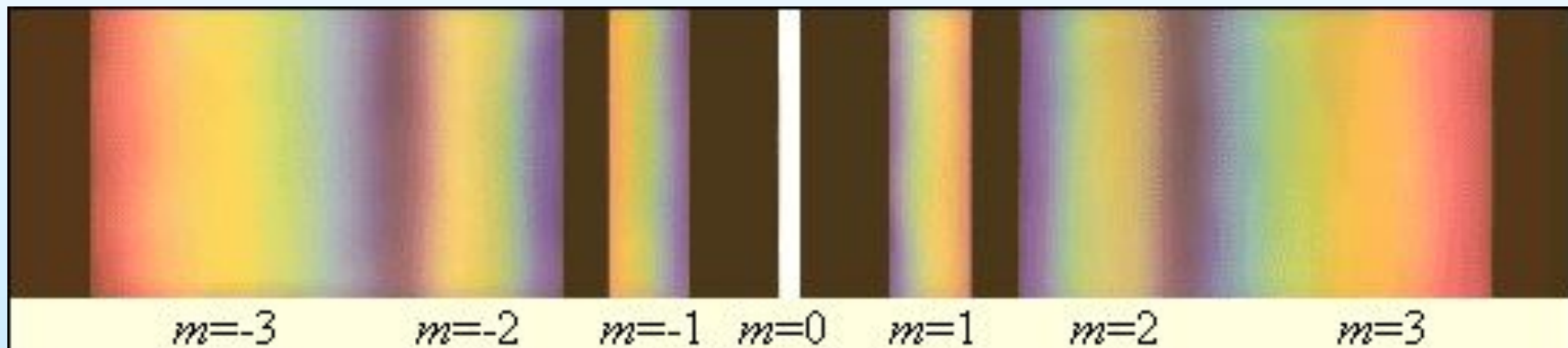
$m = \pm(1, 2, 3, \dots)$ – целые числа – порядок интерференции.

Дифракционный спектр

В направлении $\varphi = 0$ наблюдается самый интенсивный центральный максимум нулевого порядка ($m = 0$), т.к. колебания от всех зон Френеля приходят в эту точку в одной фазе.

С ростом m амплитуды max убывают: 1, 0.047, 0.017, 0.0083, ...

Четкого разделения различных длин волн получить невозможно.



Дифракционная решетка

Дифракционной решеткой (одномерной) называется система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Если ширина каждой щели равна a , а ширина непрозрачных участков между щелями b , то величина d – их сумма – называется постоянной (или **периодом**) дифракционной решетки.

$$d = a + b$$

Дифракция на 2-х щелях

Дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми. Там, где нет света ни от одной щели, его никогда и не будет при любом числе щелей.

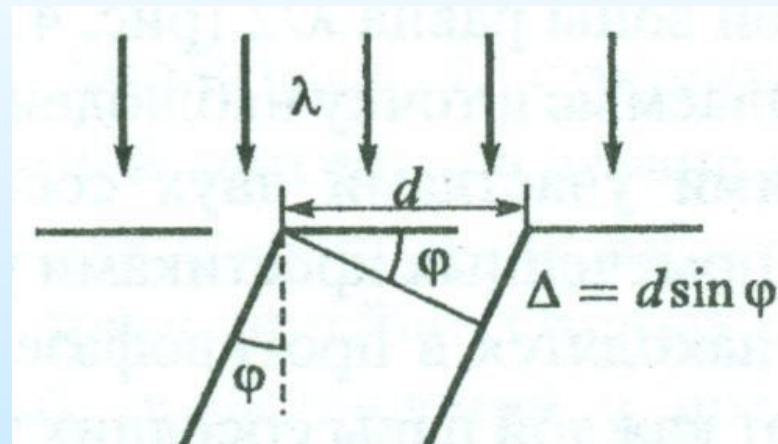
Главные минимумы:

Однако, теперь будут интерферировать лучи, проходящие через разные щели, разность хода которых $\Delta = d \sin \varphi$.

$$a \sin \varphi = \pm (2m) \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$$

Дополнительные минимумы:

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$



Действие одной щели будет усиливать действие другой, если:

Главные максимумы:

$$d \sin \varphi = \pm(2m) \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$$

Полная дифракционная картина для двух щелей определяется из условий:

Главные минимумы:

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots)$$

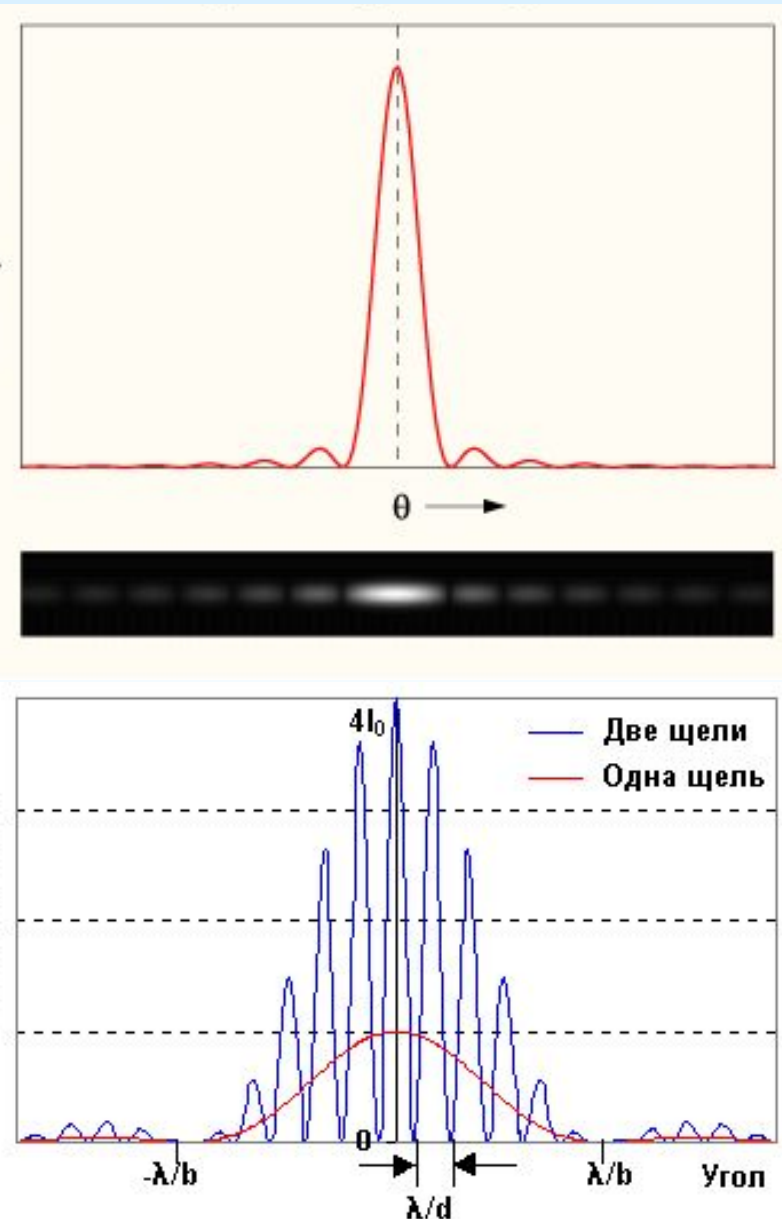
Дополнительные минимумы:

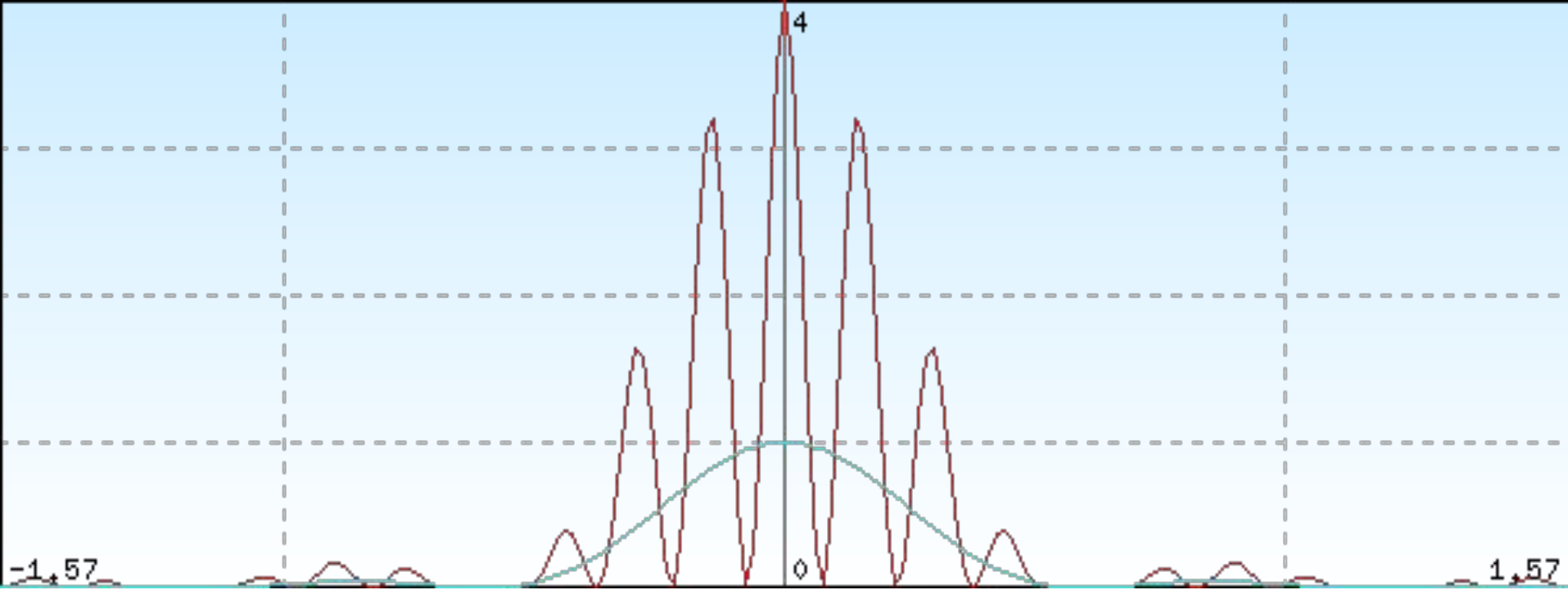
$$d \sin \varphi = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \left(\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots \right)$$

Главные максимумы:

$$d \sin \varphi = \pm(2m) \frac{\lambda}{2} \quad \left(0, \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \dots \right)$$

Между двумя главными максимумами располагается один дополнительный минимум.



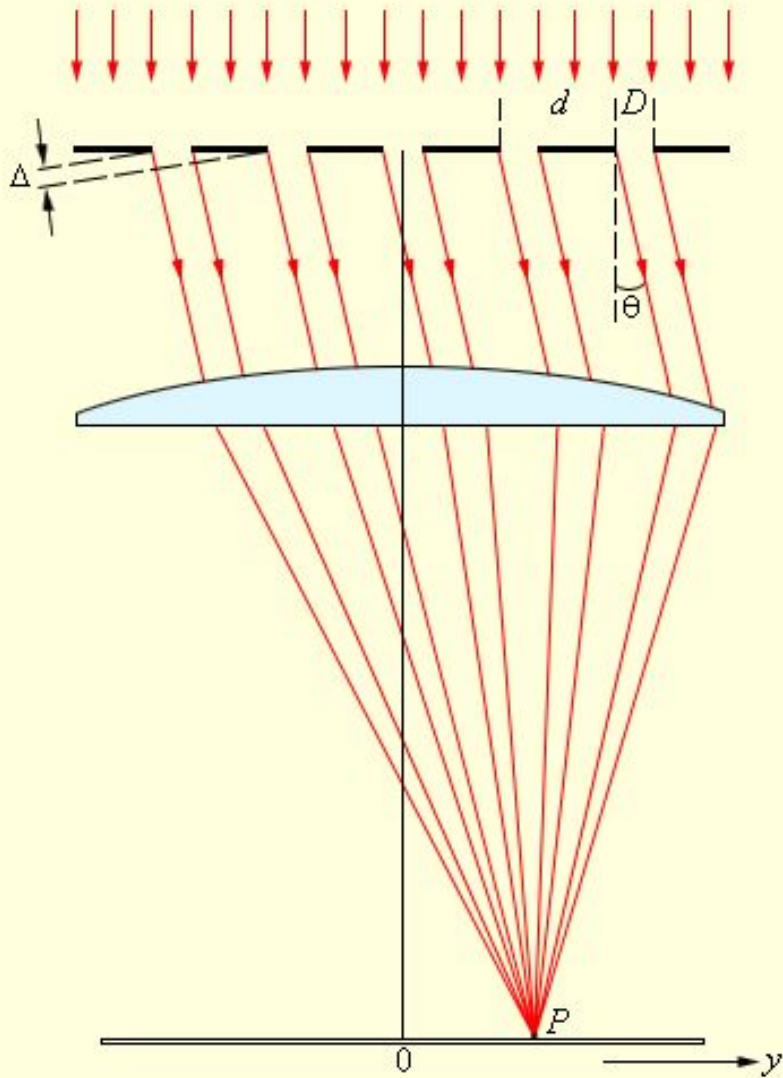


Компьютерное моделирование дифракции на одной и двух щелях.
Длина волны - 600 нм, a - 1 мкм, d - 4 мкм.

Распределение интенсивности света на экране от двух щелей
(нормировано на максимум). Интенсивность в центре экрана - 4 ед.

Распределение интенсивности света на экране от одной щели
(нормировано на максимум). Интенсивность в центре экрана - 1 ед.

Если щелей 3, будут интерферировать лучи щелей (1 и 2), (2 и 3) – которые дадут одинаковую и уже знакомую картину, поскольку расстояние между этими щелями совпадает и равно d , но еще и лучи от щелей (1 и 3), расстояние между которыми равно $2d$.



4 щели – добавится интерференция щелей (1 и 4) с расстоянием $3d$ и т.д.

Главные максимумы:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

Дополнительные максимумы:

$$2d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

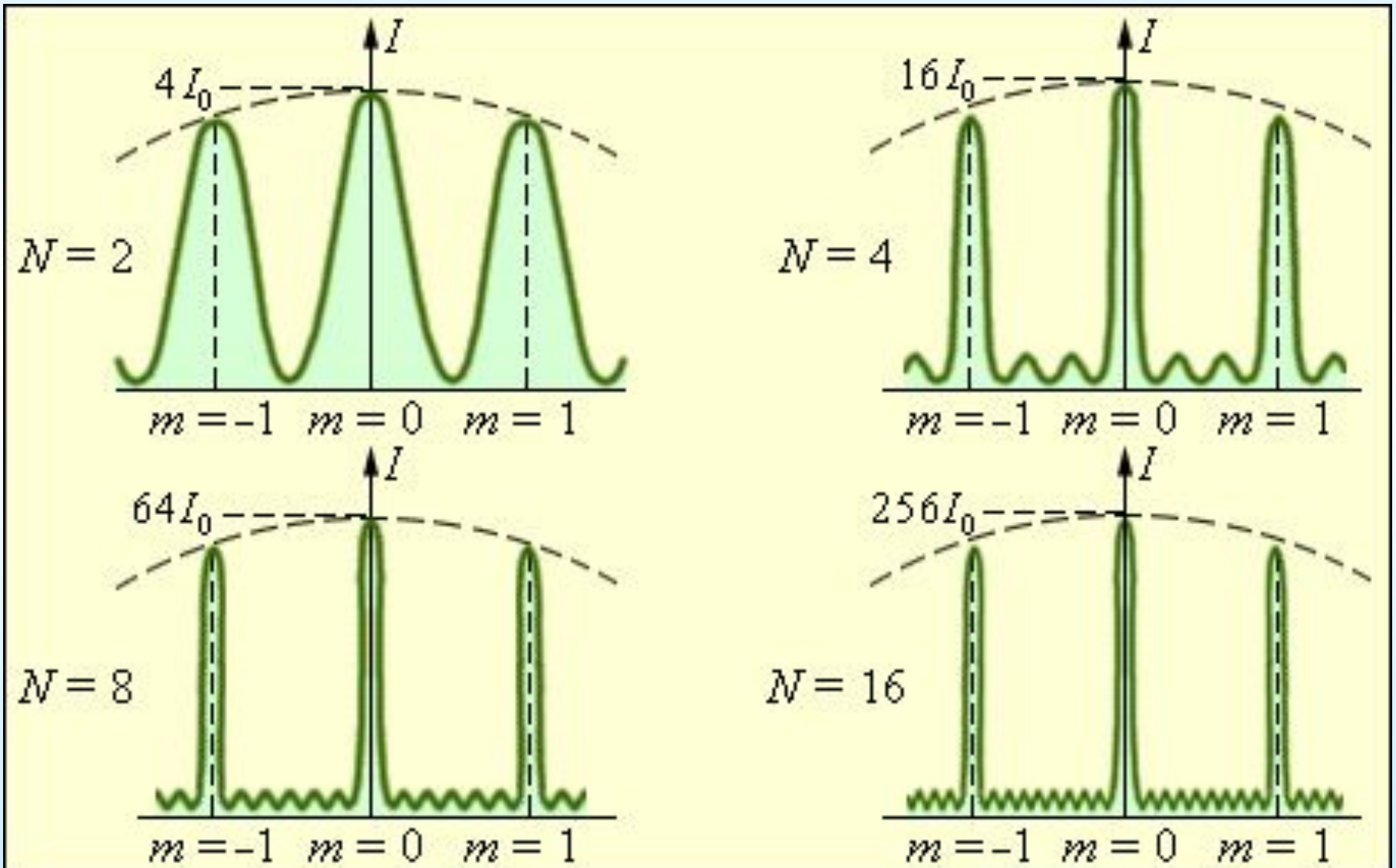
$$3d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

$$4d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

∩

Между каждыми 2-мя главными максимумами при 3-х щелях располагается 2 дополнительных минимума, при 4-х щелях - 3 и т. д.

Если дифракционная решетка состоит из N щелей, между двумя главными максимумами располагается $(N-1)$ дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон.



Условие главного максимума:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad \longrightarrow \quad \sin \varphi \leq 1 \quad \longrightarrow \quad m \leq d / \lambda$$

– наибольший порядок спектра решетки



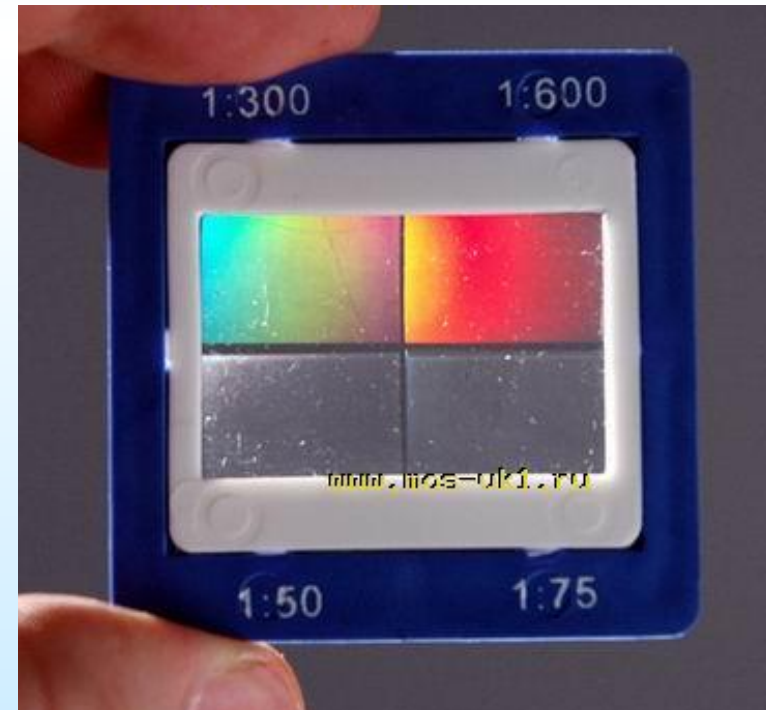
Применение дифракционных решеток

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ . Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), разложатся в **спектр**, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная - наружу. Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т. е.

дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор.

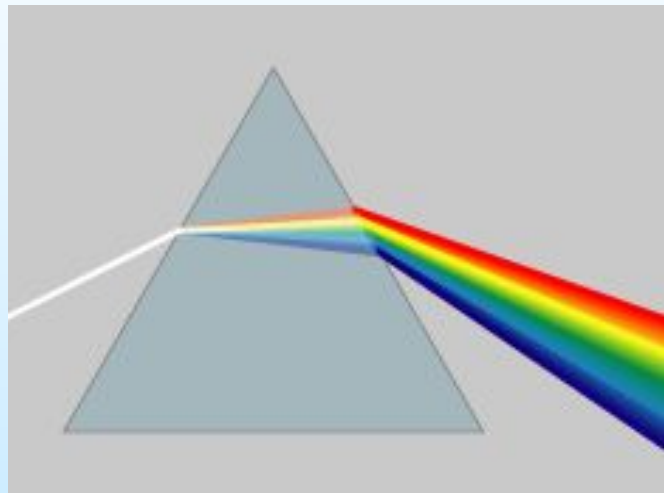
Дифракционные решетки, используемые в различных областях спектра, отличаются размерами, формой, материалом поверхности, профилем штрихов и их частотой (от 6000 до 0,25 штрих/мм, что позволяет перекрывать область спектра от ультрафиолетовой его части до инфракрасной).



Дисперсия света

Дисперсией света называется явление зависимости абсолютного показателя преломления вещества от частоты (или длины волны) света (частотная дисперсия), или, то же самое, зависимость фазовой скорости света в веществе от длины волны (или частоты). В результате дисперсии происходит разложение белого света в **спектр** при прохождении его через призму (опыт Ньютона, 1672). Обычно чем больше частота волны, тем больше показатель преломления среды и меньше ее скорость света в ней:

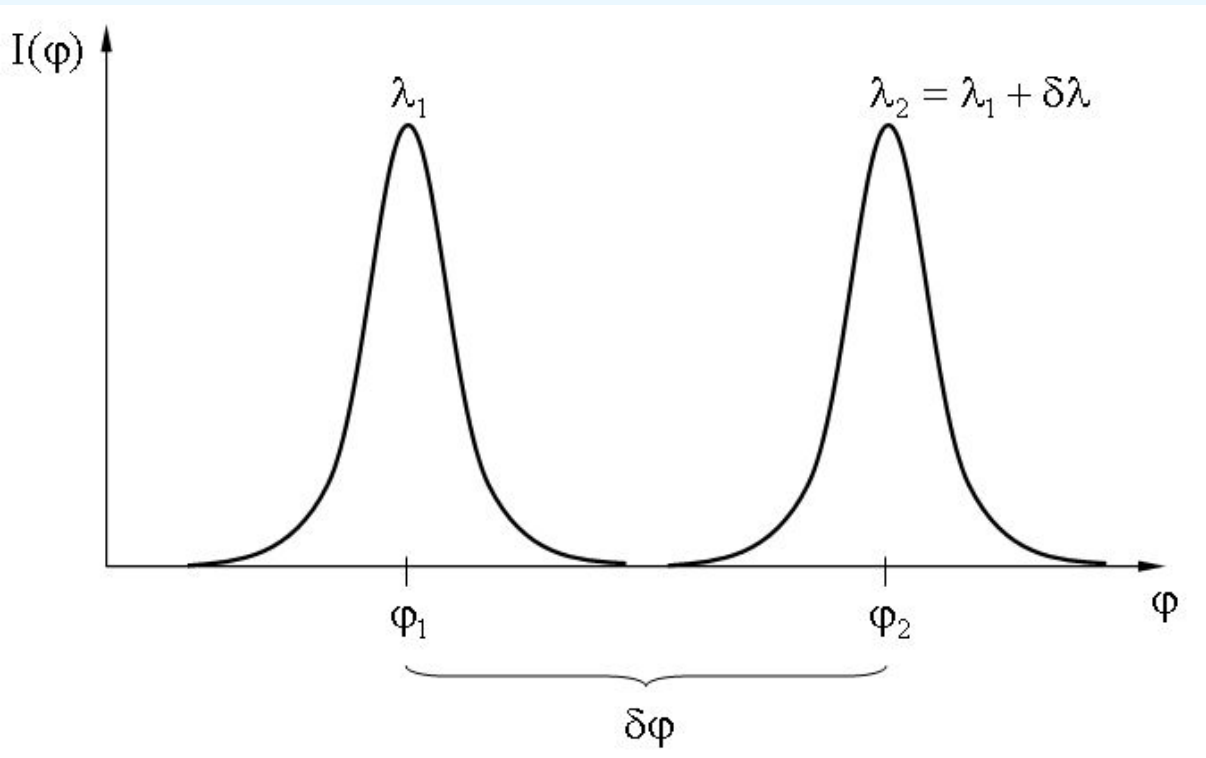
- у красного цвета максимальная скорость в среде и минимальная степень преломления;
- у фиолетового цвета минимальная скорость света в среде и максимальная степень преломления.



Характеристики спектральных приборов

Основное назначение дифракционной решетки – установление длины волны излучения, т.е. определение различия в длинах волн двух близких спектральных линий.

1. **Угловая дисперсия** – угловое расстояние между двумя линиями, длина волны которых отличается на единицу (1 нм или 1 ангстрем).



$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$$

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda$$

$$d \cos \varphi d\varphi = \pm m d\lambda$$

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{\cos \varphi} \frac{1}{d} \approx \frac{m}{d}$$

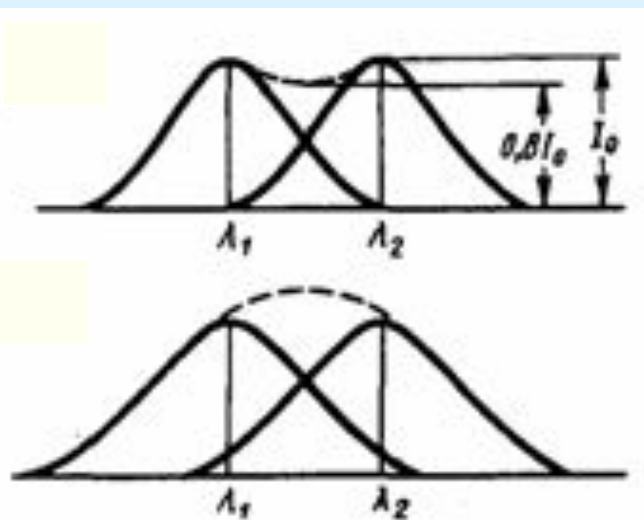
$$D = \frac{1}{d} m = n m$$

n – число щелей на единицу длины.

Угловая дисперсия дифракционной решетки тем больше, чем больше порядок дифракции и количество щелей на единицу длины.

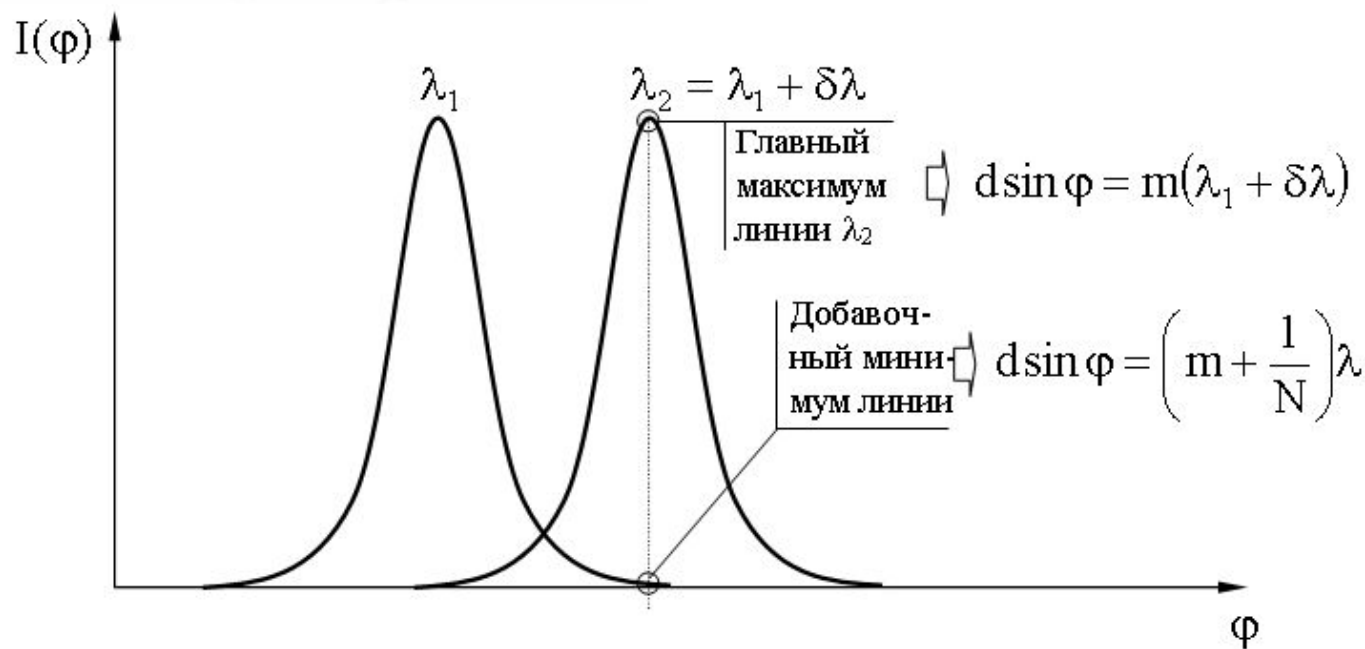
2. Разрешающая способность – безразмерная величина R , где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий в окрестности λ , при которой эти линии разрешаются (воспринимаются в спектре раздельно).

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$



Критерий разрешимости Рэлея

Две близлежащие спектральные линии с равными интенсивностями разрешимы, если максимум одной линии совпадает с минимумом другой линии и наоборот.



$$R = m N$$

N – общее число щелей решетки, m – порядок дифракционного максимума.

$$R \approx 2 \cdot 10^5$$

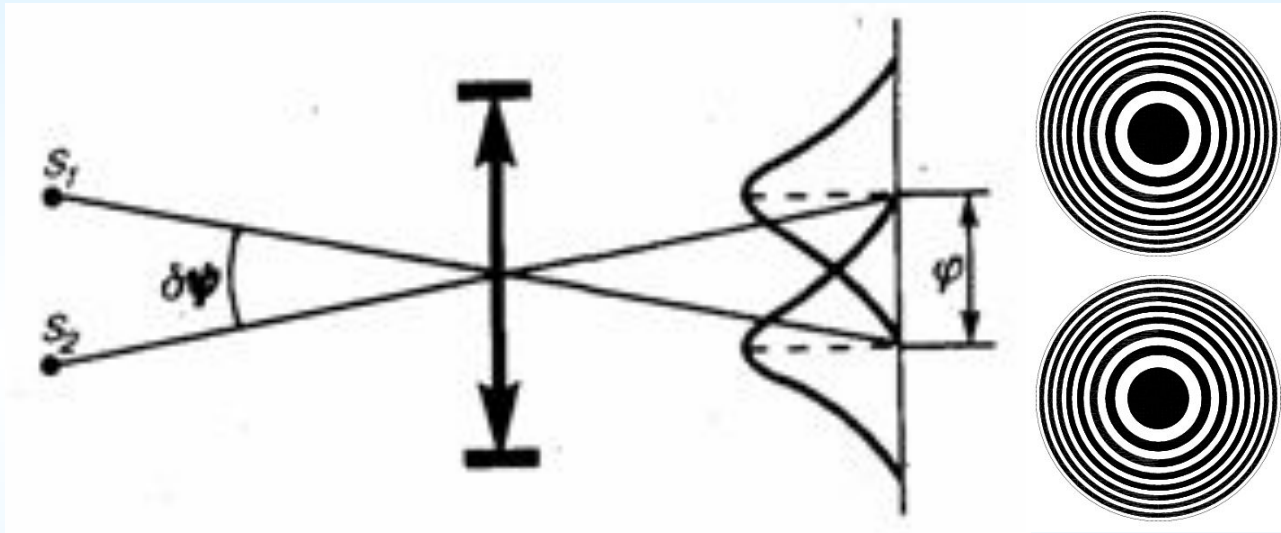
Разрешающая способность оптических приборов

Волновая природа света (дифракция) ставит естественный предел оптическому увеличению изображений (телескопы и микроскопы). Вместе с увеличением должно увеличиваться и разрешение, т.е. способность видеть новые, все более мелкие детали.

$$A = \frac{1}{\delta\varphi}$$

Телескоп

$$A = 1,22 \frac{D_{об}}{\lambda}$$



Пути увеличения разрешающей способности:

- 1) Увеличивать диаметр телескопа.
- 2) Уменьшение длины волны (ультрафиолет, рентгеновские, гамма, радиотелескопы).

Например, теоретическая разрешающая способность космического телескопа с зеркалом диаметром 2.4 метра (как у телескопа Хаббл) на длине волны 555 нм составляет 0.05 угловой секунды

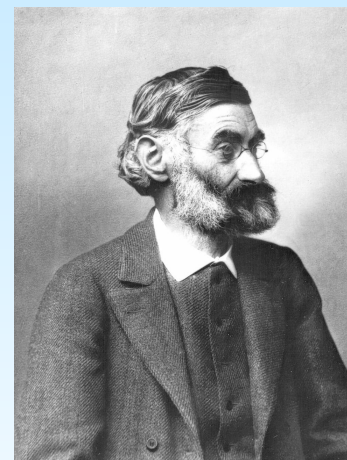


Разрешающая способность микроскопа

Дифракционная теория микроскопа (Аббе):

$$A = \frac{1}{d} = \frac{2n \sin \varphi}{\lambda}$$

d – расстояние между разрешаемыми точками объекта, φ – апертурный угол крайних лучей, проникающих в объектив, n – показатель преломления среды между предметом и объективом.



Эрнст Карл
Аббе
1840-1905

Пути увеличения разрешающей способности:

- 1) Уменьшение длины волны (ультрафиолетовые лучи – в 2 раза)
- 2) Иммерсионные объективы – пространство между объективом и предметом заполняется жидкостью (кедровое масло, $n = 1,5$) – в 2 раза
- 3) Электронный микроскоп (длина волны ~ 1 Ангстрем) – в 4000 раз.

