

# Лекція 4

## Тема 1.4. Способи перетворення проєкцій

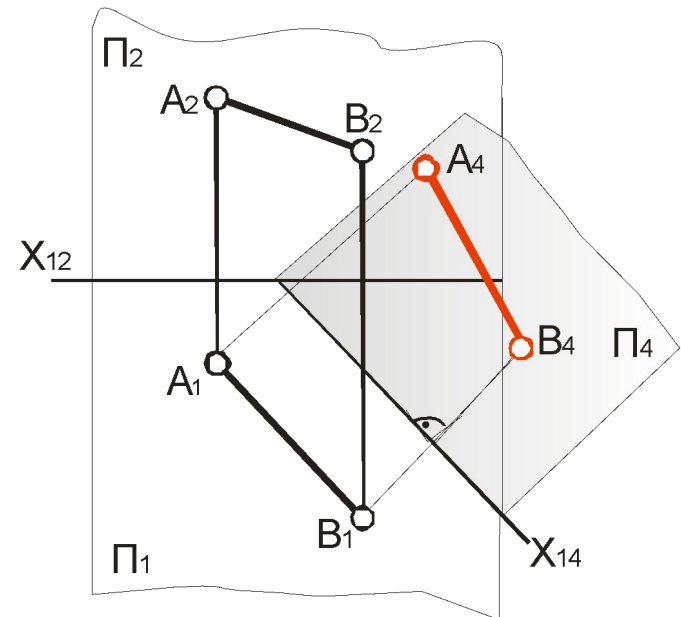
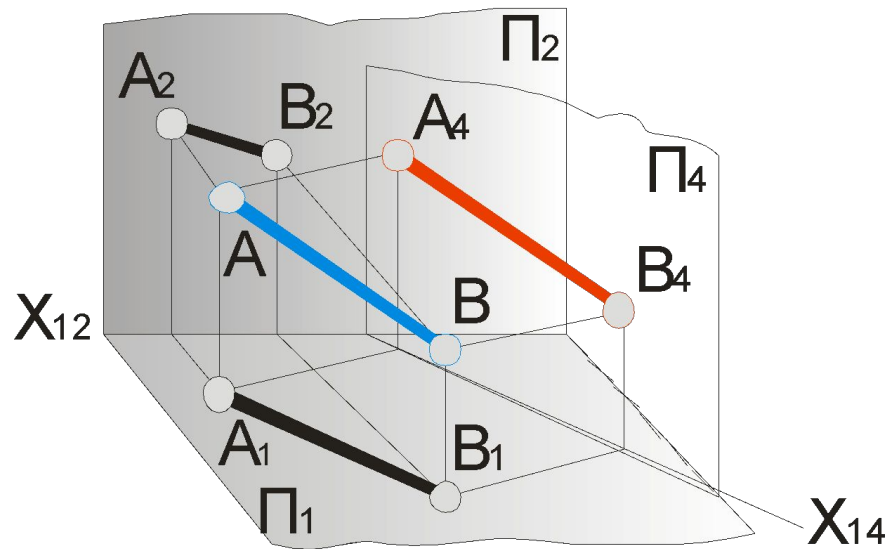
### План викладу матеріалу

20. Спосіб заміни площин проєкцій.
21. Спосіб обертання. Обертання навколо проєкціювальної прямої.
22. Спосіб плоскопаралельного руху.
23. Спосіб обертання навколо прямої рівня.
24. Обертання площини навколо її сліду (суміщення). Косокутне допоміжне проєкціювання

## 20. Спосіб заміни площин проекцій

*Сутність способу полягає* у тому, що положення у просторі точок, прямих і фігур залишається незмінним, а замість існуючої площини проєкцій вибирають нову площину так, щоб проєкціюванням на неї можна було б визначити дійсну величину певних геометричних образів чи розв'язати задачу.

Таким чином, при цьому способі вводяться додаткові площини проєкцій.



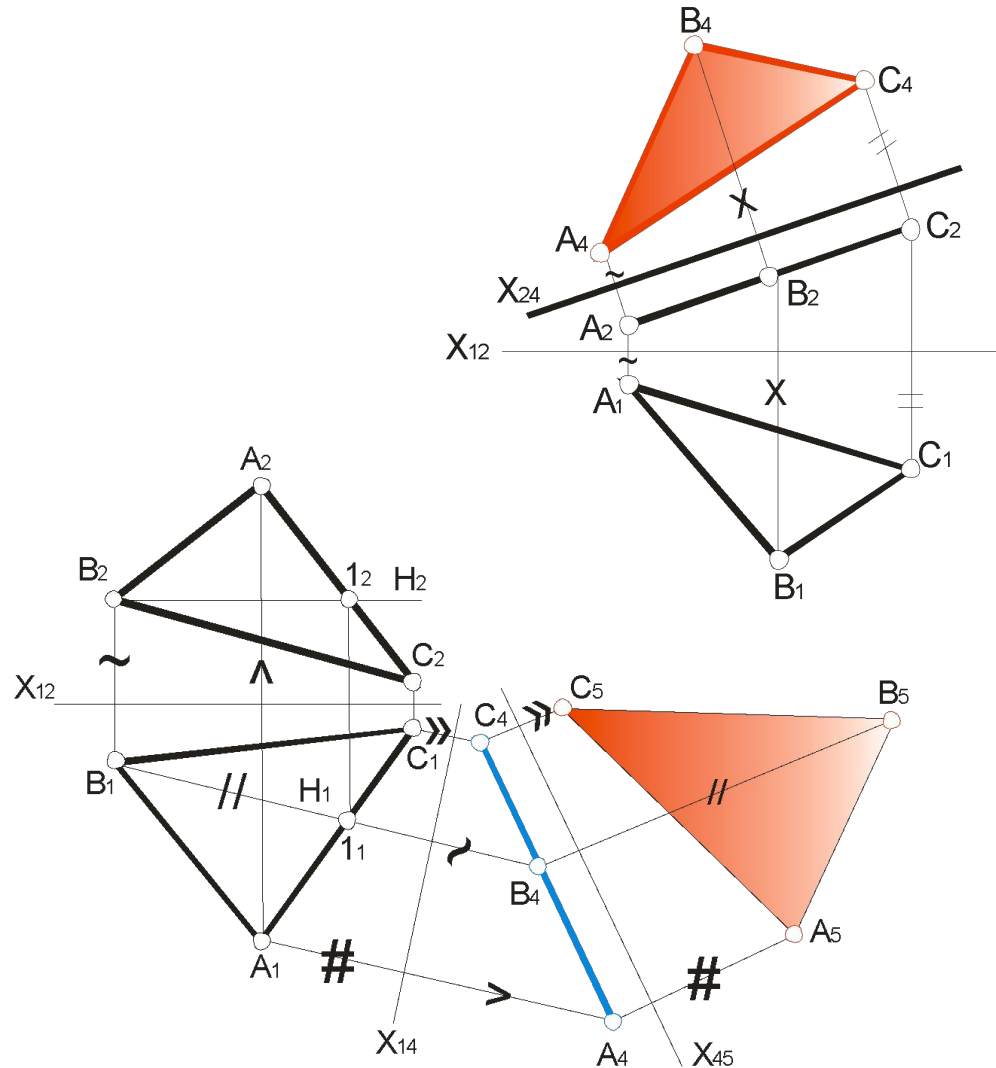
# Приклад

Побудувати дійсну величину фронтально-проекціовальної площини, яка задана трикутником  $ABC$ :

$$X_{14} \parallel A_2 B_2 C_2$$

$$A_2 A_{2'} : B_2 B_{2'} : C_2 C_{2'} \perp X_{14}$$

Для визначення дійсної величини площини загального положення недостатньо замінити тільки однієї площини проекцій. У цьому випадку виникає потреба на одному й тому ж кресленку замінити новими площинами, площини –  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .



# Алгоритм розв'язання:

---

- у даній площині  $ABC$  будуємо горизонталь  $H$  (так як, нам необхідно щоб задана площина стала проєкціювальною, то в цьому випадку нова площина повинна бути перпендикулярною до площини трикутника  $ABC$ );
- перпендикулярно до горизонтальної проєкції горизонталі побудуємо нову вісь проєкцій  $X_{14}$ ;
- на площині  $\Pi_4$  висоту точок  $A, B, C$  знайдено за фронтальною проєкцією. На площину  $\Pi_4$  трикутник спроекціюється в лінію  $A_4B_4C_4$ ;
- паралельно проєкції  $A_4B_4C_4$  трикутника  $ABC$  розташуємо нову площину проєкцій  $\Pi_5$  (на кресленику вісь  $X_{45}$  проведено паралельно проєкції  $A_4B_4C_4$  трикутника  $ABC$ );
- далі побудови здійснюємо так як у попередньому випадку. Відстань від осі  $X_{45}$  до вершин трикутника  $A_5B_5C_5$  на площині  $\Pi_5$  дорівнює відстані від точок  $A_1B_1C_1$  до осі  $X_{14}$ . Отримані точки  $z'_{15}$  єдноємо, що дасть шукану дійсну величину трикутника  $ABC$ .

## *Можливі випадки застосування способу заміни площин проєкцій при розв'язанні задач:*

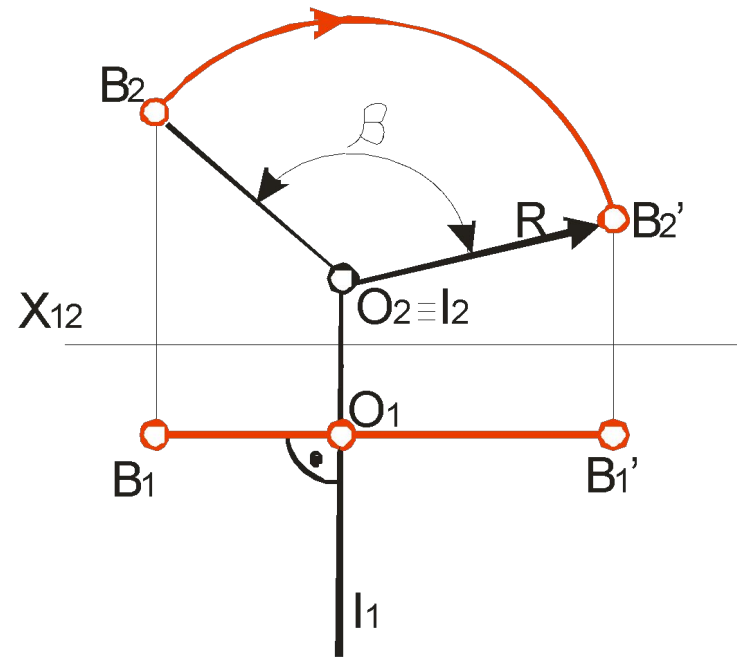
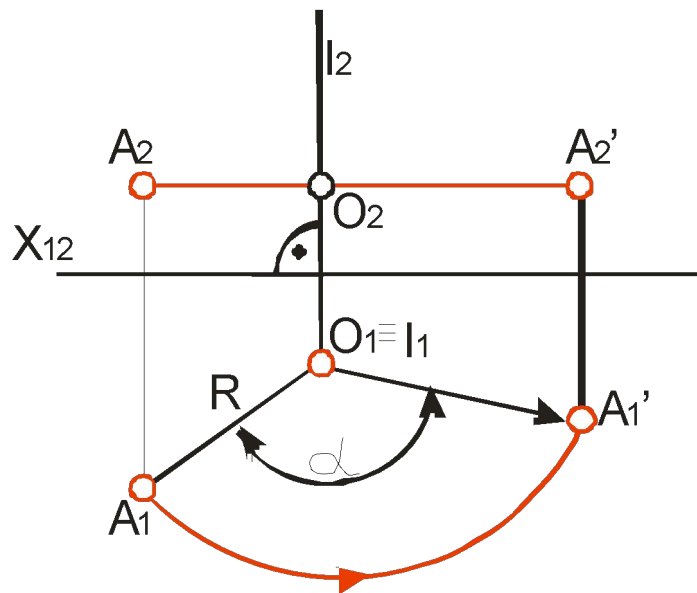
---

- ▣ *визначення дійсної величини відрізка загального положення – необхідно нову площину проєкцій розташувати паралельно заданому відрізка (перетворити відрізок із загального положення в окреме положення – пряму рівня);*
- ▣ *перетворити відрізок загального положення у проєкціювальне – для цього необхідно спочатку зробити його прямою рівня (визначити дійсну величину), а потім побудувати його проєкцію у вигляді точки, інакше, здійснити подвійну заміну площин проєкцій;*
- ▣ *площину загального положення перетворити у проєкціювальну – для цього необхідно нову площину проєкцій вибрати перпендикулярно до ліній рівня заданої площини (горизонталі чи фронталі). Отримав на новій площині проєкцій проєкцію площини у вигляді лінії, можна визначити кути нахилу даної площини до площин проєкцій;*
- ▣ *визначити дійсну величину фігури загального положення – для цього необхідно здійснити послідовно заміну площин проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ . При першій заміні задану площину перетворюємо у проєкціювальну, а наступною – на площину рівня.*

## 21. Спосіб обертання.

### Обертання навколо проєкціувальної прямої

**Теорія способу обертання** – полягає у тому, що задана система площин проєкцій залишається незмінною, а фігура обертається навколо нерухомої осі до тих пір, доки вона не займе окреме положення.



## *Основні елементи обертання:*

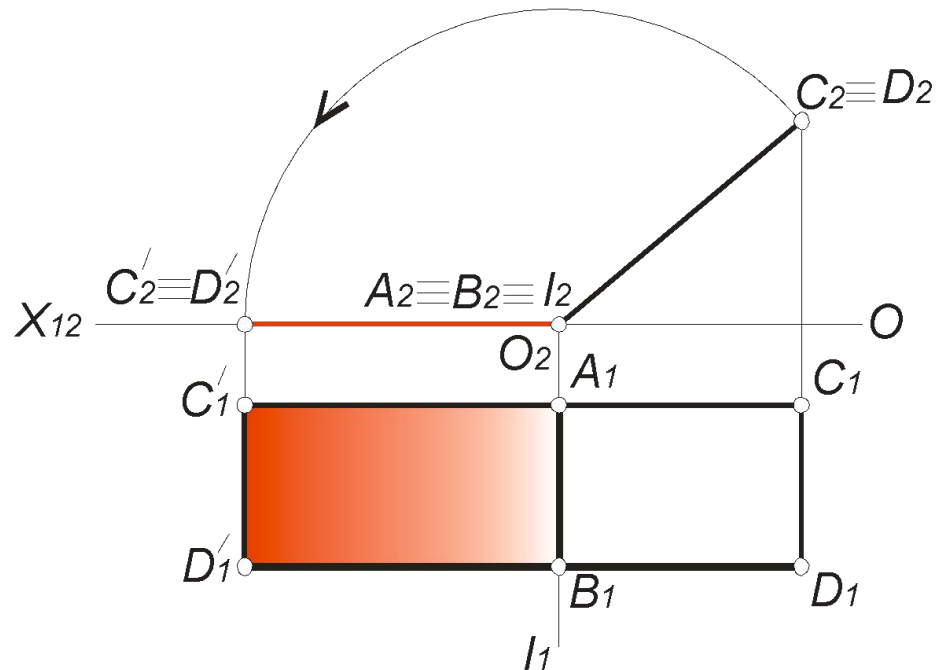
---

- **об'єкт обертання** – точка  $A$  чи будь-яка фігура;
- **вісь обертання** – пряма, навколо якої обертається точка  $A$  чи фігура (вісь може бути задана чи обрана);
- **площина обертання** – площина, в якій переміщується точка; ця площина завжди перпендикулярна до осі обертання;
- **центр обертання** – точка перетину осі обертання з площиною обертання (точка  $O$ );
- **радіус обертання** – відстань від точки до центра обертання (завжди визначається дійсна величина радіуса обертання).

# Висновок:

- при обертанні відрізка навколо горизонтально-проекціювальної прямої відстань між горизонтальними проекціями точок, які визначають відрізок, залишається незмінною, інакше – не змінюється величина горизонтальної проекції відрізка.
- при обертанні відрізка навколо фронтально-проекціювальної прямої не змінюється величина фронтальної проекції.

**Обертання, як спосіб перетворення кресленика може бути використаний і для визначення дійсної величини плоскої фігури.**





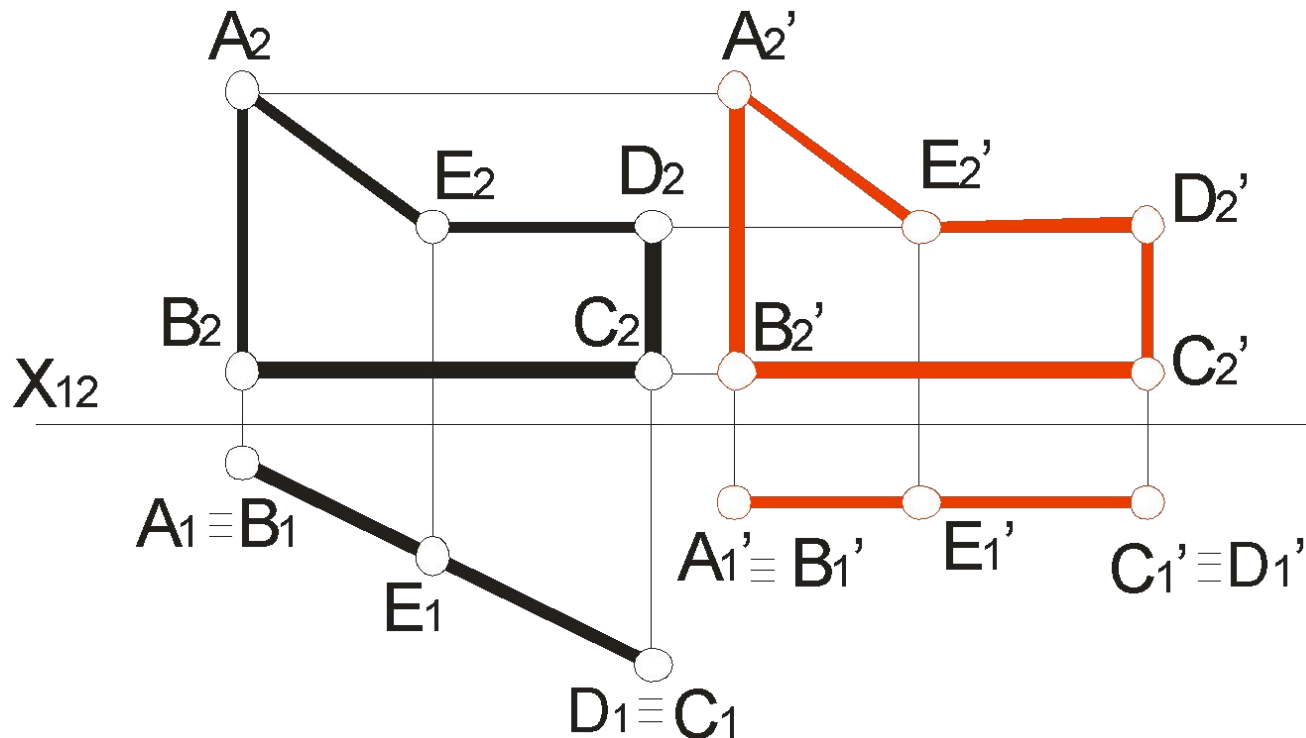
## Алгоритм розв'язання:

---

- спочатку вибираємо вісь обертання – перпендикулярну до фронтальної площини проєкцій, яка проходить через пряму  $AB$ . Таким чином, при обертанні пряма  $AB$  буде залишатись на місці, а точки  $C$  і  $D$ , переміщуються в площинах, перпендикулярних до  $AB$ . Точки займуть нове положення  $C_2'$  і  $D_2'$ . При цьому плоска фігура  $ABCD$  стане паралельною до площини  $\Pi_1$  і спроекціюється на неї в дійсну величину;
- фронтальні проєкції точок будуть переміщуватись по дузі радіусом  $R=O_2D_2C_2'$ , а горизонтальні проєкції по прямій, перпендикулярній до  $A_1$  і  $B_1$ , як осі обертання;
- нове положення  $C_1'D_1'$  горизонтальних проєкцій точок  $C$  і  $D$ , знайдене за їх фронтальними проєкціями  $C_2'$  і  $D_2'$ . Фігура  $A_1B_1C_1'D_1'$  – дійсна величина чотирикутника  $ABCD$ .

## 22. Спосіб плоскопаралельного руху

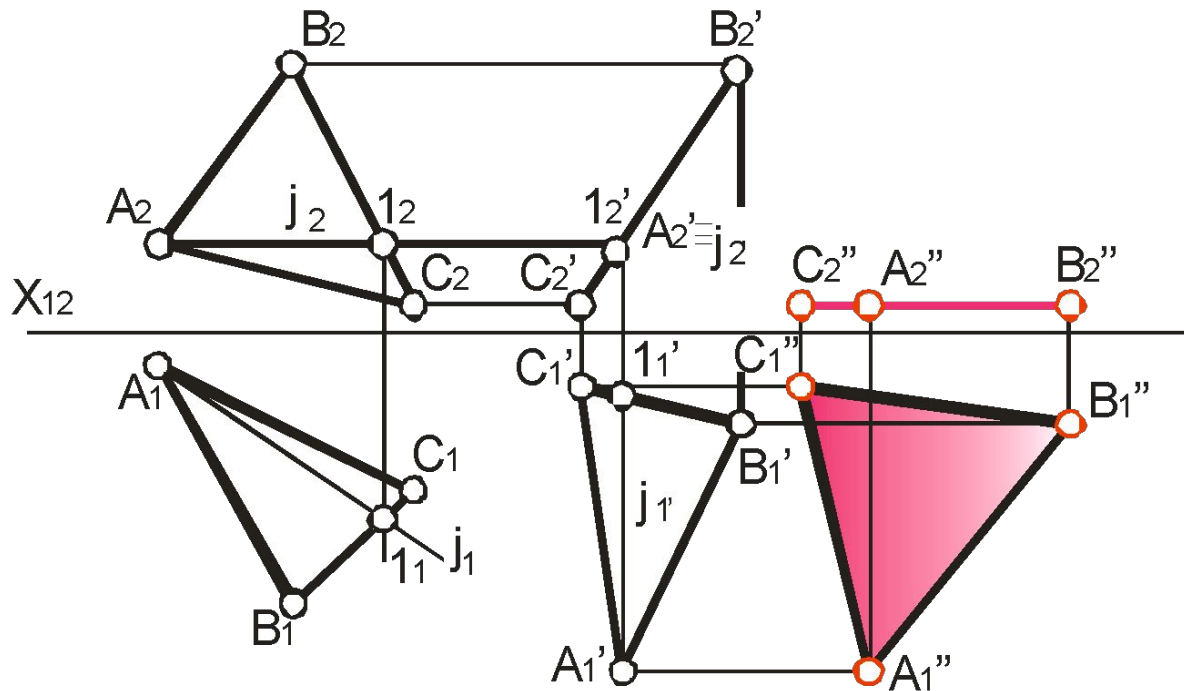
**Плоскопаралельним переміщенням** називається такий рух фігури у просторі, при якому всі її точки переміщуються в площинах паралельних між собою і паралельних одній з площин проекцій



## Приклад

Визначити дійсну величину площі фігури  $ABC$  – загального положення.

- Площину загального положення переведено у горизонтальну площину (площину рівня);
- плоскопаралельний рух здійснено двічі: спочатку відносно осі, перпендикулярної до площини проєкцій  $\Pi_1$ , потім відносно осі, перпендикулярної до площини проєкцій  $\Pi_2$ .
- Горизонтальна проєкція  $A_1''B_1''C_1''$  визначає дійсні розміри трикутника  $ABC$ .



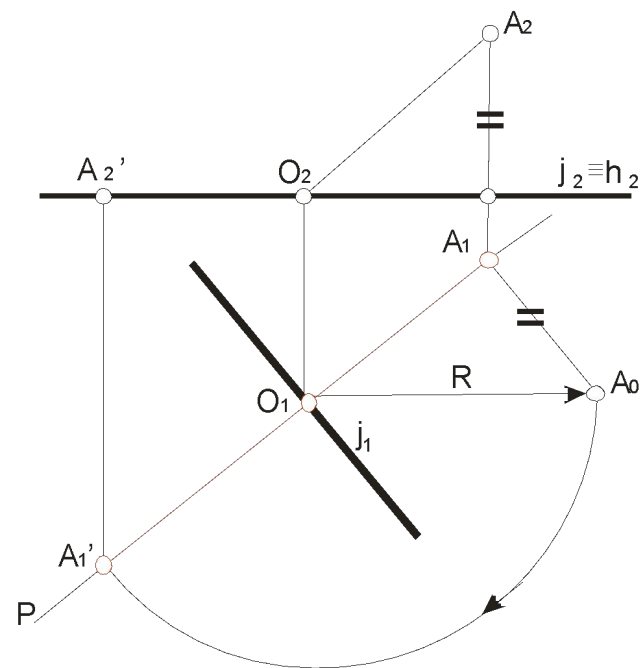
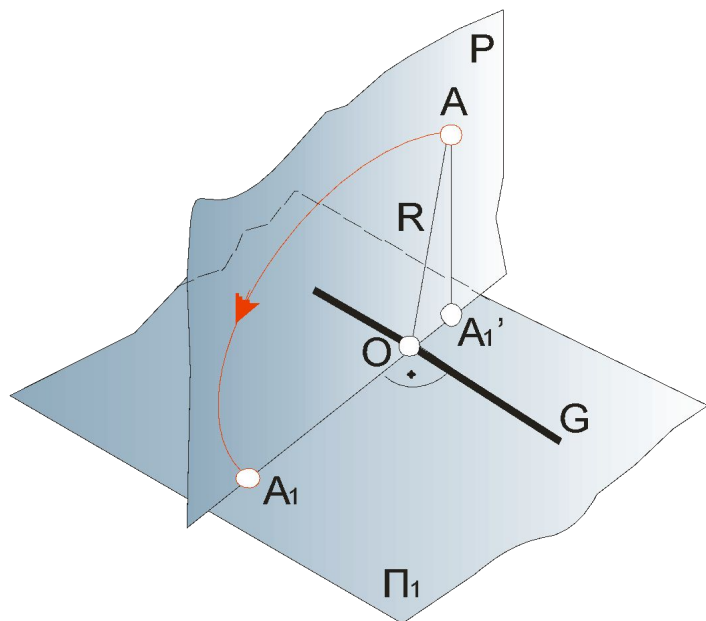
## Висновок:

---

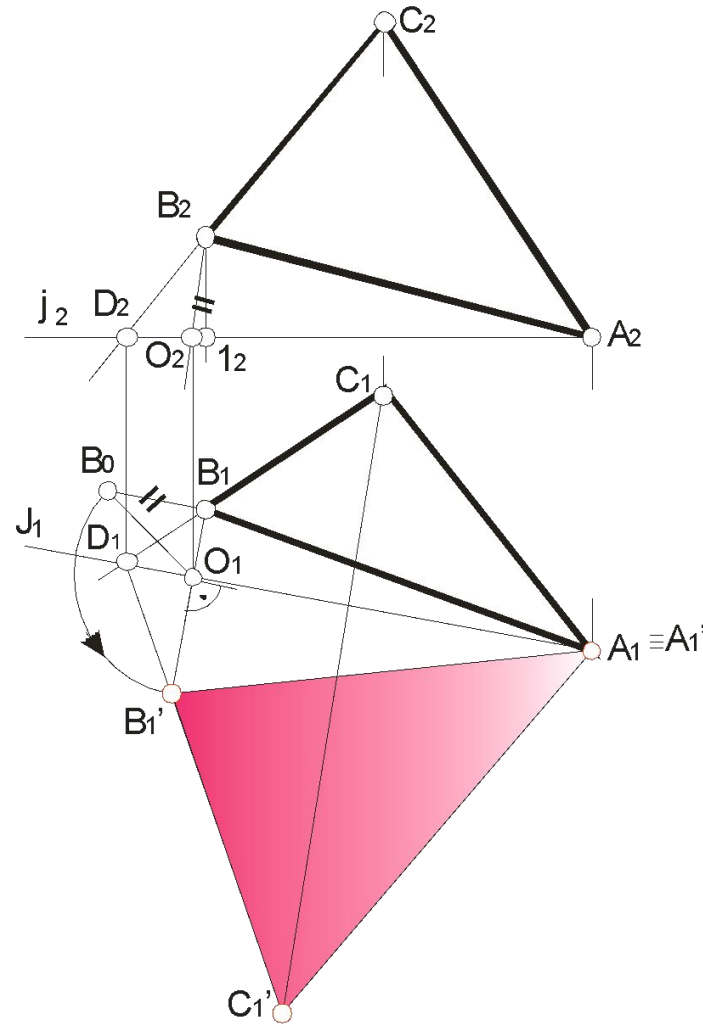
- для перетворення площин загального положення у проєкціювальне положення достатньо здійснити один плоскопаральний рух;
- для перетворення площини загального положення в площину рівня необхідно здійснити плоскопаралельний рух послідовно двічі, відносно площин  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

## 23. Спосіб обертання навколо прямої рівня

**Для визначення форми і розмірів плоских фігур можна здійснювати їх обертання навколо горизонталі чи фронталі.**



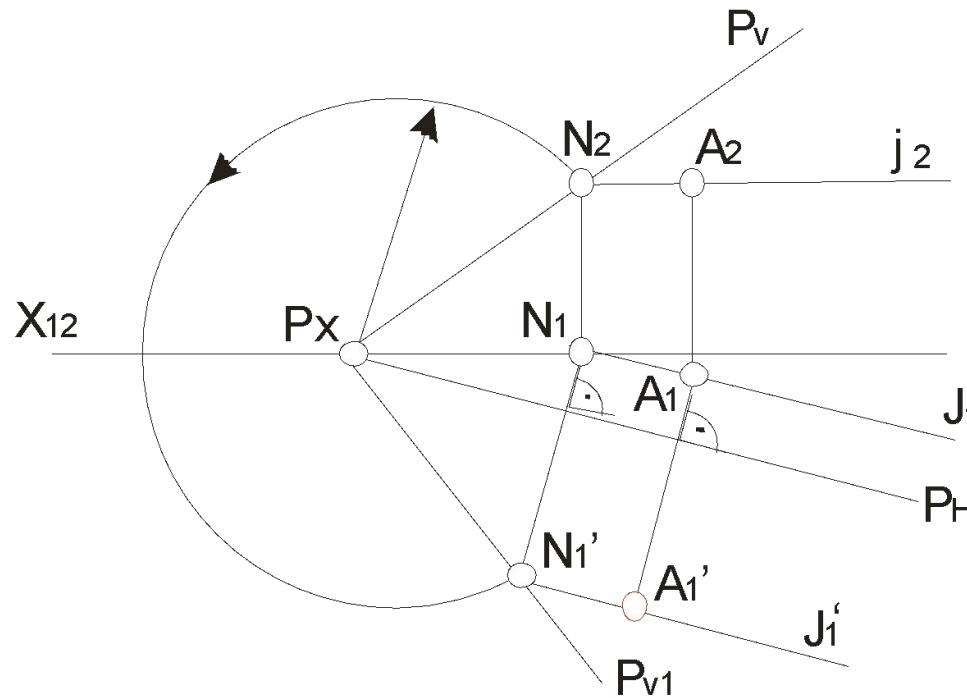
На рисунку визначено дійсну величину трикутника  $ABC$  способом обертання навколо лінії рівня (горизонталі).



## 24. Обертання площини навколо її сліду (суміщення). Косокутне допоміжне проєкціювання

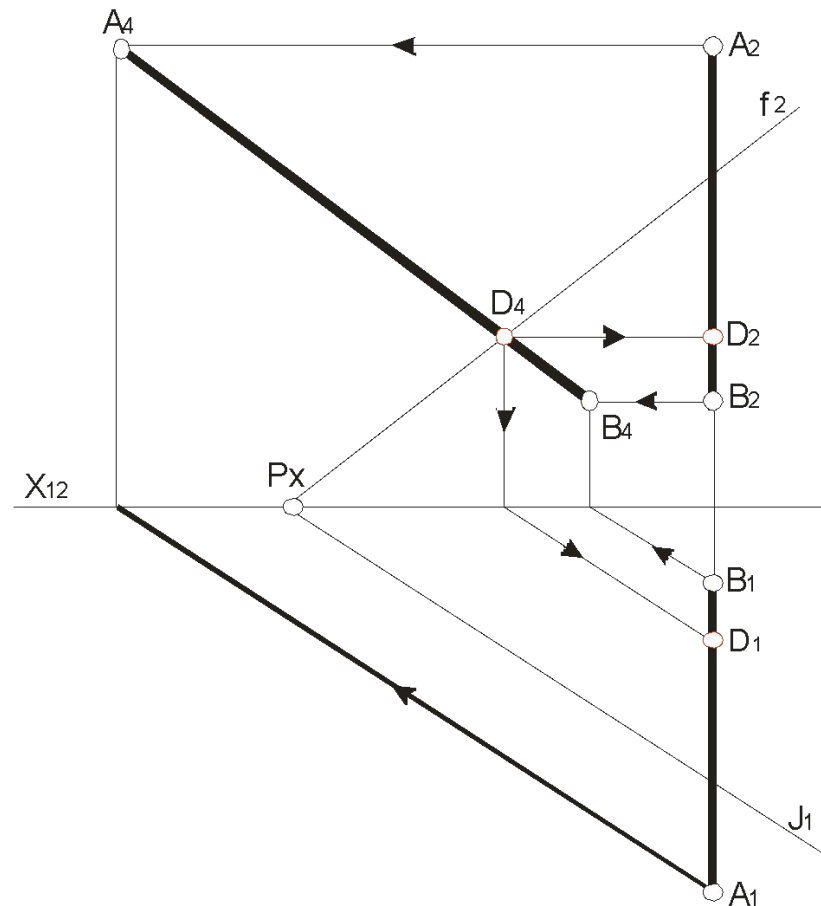
Обертання площини навколо її сліду до суміщення з однією з площин проєкцій називається **способом суміщення**.

На рисунку показано суміщення положення точки  $A$ , яка належить площині  $P$  з горизонтальною площиною проєкцій  $\Pi_1$ .



Цей спосіб доцільно використовувати для розв'язання позиційних задач з метою отримання проєкцій прямих у виді точок і проєкцій площин у виді ліній.  
**Суть способу** полягає в заміні прямокутного проєкціювання на центральне чи косокутне.

На рисунку визначено точку перетину профільної прямої  $AB$  з площиною загального положення способом **косокутного допоміжного проєкціювання**.





## Запитання і завдання для самоперевірки

1. Які є способи перетворення кресленника та які їх основні відмінності?
2. У чому полягає сутність способу заміни площин проєкцій?
3. Укажіть напрямлення площин проєкцій при переведенні площини загального положення у горизонтально-проєкціювальне.
4. Укажіть алгоритм розв'язання задачі на визначення справжньої величини площини загального положення способом заміни площин проєкцій.
5. У чому полягає сутність способу обертання навколо проєкціювальної прямої?
6. Яку пряму приймають за вісь обертання при переведенні площини загального положення у горизонтально-проєкціювальне?
7. Яку пряму приймають за вісь обертання при переведенні площини загального положення у фронтально-проєкціювальне?
8. У чому сутність способу плоскопаралельного переміщення? Які перетворення необхідно здійснити, щоб визначити справжню величину площини загального положення?
9. Дайте визначення способу суміщення.
10. З якою метою використовується в нарисній геометрії спосіб допоміжного проєкціювання?
11. Чи можна за допомогою способів перетворення площин проєкцій встановити кут нахилу площини загального положення?
12. Чи можна способом обертання відрізка прямої встановити його довжину і кути нахилу до площин проєкцій  $P1$  і  $P2$ ?
13. Яка з проєкцій відрізка прямої лінії не змінює своєї величини?
14. Що є ознакою досягнення горизонтального положення площини, заданої горизонталлю і точкою, при обертанні навколо цієї горизонталі і де буде лежати фронтальна проєкція цієї точки після обертання?